哥德巴赫猜想（1+1）的证明

唐子周

新疆、且末县中学　841900

tzz689@163.com

摘要　哥德巴赫猜想即每个不小于 6 的偶数都是两个奇素数之和，即“1+1”。本文根据数论的定理和集论的理论；辨证法，数学归纳法原理，命题转化法，反证法，给定素数法；并用映射理论和一一对应法则及数列的排列规律，证明了该猜想成立，即“1+1”成立；而且每个＞6 的偶数都是两个不同的奇素数之和的定理成立。

关键词　一一对应；低阶的无穷大；当 $x\to\infty$ 时；构造完（成）了；对立统一的矛盾体

1.引言

哥德巴赫猜想于 1742 年提出至今，被喻为“皇冠上的明珠”；用“圆法”和改进“筛法”离猜想的最终解决只差一步之遥即（1+2），然而谁曾想到如果忽视了数学的基础和根本、这一步之遥竟成了一个难以逾越的天堑？

我在多方试证缕试缕败的情况下，报着另辟蹊径的冒昧想法，由另一个数学难题，1950 年提出至今才被本人攻开的欧德斯猜想的证明过程中得到了启发，通过自己创造的“以素数为变数的函数式”和“给定素数法”把深邃的数论理论与数学归纳法原理，集合理论和映射理论，一一对应法则及反证法等有机的结合起来，使看似平常的—— 一般人都认为不可能凑效的方法发挥了意想不到的作用。在对待无穷对象的证明上、本文及本人对欧德斯猜想的证明所采用的方法是很有实用价值的 。

2.预备理论知识

2.1 辨证集合数论

本文中的各个关键点和当$x\to\infty$时对文中各个无穷大的理解；当$x\to\infty$时不超过 x 的素数即“对全体素数来说”；对逼近运算的理解；归纳法中对 $k=E_a(x)$情况的分析；一个核心问题是对“按照数学归纳法原理构造完（成）了”的理解。数学归纳法原理与皮亚诺的自然数公理（或公设）是等价的，见倪子伟著《离散数学》。

把集合论、数论，辨证法有机的结合起来，把集合论、 数论融为一体，处处用集合论的思想来理解本文中所用的数论定理；集合论的（构造完成）思想贯穿本文始终；为了便于真正做到三者有机的结合、简称之为辨证集合数论。

与自然数标准序列一一对应的正整数数列、可以按照数学归纳法原理构造完（成）了；用对立统一的辩证法观点对待无限的全体、最小的超限序数 ω(集合)的构造完（成）了。

2.2 本文中当 $x\to\infty$时可以说指的是 x 的值由 x_1 开始无限增大的过程

根据无穷大的定义，$x>X_j$ 、$f(x)>M_j$ （j=1，2，3……），无论各个无穷大的 M_j 值任

意给定多么的大，本文中各种无穷大只有有限的几种，总存在满足这几种无穷大定义要求的一个充分大的 x 值 x_1 ，只要 x_1 充分大、就恒有 $x_1>X_j$; 而且 x_1 ，x_1+1 ，$x_1+2\cdots\cdots$ x_1+n ，$x_1+n+1\cdots\cdots$ 均大于 X_j ，则 $f(x_1)>M_j$ ，$f(x_1+1)>M_j$ …… $f(x_1+n)>M_j$ ，$f(x_1+n+1)>M_j\cdots\cdots$ 即对于本文中每一种无穷大皆有： 当 $x\to\infty$ 时，$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=+\infty$ 也就是说 、当 $x\to\infty$ 时 $f(x)$ 的极限为无穷大。这表明本文中当 $x\to\infty$ 时可以说指的是 x 的值由 x_1 开始无限增大的过程，x_1 的值是由本文中的有限种无穷大中 M_j 任意给定的值共同决定的，x_1 是类似于无穷大定义中的 X 的存在值、是符合本文要求的充分大的正整数。函数 $y=x$ ，因为 $\lim\limits_{x\to\infty} y=+\infty$ ；所以也可以把∞看作 x 的极限，然而却不是它真正的极限。

2.3 当自变量 x 的全体充分大的正整数值构造完（成）了时、对应的函数值的必然趋势或结果

当 $x\to\infty$ 时， 在这个永无终极的过程中，x 的一切充分大的正整数值的全体可以构造完（成）了（见无限与完（成）了的辨证关系），本文中所用的定理等都是根据对有限值的运算、并用极限方法，反映出无限的全体 ω 构造完成时的必然趋势或结果。这个过程中 x 的值始终是有限序数，即 $x\neq\infty$ ，当 $x\to\infty$ 时 、$\lim\limits_{x\to\infty} E_a(x)=+\infty$ ，而 $E_a(x)\neq+\infty$ ，这个过程指的是：x_1 ， x_1+1 ，$x_1+2\cdots\cdots$， x_1+n ，$x_1+n+1\cdots\cdots$ 构造完（成）了时序数变成了 ω ；这是一种飞跃，是由量变而引起的质变，在 $x\to\infty$ 的过程中 ， 为了便于叙述对应的函数值无限增大的这一性态，也说函数的极限是无穷大，只要序数还没有变成 ω ，皆可按文中说明的方法逼近运算，而且直到 ω 构造完成时——这才是 $x\to\infty$ 的全过程，即 ：当 $x\to\infty$ 时序数从有限变成了超限。用极限的方法来表示的 $\lim\limits_{x\to\infty}\pi(x)=+\infty$ 定理，及

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{2}=+\infty$ ，$\lim\limits_{x\to\infty} i(\dfrac{x}{\log x}-1)=+\infty$ 等等无穷大均反映了自变量 x 的全体充分大的正整数值构造完（成）了时，序数变成了超限；即 x 的值由 x_1 开始取越来越大的一切充分大的正整数值时、对应的函数值的必然趋势或结果（见说明）。这种必然趋势或结果指的是全体正素数、全体正偶数、全体正的哥德巴赫数均随全体充分大的正整数构造完（成）了而完（成）了，否则就会出现超过一切充分大的正整数的（超限）素数或哥德巴赫数，这与它们均包含于全体正整数的集合矛盾；至于它们的（相对）序数应根据集合论的排队定理来解决。

ω 是所有有限序数的全体，x 的一切充分大的正整数值构造完（成）了的同时 ω 便出现了， ω 出现的同时 x 的一切充分大的正整数值才构造完（成）了。ω 构造完（成）了是按照数学归纳法原理或数学归纳公设构造完（成）了的。

3.引理

引理 3.1 任意一个 >6 的偶数都可以表示为任意两个不同的奇素数的和与一个有理数之积。

即：$2m=(p_1+p_2)R$，p_1、p_2表示可以取任意两个不相等的奇素数值的两个变量；R 为可取相应有理数值的变量，p_1、p_2、R 均大于零，$m>3$ 且为正整数。

引理 3.2 任意两个>6 的不同偶数 $2m_1$，$2m_2$ 必可表示为：$2m_1=(p_1^{'}+p_2^{'})R_1$ $2m_2=(p_1^{''}+p_2^{''})R_2$，其中 $p_1^{'}+p_2^{'}\neq p_1^{''}+p_2^{''}$，$p_1^{'}\neq p_2^{'}$，$p_1^{''}\neq p_2^{''}$，$p_1^{'}\in p_1$，$p_1^{''}\in p_1$，$p_2^{'}\in p_2$，$p_2^{''}\in p_2$。

因为素数有无穷多个，p_1+p_2的值随 p_1、p_2取（不同的）素数值的变化，可得到无穷多个不同值，显然对于任意一个> 6 的偶数 $2m$ 有无穷多组 p_1，p_2，R 的值满足 $2m=(p_1+p_2)R$，而且无论有多少个>6 的互不相同的偶数，都可以取到多少个的互不相同的 p_1+p_2值。

这里撇开每个值的大小，只讲它们的个数、不存在到一定程度>6 的不同偶数个数时，再也找不到新的 p_1+p_2值；即一切（或任何）>6 的不同偶数都能取到互不相同的 p_1+p_2值满足 $2m_1=(p_1^{'}+p_2^{'})R_1$，$2m_2=(p_1^{''}+p_2^{''})R_2$

引理 3.2（上述结论）的证明：

由数论的定理及推论，不超过x 的素数个数$\pi(x)$逼近 $\frac{x}{logx}$，即：当 $x\to\infty$时 $\pi(x)\sim\frac{x}{logx}$、$x\in N^{+}$，当 $x\to\infty$时不超过 x 的素数个数与正整数 x 趋向无穷大的"快慢"程度比较中有定理 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\pi(x)}{x}=0$；则相对于不超过$x$ 的偶数个数有推论：$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\pi(x)}{\frac{x}{2}}=0$（$\frac{x}{2}$或$\frac{x-1}{2}$讨论其一即可），即：当 $x\to\infty$时（当 x 无限增大时）不超过 x 的素数个数$\pi(x)$相对于不超过 x 的偶数个数 $\frac{x}{2}$是低阶的无穷大，也就是说 $\frac{1}{\pi(x)}$比 $\frac{1}{\frac{x}{2}}$趋于 0 的"快慢"程度"慢些"。这里是在正整数 x 无限增大过程中的比较。

可以参考《数学手册》 173 页并用无穷大量的倒数是无穷小量，再参考《高等数学》无穷小量的比较。 "无穷大量是指绝对值可以任意变大的变量。(有时简称无穷大)"见《高等数学基础》。"如果当 $x\to x_{0}$（或 $x\to\infty$）时，对应的函数值的绝对值$|f(x)|$无限增大，就称函数$f(x)$为当$x\to x_{0}$（或 $x\to\infty$）时的无穷大••••••按函数极限的定义来说$f(x)$的极限

是不存在的，但为了便于叙述函数的这一性态，我们也说‘函数的极限是无穷大’无穷大（∞）不是数。”见《高等数学》39 页

“函数 $f(x)$ 在 $|x|$ 大于某一个正数时有定义，如果对于任意给定的正数 $\boldsymbol{M}$（无论它多么大）总存在正数 $\boldsymbol{X}$，只要 x 适合 $|x|>\boldsymbol{X}$ 时、对应的函数值 $f(x)$ 总满足 $|f(x)|>\boldsymbol{M}$ 则称函数 $f(x)$ 为当 $x\to\infty$ 时的无穷大。”

无穷大的阶反映的不是基数的比较，在正整数函数无穷大的阶的比较表达式中，本身存在二者唯一确定的排队规则，根据集合论的排队定理二者的序数便被确定了 。

当 x 的绝对值无限增大时记作：当 $x\to\infty$ 时，本文中 x 是正整数值由一个充分大的值 x_1 开始可以任意变大的变量，当 x 无限增大时，也记作：当 $x\to\infty$ 时，实质上指的是 $x\to\infty$ 的过程。

p_1 、 p_2 中的一个为任意给定的奇素数时，若 p_1 的值给定为 $p_{1\circ}$（ p_1 、 p_2 均 $\leqslant x$），那么 $p_{1\circ}+p_2$ 的不同值的个数有 $\pi(x)-1$ 个，是一部分 >6 的偶数， $p_{1\circ}+p_2$ 的所有不同值组成的集合是 >6 的一切不同偶数的集合的真子集。

p_1 ， p_2 均可取 $p_1\neq p_2$ 的任何一个奇素数值，当 p_1 、 $p_2\leqslant x$ ，$x\to\infty$ 时， 即当 x 趋于无穷大时，p_1 和 p_2 的值均为无穷多个，把 p_1 的值由小到大一个一个无穷尽的接连给定下去，因为 p_1 每次被给定的奇素数值，皆不同于前面给定的值，而 p_2 始终是不同于当次被给定的 p_1 值的任何一个（一切）不超过 x 的奇素数值；p_1 由 3 开始给定，则 $p_{1\circ}=3$ ，由定理 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\pi(x)}{\dfrac{x}{\log x}}=1$ 即 $\pi(x)\sim\dfrac{x}{\log x}$ 可知，当 $x\to\infty$ 时， $\pi(x)-1\sim\dfrac{x}{\log x}-1$ （要证明引理 3.2 还需下面两个引理）

引理 3.3 当 $x\to\infty$ 时，随 p_1 的奇素数值无限的不重复给定下去，>6 而不超过 x 的 p_1+p_2 的不同值的个数将无限增大。

证明 如果 p_1 的奇素数值给定到一定个数——i 个时，自 $p_{i\circ+1}$ 以后再也找不到新的 p_1+p_2 的值了，都和前面的 p_1+p_2 值相等了；则前面所有 p_1+p_2 的不同值的个数，加上前面每次给定 p_1 的值出现有与之前面相同的 p_1+p_2 值的情况、逼近于 $i\,(\dfrac{x}{\log x}-1)$ 个，而无论 i 值有多么的大，当 $x\to\infty$ 时，不超过 x 的素数个数 $\pi(x)$ 相对于不超过 x 的偶数个数 $\dfrac{x}{2}$，本来就是低阶的无穷大，i 毕竟是个固定的有限数值（常数），则 $\lim\limits_{x\to\infty} i(\dfrac{x}{\dfrac{x}{2}\log x}-\dfrac{1}{\dfrac{x}{2}})=0$

对此说明如下： 本文中正整数 x 由一个充分大的值开始无限增大，当 $x\to\infty$时，指的是对于 x_1 ，$x_2\cdots\cdots x_j\cdots\cdots$ 一切充分大的正整数中，从理论上讲任何一个充分大的正整数、无论它多么的大都在 x 的取值范围内；实质上正因为正整数没有穷尽，x 的值便无穷尽，只能用当 $x\to\infty$时、来表示理论上讲的，x 取越来越大的一切充分大的正整数值的这一性态或过程；即当 x 无限增大时。

可用数学归纳法原理来理解：x_1 ，x_1+1 ， $x_1+2\cdots\cdots$ x_1+n ，$x_1+n+1\cdots\cdots$与自然数标准序列是一一对应的，按照数学归纳公设构造完（成）了所有充分大的正整数的全体时，即构造完（成）了 ω这个无限的全体、最小的超限序数也叫极限序数 《见无限与完（成）了的辨证关系》。

当 $x\to\infty$时， p_1 、 $p_2\leq x$，不超过 x 的奇素数是无穷多个；因为必须把 x 的所有值都考虑在内，即构造完（成）了全体充分大的正整数时,由定理 $\lim\limits_{x\to\infty}\pi(x)=+\infty$ 这种极限情况才完全符合所说的不超过 x 的素数个数，不超过 x 的偶数个数，不超过 x 的哥德巴赫数个数也是同理；实质上即对全体奇素数来说，若 p_1的奇素数值无限不重复给定下去，p_1+p_2的互异值个数不能随之无限增大，必定是给定到一定个数──i 个时，自 $p_{i\circ+1}$ 以后都和前面的 p_1+p_2值相等了（i 为常数)；对于 p_1的值给定有限个──i 个时， p_1+p_2的值的个数逼近运算可用数学归纳法来理解，当 $x=x_1$时，因为 x_1是符合要求的充分大的正整数、 小于 x_1的素数个数可以大于 i 个，所以可用 $i[\pi(x_1)-1]$逼近表示 p_1+p_2的值的个数，若 $x=k'$时 ($k'\geqslant x_1$)，有 $i[\pi（k'）-1]$、 则 $x=k'+1$ 时，有 $i[\pi（k'+1）-1]$ ，即对于一切（或任何一个）充分大的 x 值（正整数），p_1+p_2的值的个数（包括每次给定 p_1的值出现有与之前面重复的 p_1+p_2值也在内）均可这样逼近运算；即 $i[\pi(x)-1]$ 。 当 $x\to\infty$时，

$i[\pi(x)-1]\sim i(\dfrac{x}{\log x}-1)$ ， $\lim\limits_{x\to\infty} i(\dfrac{x}{\log x}-1)=+\infty$ ，逼近运算过程中素数的个数

$\pi(x)\sim\dfrac{x}{\log x}$ 把 2 考虑在内或忽略不计均不妨碍估计结果。

由数论的定理：$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\pi(x)}{\dfrac{x}{\log x}}=1$，又因 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\pi(x)}{\dfrac{x}{2}}=0$ ，如果对函数式

$y=\dfrac{i(\dfrac{x}{\log x}-1)}{\dfrac{x}{2}}$ 求极限，则：$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{i(\dfrac{x}{\log x}-1)}{\dfrac{x}{2}}=0$，所以上述运算是正确的。

也就是说在 x 的正整数值由 x_1 ，x_2……x_j…… 无限增大的过程中，$\dfrac{1}{\frac{x}{2}}$ 比 $\dfrac{1}{i(\frac{x}{logx}-1)}$ 趋于零的“快慢”程度“快些”，表明了 x 的值越大，不超过 x 的奇素数给定有限次 i 个时、$i(\dfrac{x}{log\ x}$-1) 与不超过 x 的偶数个数 $\dfrac{x}{2}$ 的比值越趋近于零，当 $x\to\infty$ 时该比值的极限为零；反映了在 $x\to\infty$ 这个永无终极的过程中，该比值的趋势。也就是说当 x 取一切充分大的正整数值时，对于全体正奇素数、全体正哥德巴赫数这样逼近运算该比值的极限是存在的，极限为零；

即：$$\lim_{x\to\infty}\frac{i(\frac{x}{logx}-1)}{\frac{x}{2}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty} i(\frac{x}{log\ x}-1)}{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x}{2}}=0$$ 、若用 $$\lim_{x\to\infty}\frac{i(\pi(x)-1)}{\frac{x}{2}}=0$$

其结果也是一样的。

因为：$$\lim_{x\to\infty}\frac{\pi(x)}{\frac{x}{2}}=0$$ 所以把等于一个素数 2 倍的数的情况也考虑在内、或者忽略不记均不妨碍估计结果。由此推得当 $x\to\infty$ 时，>6 而不超过 x 的偶数中的非哥德巴赫数个数、在趋向无穷大的“快慢”程度的比较中、将“快于”哥德巴赫数的个数；与《数学猜想集》的定理 4、3、8 矛盾[华罗庚等证明了：对于任意给定的正数 A ，$E(x)\ll\dfrac{x}{log^{A}x}$ 即“几乎所有的偶数都是两个素数之和”， x 为充分大的正整数。$E(x)$ 表示所有不超过 x 的非哥德巴赫数个数，或（陈景润和潘承洞证明的）定理 4、3、10 ：$E(x)\ll x^{1-\delta}$ ，$\delta>0.01$ 即 $E(x)=o(x^{1-\delta})$, $\delta>0.01$ 见潘承洞文集] 由这两个定理皆可推得对于所有不超过 x 的偶数中，当 $x\to\infty$ 时哥德巴赫数个数在趋向无穷大的“快慢”程度的比较方面“快于”(至少说不可能“慢于”)非哥德巴赫数个数，也可参考定理 $E(x)\ll\dfrac{x}{log^{A}x}$ 的推论“在概率意义下例外偶数的密度为零”即 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{E(x)}{x}=0$ 。则：引理 3.3 获证；即 p_1+p_2 的>6 而不超过 x 的不同值个数也无限增大，否则便出现证明中的矛盾情况；即当 $x\to\infty$ 时，从 $\pi(x)-1\sim\dfrac{x}{log\ x}$ -1 开始，从相对于>6 而不超过 x 的偶数个数的低阶无穷大开始无

限增大。(下面估计其增大的快慢程度)

引理 3.4 当 $x\to\infty$时，>6 而不超过 x 的哥德巴赫数个数 $E_a(x)$与>6 而不超过 x 的偶数个数 $\frac{x}{2}$ 是同阶的（或等价的）无穷大。

证明 由上述推理可知，当 $x\to\infty$时，p_1+p_2的所有不同值个数中>6 而不超过 x 的哥德巴赫数个数 $E_a(x)$、相对于>6 而不超过 x 的偶数个数 $\frac{x}{2}$，不可能是低阶的无穷大。全体>6 而不超过 x 的偶数个数（2、4、6 除外）应为 $\frac{x}{2}-3$ 个 （或 $\frac{x-1}{2}-3$，讨论其一即可)，等于一个素数 2 倍的数的情况同引理 3.3 证明中的，由上述定理可以推得当 $x\to\infty$ 时 $E_a(x)$与 $\frac{x}{2}-3$ 是同阶的无穷大。

如果当 $x\to\infty$ 时 $E_a(x)$ 与 $\frac{x}{2}-3$ 是同阶的无穷大而不是等价的无穷大，即 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{x}{2}-3}{E_a(x)}=c$ 那么 $c\neq1$ ，c 为>1 的常数；因为 p_1+p_2的值为>6 的偶数、则 $E_a(x)$不可能大于 $\frac{x}{2}-3$，则>6 而不超过 x 的偶数中非哥德巴赫数个数 $E_b(x)=\frac{x}{2}-3-E_a(x)$ ，$E_b(x)$ 包含于 $E(x)$ ， $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{x}{2}-3-E_a(x)}{x}=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{c})$， $\frac{1}{2}(1-\frac{1}{c})$是小于 1 的正常数得 $E_b(x)$与 x 是同阶的无穷大 ， 与定理 4、3、8 ； 4、3、10 的推论皆矛盾。

表明当 $x\to\infty$时，在趋向无穷大的“快慢”程度比较中 $Ea(x)$与 $\frac{x}{2}-3$ 即使有差距，最多只可能差一低阶的无穷大 ${}_oE_a(x)$ ， 则： $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{x}{2}-3}{E_a(x)}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{E_a(x)+{}_oE_a(x)}{E_a(x)}=1$ ， $E_a(x)$与 $\frac{x}{2}-3$ 必然是等价的无穷大，即对于同一个自变量 x 来说 $\frac{1}{E_a(x)}$ 与 $\frac{1}{\frac{x}{2}-3}$ 趋于 0 的“快慢相仿” ，与 “在概率意义下例外偶数的密度为零” 即 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{E(x)}{x}=0$ 相符合。否则与之矛盾，上述是在正整数 x 无限增大过程中的比较和估计，即使引理 3.4 中若无法判定 $E_a(x)$与 $\frac{x}{2}-3$ 是否是等价的无穷大；而为同阶的无穷大仍不妨碍后面的证明结果。

由数学归纳法

(1) 当 n=1 时，即一个>6 的偶数可以取到 p_1+p_2的值满足 $2m=(p_1+p_2)R$ ，p_1的值给定为 p_1。即可， (1∈A' ， A'包含于 ω')

（2） 假定：$n=k$ 个>6 的不同偶数($k\in N$，$k\geqslant 1$) 时可以取到 k 个互不相同的 p_1+p_2 值($k\in A'$)，只要 k 个时成立、小于 k 的每个正整数个皆成立，否则 k 个时不成立。

那么，当 $n=k+1$ 个>6 的不同偶数时，若 $k+1$ 不超过 $\pi(x)-1$ 无须赘述；由 $\pi(x)\sim\dfrac{x}{\log x}$ 在正整数 x 无限增大的过程中、$\pi(x)$ 也低阶的（或"慢些"的）无限增大，[当 $x\to\infty$ 时，$\pi(x)\to\infty$，即定理 $\lim\limits_{x\to\infty}\pi(x)=+\infty$，见《初等数论》183 页] p_1、$p_2\leqslant x$，当 $x\to\infty$ 时，因为 p_1 的奇素数值永远也取不尽（由数论的定理素数的个数无穷多），p_1 的值继续往后无限的给定下去，由引理 3.3，p_1+p_2 的不同值个数将无限增大；只要 k 个时成立，那么 $k+1$ 个时必然恒成立（$k+1\in A'$）；所以便可这样永远无限的递推下去，当 $x\to\infty$ 时 $E_a(x)$ 与 $\dfrac{x}{2}-3$ 是同阶（或等价）的无穷大；若 k 达到了 $E_a(x)$，由引理 3.4 证明可知可以取到 $k=E_a(x)$ 个互不相同的 p_1+p_2 值；当 $n=k+1\cdots\cdots$ 时也必然成立。即只要 k 个时成立，那么 $k+1$ 个>6 的不同偶数恒可取到 $k+1$ 个互不相同的 p_1+p_2 值（恒有 $k+1\in A'$）。

这里解释如下：x 和 p_1 的值均永远也不可能穷尽或达到终极，当 $x\to\infty$ 时，并不是说 x 的值达到了终极，p_1 的值再继续给定下去，x 的值始终无限增大，即当 $x\to\infty$ 时。

当 $x\to\infty$ 时，k 达到了 $E_a(x)$，仍属于假定 $n=k$ 个>6 的不同偶数时的一种情况，因为一切充分大的正整数、一切>6 的偶数、一切正的奇素数，均包含着其所有元素的全体集合里没有最大元素，这是由正整数无穷尽决定了、当 $x\to\infty$ 时，即 在 $x\to\infty$ 的过程中必然如此。

当 x 无限增大时，即 当 $x\to\infty$ 时，$E_a(x)$ 与 $\dfrac{x}{2}-3$ 是同阶（或等价）的无穷大，实质上表示的是 x 的正整数值由 x_1，$x_2\cdots\cdots x_j\cdots\cdots$ （j 是正整数，$j=1，2，3\cdots\cdots$）无限增大过程中，$E_a(x)$ 与 $\dfrac{x}{2}-3$ 是同阶（或等价）的无穷大，即无限增大的"快慢相仿"。x_1 符合本文中各个无穷大准确定义的要求、且满足所用定理成立要求的条件，所以要充分的大。这里只需从 x_1 的值充分大时开始讨论即可，因为对于归纳法中的论点来说只要 k 个时成立，则小于 k 的每个正整数个皆成立。$x=x_j$ 时，$E_a(x)=E_a(x_j)$，$\dfrac{x}{2}-3=\dfrac{x_j}{2}-3$，$x_j$ 表示 x 的值由 x_1 开始取越来越大的一切充分大的正整数值中的任意一个，无论它多么的大、x_j 为有限序数；若 k 达到了 $E_a(x_j)$、即 $k=E_a(x_j)$ 时，因为当 $x\to\infty$ 时不超过 x 的奇素数无穷多；无论 $k=E_a(x)$ 中 x 为任何一个充分大的正整数值时，$E_a(x)$ 终归是个有限序数；若 p_1 的奇素数值全部被给定过了，则与引理 3.3 矛盾。

p_1 的值再无限的给定下去，（当 $x\to\infty$ 时，x 的值始终无限增大）。则："当 $n=k+1\cdots\cdots$

时也必然成立”表示的是 $k+1=E_a(x_j)+1$，$(k+1)+1=[E_a(x_j)+1]+1$ …… $k+j=E_a(x_j)+j$ ……；由引理 3.3 可知，可以如此永远无限的递推下去均使论点必然成立。上述的推理过程注解了前面的结论，(恒有 $k+1\in A'$) 即：只要 k 个时成立，那么 $k+1$ 个>6 的不同偶数恒可取到 $k+1$ 个互不相同的 p_1+p_2 值。对 $k=E_a(x)$情况的分析是为了对“只要 k 个时成立，那么 $k+1$ 个时必然恒成立，所以便可这样永远无限的递推下去。”结论的进一步具体阐明，从而揭示了正因为全体正整数集合里没有最大元素，当 $x\to\infty$时、不是 x 值的终极，按照极限的定义 x 的极限是不存在的； p_1 的奇素数值永远也取不尽，所以“只要 k 个时成立，那么 $k+1$ 个时必然恒成立。”是永恒正确的。综合上文所述还须揭示出——

无限的全体中无限与完（成）了的辨证关系及其意义

正整数 $x\to\infty$的过程是一个永无终极的过程，永远无限的递推下去的规律贯穿这个过程的始终。在这个过程中所说的 x 取一切充分大的正整数值，就是把一切充分大的正整数的全体看作一个集合，把无限的全体作为一个构造完（成）了的东西（这里指的最小的超限序数 ω），该无限的全体其实是一个对立统一的矛盾体，它既存在着无限与完（成）了的对立，又存在着二者的统一，它存在着自身构造完了的规律——即数学归纳公设(也叫数学归纳法原理)，通过无限的递推下去、从严格的逻辑意义上讲构造（或递推）完了无限的全体。这里“完了”即完（成）了，也就是说没有例外了，没有递推不到或构造不了的正整数了。具体表示为：x_1，x_1+1，x_1+2……，x_1+n，x_1+n+1…… 构造完（成）了时序数变成了 ω，这个数列是永无终极的，把它看作一个无限的全体，该无限的全体具有无限性。把一切充分大的正整数的全体组成的集合记作G，即{x_1，x_1+1，x_1+2……，x_1+n，x_1+n+1……}；用 H 表示我们可以依次取到的充分大的正整数全体组成的集合，显然 H 包含于 G；当 $x=x_1$ 时，$x_1\in H$；若 $x=x_1+n$ 时，$x_1+n\in H$；那么 x_1+n+1 仍是充分大的正整数，仍属于有限的数,是可以取到的，则 $x_1+n+1\in H$，由上述推理可知 $x_1+1\in H$，$x_1+1+1=x_1+2\in H$，如此无限的递推下去可知，对于一切（或任何）充分大的正整数皆属于集合 H；得 $H=G$，而且 H 与 G 是相同的排队集合，集合 G 变上的序数是集合 ω，在集合 H 构造完（成）了的同时，集合 ω 也按照同样的道理相应的构造完（成）了；从严格的逻辑意义上讲构造（或递推）完了无限的全体。这便是该无限的全体的完了性，即该无限的全体没有例外的充分大的正整数了；集合论认为一般的构造方法是：每个自然数都是所有小于它的自然数构成的集合，所以，无限的全体构造完(成)了本身就包含了一个永远无限递推（或构造）下去的过程。正如每个自然数都是有限的，而所有自然数的全体却是一个无限的全体一样，无论递推到哪一个自然数都是有限步能够达到的，然而每个自然数都不能代表所有自然数的全体；自然数公理和数学归纳法原理皆认为与自然数相关的许多无穷数目的命题能够通过递推解决了，集合论认为能够构造完（成）了，那么这个递推或构造完（成）了的过程显然是一个无限的过程，否则只能解决有穷数目的命题；由上述分析可知，证明无穷数目的命题所采用的数学归纳法实质上有一个无限递推下去的过程， 既然自然数公理和数学归纳法原理承认与自然数相关的许多无穷数目的命题能够通过递推解决了，集合论承认能够构造完（成）了，事实上就已经承认了这个实质上存在的无限递推下去的过程，正是通过这个过程才能实现构造（或递推）完了无限的全体，只是大家不注意二者的等价关系罢了,也就是说上述的具体表示过程表明了：x 的一切或全体充分大的正整数值构造完（成）了,离不开 x 的值由 x_1 开始永远无限递推（或构造）下去的过程;另一方面,只要 x 的值由 x_1 开始永远无限递推（或构造）下去;x 的一切或全体充分大的正整数值就能构造完（成）了;而且理论根据是自然数公理、数学归纳法原理和集合论的构造完成思想。

为什么可以对无限的全体进行逼近运算、分析判断呢？因为根据文中规定x的取值范

围，下面四种说法是彼此等价的：

当 $x\to\infty$ 时；

当 x 取一切充分大的正整数值时；

x 的一切或全体充分大的正整数值构造完（成）了；

x 的值由 x_1 开始永远无限递推（或构造）下去的过程;

当 $x\to\infty$ 时， 即当 x 无限增大时，x 能够取一切充分大的正整数值，其实 x 的一切或全体充分大的正整数值能够构造完（成）了， 上述三者都离不开一个无限递推（或构造）下去的过程; 这四者是彼此等价的 ，而且理论根据是自然数公理、数学归纳法原理和集合论的构造完成思想 。所以说文中根据数论中有关的素数定理及推论，当 $x\to\infty$ 时 ，用极限方法逼近运算， 反映了 x 的一切或全体充分大的正整数值构造完（成）了时 ，对应函数值的必然趋势或结果 ，也就是说是在用极限方法对无限的全体进行逼近运算、分析判断。

这符合集论的理论，也是在这种乍看起来好似矛盾（其实一致）的情况下对一切充分大的正整数、全体>6 偶数、全体正的奇素数、全体>6 哥德巴赫数，进行逼近运算、分析判断的理论根据，它是合乎逻辑的；例如说明中对逼近运算的理解，尽管命题不同道理却是相同的 。

这里集合 A' 表示 p_1+p_2 的不同值个数的使论点成立的所有有限序数的全体。零或正整数是有限序数，而且是有限基数，并且当作基数来看，它们之间的大小关系仍旧保持，所有有限序数的全体是一个集合 ω，所有有限基数的全体可以保持次序的变上所有有限序数的全体 ω ，所以表示 p_1+p_2 的不同值个数的有限基数也可用有限序数来表示；>6 的不同偶数个数亦如此。

ω 是最小的超限序数，所有正整数的全体也是一个集合。p_1+p_2 的值是有限序数，在 p_1 的不同奇素数值永远无限的给定下去的过程中，正整数 x 始终无限增大，(即 当 $x\to\infty$ 时 p_1 、 $p_2\leqslant x$ ） 同时>6 而不超过 x 的不同偶数个数也无限增大，而>6 的偶数本身是有限序数，无论它的值多么的大却必然小于 ω，把表示>6 的不同偶数个数的所有有限序数的全体记作集合 ω'。在≤ 6 的范围内、≥6 的偶数为 0 个， 在非 p_1 、 p_2 的取值范围内 p_1+p_2 为 0 个；则$\varnothing\in\omega'$， $\varnothing\in A'$，由排队定理，如果把集合｛6，8，10，12……｝保持次序的变上一个序数的话，由 $y=\dfrac{x_1^{'}-6}{2}$ ，$x_1^{'}=2y+6$ ，这个序数是｛0，1，2，3……｝，也就是 ω 。>6 的不同偶数个数指的是基数，由基数的定义，一对一变换的最小序数是 ω，由此推得 $\omega'=\omega$ 。

由（1）和（2）的证明，$1\in A'$，A' 包含于 ω'，若（$n=k$ 时）$k\in A'$，则推得恒有（$n=k+1$ 时）$k+1\in A'$ 、那么 $A'=\omega'$ 即 A' 也是表示>6 的不同偶数个数的所有有限序数的全体 ω，参考《数学手册》。

因为 x 是正整数值由一个充分大的值开始可以任意变大的变量，当正整数 x 无限增大时，不超过 x 的偶数随之可以任意的大，但 x 的值终归是有限序数，>6 而不超过 x 的不同偶数的全体集合 $\boldsymbol{B}$、包含于全体>6 的不同偶数的集合 $\boldsymbol{C}$ ，即 $\boldsymbol{B}$ 包含于 $\boldsymbol{C}$ 。当 x 的值取一切充分大的正整数 x_1 ， $x_2\cdots\cdots x_j\cdots\cdots$（$j$ 为正整数， j=1，2，3……）时、集合 $\boldsymbol{B}$ 等

集合 C，即 B=C。又因 p_1+p_2 的值为>6 的偶数，则 p_1+p_2 的不同值的个数不可能超过全体>6 的不同偶数的个数；则 A'包含于 ω' 。

由（1）和（2）的证明可知，对于 n 为一切>6 的不同偶数的个数时，都可以取到 n 个互不相同的 p_1+p_2 值，满足：$2m_1=(p_1^{'}+p_2^{'})R_1$ ，$2m_2=(p_1^{''}+p_2^{''})R_2$（**引理 3.2 获证**）。

4.定理的证明

讨论自变量为 p_1 、 p_2、R' ，$R'>0$ 且为有理数、 $R\in R'$ 的函数式：$y=f(u,R')=\dfrac{u}{R'}$ ，$u=(p_1+p_2)R'$ ，把 u 的值域确定为>6 的一切不同偶数，并由小到大依次排列，u 的所有不同函数值的集合记作 X，即所有>6 的不同偶数组成的集合，把 $y=\dfrac{u}{R'}$ 所有不同函数值的集合记作 Y 。

4.1 $2m_1$ ，$2m_2$ 是集合 X 中的任意两个不同的元素、因为 $2m_1\neq 2m_2$，由引理 3.2 得 $p_1^{'}+p_2^{'}\neq p_1^{''}+p_2^{''}$ （R_1 、 $R_2\in R'$）

则: $\dfrac{(p_1^{'}+p_2^{'})R_1}{R_1}\neq\dfrac{(p_1^{''}+p_2^{''})R_2}{R_2}$ (不等式两边的值是 Y 中的两个不同元素)

由此可知集合 X 中所有不同的元素在集合 Y 中对应的元素可以互不相同，同时 X 中任意两个不同元素 $2m_1$ ，$2m_2$ 分别对应的 $p_1^{'}$ 、$p_2^{'}$ 、R_1 与 $p_1^{''}$、$p_2^{''}$ 、R_2 是自变量 p_1 、 p_2、R'的不同组值，即此时 X 中所有不同元素对应的自变量 p_1、p_2 、R'的值组是互不相同的。

表明了对于任意一个>6 的偶数 $2m$ 必然存在一组适当的 p_1 、 p_2 、R 值、满足 $2m=(p_1+p_2)R$ 、而且满足 $2m$ 在集合 Y 中对应的元素与 X 中任何不同于 $2m$ 的元素在 Y 中对应的元素不相同。否则若 X 中某个元素 $2m'$满足 $2m'=(p_1+p_2)R'$的任何一组 p_1 、 p_2 、R'值、都不满足 $2m'$与不同的元素在 Y 中对应的元素不相同，则与 4.1 矛盾。

$u=(p_1+p_2)R'$中自变量的取值范围（定义域）确定为只取这样适当组的 p_{1s} 、 p_{2s} 、R_s 值，$p_{1s}\in p_1$ ；$p_{2s}\in p_2$ ；$R_s\in R$ ；$p_{1s}\neq p_{2s}$ ，使每个 u 值唯一地对应一组 p_{1s} 、 p_{2s} 、R_s 值；每组 p_{1s} 、 p_{2s} 、R_s 值也唯一的对应一个 u 值。

对于每个>6 的偶数均必然存在一组适当的自变量 p_1 、 p_2 、R'的值；既是客观存在便可这样确定适当组 p_{1s} 、 p_{2s} 、R_s 值；定义域这样确定的实质是：在所有 p_1+p_2 的不同值的全排列中，唯一的选择一种不重复排列，因为 u 的值是由小到大排列的，两个数列依次一项对一项不重复取值，R'的取值情况随之而被确定了 。

为了便于表述把这样适当的每组 p_{1s} 、 p_{2s} 、R_s 值视作一个元素（p_{1s} ，p_{2s} ，R_s ），把所有不同的（p_{1s} ，p_{2s} ，R_s ）组成的集合记作 E ，则 $u=g$（p_{1s} ，p_{2s} ，R_s ）=

（p_{1s}+p_{2s}）R_s ；g 是集合 E 到集合 X 的一一映射。

把每组 u、R_s 值视作一个元素(u，R_s)，所有不同的(u，R_s)组成的集合记作 $\boldsymbol{D}$ 、由上述可知集合 $\boldsymbol{X}$ 与集合 $\boldsymbol{D}$ 中的元素是一一对应的，$\boldsymbol{X}$ 中任意一个元素 $2m$ 对应 $\boldsymbol{D}$ 中的（任意）一个元素（$2m$ ，R），$\boldsymbol{X}$ 中任意两个不同元素 $2m_1$ ，$2m_2$ ，分别对应 $\boldsymbol{D}$ 中的（任意）两个不同元素（$2m_1$，R_1），（$2m_2$ ，R_2）

a、由 4.1 可知、$\boldsymbol{D}$ 中的任意两个不同元素（$2m_1$，R_1），（$2m_2$ ，R_2）在 $\boldsymbol{Y}$ 中的像不同、则 f 是 $\boldsymbol{D}$ 到 $\boldsymbol{Y}$ 的单射；R_1 、$R_2 \in R_s$

b 、对于这样适当的自变量 p_{1s} 、 p_{2s} 、R_s 值，若 $y=\dfrac{(p_{1s}+p_{2s})R_s}{R_s}$，则 u=(p_{1s}+p_{2s}) R_s ，表明 $\boldsymbol{Y}$ 中的任一个元素都是集合 $\boldsymbol{D}$ 中某个元素的像， f 是 $\boldsymbol{D}$ 到 $\boldsymbol{Y}$ 的满射。

4.2 **a** 和 **b** 确定了 f 是 $\boldsymbol{D}$ 到 $\boldsymbol{Y}$ 的一一映射；而 $\boldsymbol{D}$ 与 $\boldsymbol{X}$ 中的元素一一对应、有>6 的所有不同偶数个数个不同元素，则集合 $\boldsymbol{Y}$ 中必有同样多个不同元素，且 $\boldsymbol{Y}$ 与 $\boldsymbol{X}$ 中的元素也是一一对应的。$y=\dfrac{(p_{1s}+p_{2s})R_s}{R_s}$ = p_{1s}+p_{2s} 即 $\boldsymbol{Y}$ 中的不同元素对应 $\boldsymbol{X}$ 中的不同元素，$\boldsymbol{X}$ 中的不同元素也对应 $\boldsymbol{Y}$ 中的不同元素，每个>6 的偶数唯一的对应一个 p_{1s}+p_{2s} 值。每个 p_{1s}+p_{2s} 的值也唯一的对应一个>6 的偶数； 因 p_{1s} ≠p_{2s} 均为奇素数、则 p_{1s}+p_{2s}>6 且为偶数。

又因 u=(p_1+p_2)R' ，y =f(u ，R')= $\dfrac{u}{R'}$ 中 y= p_1+ p_2 ，u 值是由小到大不重复全排列的>6 的一切偶数，可以把>6 的偶数不重复全排列每一种排法视作一个元素，则所有种不重复全排列的一切排法组成一个集合；根据集合论的构造完成思想，若把 p_1+ p_2 的所有不同值的不重复全排列的一切排法各确定一次；R'的有理数值始终是存在的。而且，若把 u 的>6 的一切偶数的不重复全排列的所有种排法也这样各确定一次；则 R'值仍然始终是存在的，因为无论按上述方法怎样确定排法集合 $\boldsymbol{X}$ 和 $\boldsymbol{Y}$ 的元素和它们的基数都是不变的，一切（或任何）>6 的不同偶数都能取到互不相同的 p_1+p_2 值满足 $2m_1$= $(p_1'+p_2')R_1$ ，

$2m_2$=$(p_1''+p_2'')R_2$ 。由此可知>6 的一切偶数的不重复全排列的每种排法皆对应了 p_1+ p_2 的所有不同值的不重复全排列的一切排法。而且要么 $\boldsymbol{X}$=$\boldsymbol{Y}$ 、二者元素的排法整体相同；要么 $\boldsymbol{Y}$ 是 $\boldsymbol{X}$ 的真子集，$\boldsymbol{Y}$ 中所有元素的不重复全排列的任意一种排法都是 $\boldsymbol{X}$ 中所有元素的不重复全排列的某种排法上的（前或后）一部分，两种情况必具其一；所以集合 $\boldsymbol{X}$ 和 $\boldsymbol{Y}$ 中的共同元素排列方法是一致的排法、即集合 $\boldsymbol{X}$ 与集合 $\boldsymbol{Y}$ 中的元素以相等的“对应”关系来对应的排法必然出现。而此时 $\boldsymbol{Y}$ 中的任意一个元素都对应（等）$\boldsymbol{X}$ 中的某个元素，$\boldsymbol{X}$ 中的任意两个不同元素在 $\boldsymbol{Y}$ 中对应（等）的两个元素不相同，集合 $\boldsymbol{X}$ 与 $\boldsymbol{Y}$ 的元素仍是个数相等且一一对应，则必然一一对等，$\boldsymbol{X}$ 和 $\boldsymbol{Y}$ 是两个相等的集合。

对此解释如下 ：根据超限归纳法: 由排队定理若把>6 的全体偶数按照有些规则排队编号时,将会出现大于 ω 的超限序数,以其中任意一种为例(只要一种成立同理可证所有种都成立)，超限序数记作α ;令序数 A''包含于α ,用 A''表示哥德巴赫数(p_1+ p_2 值)编号的序数 ,$\varnothing$

$\in A''$,如果对于任意一个序数$\boldsymbol{\beta}\in\alpha$,所有小于$\boldsymbol{\beta}$的序数$\gamma$,可取到编号依次由 0 至$\gamma$的互不相同的$p_1+p_2$值，即$\gamma\in A''$,因为无论>6 的全体偶数怎样排队、集合 $\boldsymbol{X}$ 的元素和它的基数都是不变的; 一切充分大的正整数、一切>6 的偶数、一切正的奇素数、一切>6 的哥德巴赫数，均包含着其所有元素的全体集合里没有最大元素的性质不变 ,正整数 $x\to\infty$ 的过程是一个永无终极的过程，永远无限的递推下去的规律贯穿这个过程的始终也是不变的 ;对于无限的全体ω来说，例如 x_1， x_1+1， x_1+2……， x_1+n， x_1+n+1…… 构造完（成）了时序数变成了ω，这个矛盾体是无限与完(成)了的并存——二者同时存在、缺一不可成其为无限的全体、即既对立又统一 ;例如所有序数就不能构成一个无限的全体，只具有无限性却不具有完了性，所以不能构成一个集合。通过无限的递推下去、从严格的逻辑意义上讲构造(或递推)完了无限的全体，无限的全体构造完(成)了本身就包含了一个永远无限递推(或构造）下去的过程；所以当哥德巴赫数(p_1+p_2值)的编号依次由 0 至γ时，那个永远无限递推下去的过程是不可能终止的，否则对无限的全体来说不存在无限也就不存在完(成)了;另一方面若不能再无限的递推或构造下去,是否 x_1， x_1+1，x_1+2……， x_1+n，x_1+n+1……已经构造完（成）了？ 然而，只有通过永远无限的递推或构造下去，才能实现（没有递推不到或构造不了的正整数，即没有例外的）“完了”（每个自然数都是所有小于它的自然数构成的集合）；所以若不能再无限的递推或构造下去了，就不能叫作永远无限的递推或构造下去的过程，也就谈不上什么构造完（成）了。表明了永远无限的递推或构造下去是 x_1， x_1+1， x_1+2……， x_1+n， x_1+n+1……构造完（成）了的充分而且必要条件，因为二者是等价的。由此可知当哥德巴赫数(p_1+p_2值)的编号依次由 0 至γ时，随着 p_1 值的给定，不可能使 x 的一切充分大的正整数值的全体已经构造完（成）了，也就是说不可能一切正的奇素数都已经全被给定过了，p_1 的奇素数值还可以再无限的给定下去；结合引理 3.3 可知可以取到编号依次由 0 至$\boldsymbol{\beta}$的互不相同的哥德巴赫数(p_1+p_2值)，即$\boldsymbol{\beta}\in A''$ 则 $A''=\alpha$。

假定:把集合 $\boldsymbol{X}$ 与 $\boldsymbol{Y}$ 中的所有元素以相等的“对应”关系来“对应”时，二者的元素不能构成一一对应(相等)。

那么$\boldsymbol{X}$中必定有一部分——当$x\to\infty$时有$E_b(x)$个非哥德巴赫数的偶数；由排队定理，在集合$\boldsymbol{X}$和$\boldsymbol{Y}$中的共同元素排列方法是一致的排法中，若规定所有表示哥德巴赫数编号(排序)的序数小于任一个表示非哥德巴赫数编号的序数,因为已证明了表示哥德巴赫数个数的所有有限序数的全体集合是ω，则此时表示这种排列中所有>6 偶数的编号的序数全体是超限序数α, 应为$\{0, 1, 2\cdots\cdots \omega, \omega+1, \omega+2\cdots\cdots \omega+E_b(x)\}$；则由上述的证明可知这部分非哥德巴赫数中的每个偶数，必定能取到一个与原有的哥德巴赫数互不相同的新的哥德巴赫数，$E_b(x)$个非哥德巴赫数和原有的>6 哥德巴赫数构成了全体>6 的不同偶数的集合；此时这 $E_b(x)$个新的哥德巴赫数 p_1+p_2的值,将既与前面原有的>6 哥德巴赫数(偶数)互不相等，也与这 $E_b(x)$个非哥德巴赫数(偶数)互不相等 ;否则与假定矛盾。由此推得有 $E_b(x)$个 p_1+p_2的值不是>6 的偶数 ,这与前提 p_1+p_2的值是>6 的偶数矛盾， 所以假定不成立。

由此可知 $y=p_1+p_2$随这两个奇素数取值的变化可得到>6 的任何一个偶数。又 6=3+3

则每个不小于 6 的偶数都是两个奇素数之和 ，即哥德巴赫猜想成立 ；而且每个大于 6 的偶数都是两个不相同的奇素数之和。（**定理获证** ）

参考文献

[1] 闵嗣鹤，严士健《初等数论》[M]高等教育出版社 1982 、9 ， 2 版 183、186-187

[2] 高等教育出版社《数学手册》[M] 1979、5， 1 版 2004、10 次印 173、1097-1101

[3] 徐本顺，解恩泽著《数学猜想集》[M] 2002、7 ， 5 版 142-144、199

[4] 同济大学应用数学系主编《高等数学》[M]高等教育出版社 2002 、7 ，5 版 上册 5-58

[5] 肖作武主编《高等数学基础》[M]中国人民大学出版社 2000 、9，1 版 88

[6] 王元，潘承彪主编《潘承洞文集》[M]山东教育出版社 2002 、12，1 版 252

[7] 孟凯韬著《哲理数学基础》[M]中国科技出版社 1999， 1 版 1-20

[8] 王元，杨德庄著《华罗庚的数学生涯》[M]科学出版社 2003、3 2 版

[9] 刘建亚《哥德巴赫猜想与潘承洞》 www.bai du. com 2004 . 11. 13

[10] 柯庆华《自然数与ω-规则的哲学探索》哲学在线 philosophyol.com 2004.4.10

[11] 倪子伟著《离散数学》[M]科学出版社 2001 、1 ，1 版

Goldbach guess(1 1)proof

Tang Zi zhou

(The middle school of Qie Mo County in Xinjiang 841900)

Abstract: Goldbach guess that each of the even- numbered not less than six and are two prime numbers ，namely(1 1)。

According to the axioms of the theory of the several and the theory of the assembly ，dialectics， the theory of the induction of the mathematics， transformation methodsof the proposition， reduction to absurdity; the methods of the given prime number and with mapping the theory and one-to-one counterpart rules and numbers Series arrange rules， the guess was demonstrated that establishment； and each of the even-numbered more than six are two different ki prime numbers and the establishment of the axioms。

Keyword: One-to-one counterpart ; Great low endless; When $x\to\infty$; The structure end(a) ; The individual unity of opposites contradictions