辨证集合数论的应用

唐子周

新疆、且末县中学841900

tzz689@163.com

摘要：应用辨证集合数论可以分析 “在正整数数列中质数的个数比起全体正整数的个数来说，是非常少的” 这种说法有矛盾；解释所有序数为什么不能构成一个集合简单明了；揭示出了无限的全体中无限与完（成）了的辨证关系及其意义；解释了为什么可以对无限的全体进行逼近运算、分析判断；还可终结实无限与潜无限的长期分争。通过这五点应用反映出这一新理论的实用价值。

关键词：辨证集合数论；基数；序数；实无限

1. 引言

辨证集合数论这一新理论，是本人在哥德巴赫猜想（1+1）的证明[1]过程中提出的，这篇文章给出了辨证集合数论的五点应用。

把集合论、数论，辨证法的对立统一规律有机的结合，把集合论、 数论融为一体，处处用集合论的构造完成思想来理解数论中有关无穷问题的定理;为了便于真正做到三者有机的结合、简称之为辨证集合数论。

本篇通过应用举例进一步揭示了这一新理论的意义，及其科学性和实用价值。有利于树立正确的无穷观，科学的处理无穷问题。

2. 辨证集合数论的应用举例

2.1. 集合论、数论、辨证法脱节会导致错误

高等数学教材<<初等数论>>[2]教科书第202 页中有:“在正整数数列中质数的个数比起全体正整数的个数来说，是非常少的”；用辨证集合数论这一新理论,可以分析这种说法有矛盾。

因为全体正整数数列应表示为:1 , 2 , 3 ......n , n+1 ......；这个数列是永无终极的, 而全体正整数构成了一个集合，全体正整数的个数指的是基数, 应为card(ω)，即可数无穷集的基数阿勒夫零。由定理 $\lim\limits_{x\to\infty}\pi(x)=+\infty$，素数的个数无穷多, 且不存在比card(ω)小的超限基数,

而全体质数包含于体正整数, 则全体质数的个数即基数也是card(ω) ;所以说“在正整数数列中质数的个数比起全体正整数的个数来说，是非常少的”，这种说法不符合集合论的逻辑，与事实矛盾；产生这种矛盾的原因是集合论与数论的脱节, 没有用集合论的构造完成思想来理解数论定理的推论： $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\pi(x)}{x}=0$ 。这里给出参考说法：当$x\to\infty$时，不超过x 的素数个数与正整数x 趋向无穷大的“快慢”程度比较中有： $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\pi(x)}{x}=0$ 。

2.2. 解释所有序数为什么不能构成一个集合简单明了

因为集合论把无限的全体作为一个构造完成了的东西，所以，“ 构造完成了时”：指的是作为一个无限的全体（集合）考虑时。

例如：一切充分大的正整数，说 x_1 ，x_1+ 1 ， x_1+2，……，x_1+n ，x_1+n+1，……“ 构

造完成了时”，就是指把 x_1，x_1+1， x_1+2，……，x_1+n，x_1+n+1，……作为一个无限的全体（集合）、$\{x_1, x_1+1, x_1+2, \ldots, x_1+n, x_1+n+1, \ldots\}$考虑时。至于全体正整数，全体大于 6 的偶数数，全体奇素数道理也是一样的。

对于无限的全体 ω 来说，例如x_1，x_1+1，x_1+2……，x_1+n，x_1+n+1……；构造完（成）了时序数变成了 ω，这个矛盾体是无限与完(成)了的并存——二者同时存在、缺一不可成其为无限的全体、即既对立又统一 。例如所有序数[3]就不能构成一个无限的全体，只具有无限性却不具有完了性，所以不能构成一个集合。

2. 3. 揭示出了无限的全体中无限与完（成）了的辨证关系及其意义，也解答了有关问题

2. 3. 1 取一切充分大的正整数值，是怎么取的？

2. 3. 2 x 的一切充分大的正整数值如何构造完（成）了？

2. 3. 3 数学归纳法递推的过程是有限还是无限的？

2. 3. 4 为什么说无限的全体是一个对立统一的矛盾体？

正整数 $x\to\infty$的过程是一个永无终极的过程。在这个过程中所说的 x 取一切充分大的正整数值，就是把一切充分大的正整数 x_1，x_1+1， x_1+2，……x_1+n， x_1+n+1，……的全体看作一个集合$\{x_1, x_1+1, x_1+2, \ldots x_1+n, x_1+n+1, \ldots\}$。

把无限的全体$\{0, 1, 2, 3 \ldots n, n+1 \ldots\}$作为一个构造完（成）了的东西（这里指的是最小的超限序数 ω[3]，同理一切包含于 ω 的无穷集合也是如此）。该无限的全体其实是一个对立统一的矛盾体，它既存在着无限与完（成）了的对立，又存在着二者的统一。它存在着自身构造完了的规律——数学归纳公设(数学归纳法原理)，通过无限地递推下去，从严格的逻辑意义上讲构造（或递推）完了无限的全体。这里“完了”即完（成）了，也就是说没有例外，没有递推不到或构造不了的正整数了。

具体表示为：x_1，x_1+1， x_1+2，……x_1+n， x_1+n+1，……

构造完（成）了时，序数变成了 ω。这个数列是永无终极的，把它看作一个无限的全体，该无限的全体具有无限性。把一切充分大的正整数的全体组成的集合记作 G，即$\{x_1, x_1+1, x_1+2, \ldots x_1+n, x_1+n+1, \ldots\}$；用 H 表示我们可以依次取到的所有充分大的正整数组成的集合，显然 H 包含于 G 。当 $x=x_1$ 时，$x_1\in H$；若 $x= x_1+n$ 时，$x_1+n\in H$；那么 x_1+n+1 仍是充分大的正整数，仍属于有限的数,是可以取到的，则 $x_1+n+1\in H$。由上述推理可知：$x_1+1\in H$，$x_1+1+1= x_1+2\in H$，如此无限地递推下去，对于一切（或任何）充分大的正整数皆属于集合 H，则 $H=G$；而且 H 与 G 是相同的排队集合，集合 G 变上的序数是集合 ω，即$\{0, 1, 2, \ldots, n, n+1, \ldots\}$，也就是集合 G 与集合 ω 按照 $y=u-x_1(u\in N_+ \text{且} u\ge x_1)$ 构成一一映射。也可以说是 x_1，x_1+1， x_1+2，……，x_1+n，x_1+n+1，……由小到大依次全部编号，所得序数为 ω。

集合 H 构造完（成）了的同时，集合 ω 也按照同样的道理相应的构造完（成）了；从严格的逻辑意义上讲构造（或递推）完了无限的全体。这便是该无限的全体的完了性，即该无限的全体没有例外的充分大的正整数了。

集合论认为一般的构造方法是：每个自然数都是所有小于它的自然数构成的集合，即自然数可以定义如下：

$0=\phi;1=\{0\};2=\{0,1\};3=\{0,1,2\};4=\{0,1,2,3\};\cdots\cdots$ [4]

所以，无限的全体构造完(成)了本身包含了一个永远无限递推（或构造）下去的过程 。正如每个自然数都是有限的，而所有自然数的全体却是一个无限的全体一样；任何一个自然数都是有限步能够递推到的，然而每个自然数都不能代表所有自然数的全体。 自然数公理和数学归纳法原理皆认为与自然数相关的许多无穷数目的命题能够通过递推解决了，集合论认为能够构造完（成）了；那么这个递推或构造完（成）了的过程显然是一个无限的过程，否则只能解决有穷数目的命题。

由上述分析可知，证明无穷数目的命题所采用的数学归纳法实质上有一个无限递推的过程。 既然自然数公理和数学归纳法原理承认与自然数相关的许多无穷数目的命题能够通过递推解决了（见[4]中自然数公理第⑤条），集合论承认能够构造完（成）了；事实上就已经承认了这个无限递推的过程。正是通过这个过程才能实现构造（或递推）完了无限的全体，只是大家不注意二者的等价关系罢了。也就是说上述的表示过程表明了： x 的一切或全体充分大的正整数值构造完（成）了，离不开 x 的值由 x_1 开始无限递推（或构造）下去的过程；另一方面，只要 x 的值由 x_1 开始无限递推（或构造）下去 ，x 的一切或全体充分大的正整数值就能构造完（成）了。所以，二者是等价的。说无限的全体构造完成了、就一定存在无限递推（或构造）下去的过程；说 x 的值由 x_1 开始无限递推（或构造）下去、就一定能构造完（成）了。其理论根据是自然数公理、数学归纳法原理和集合论的构造完成思想 。

另外根据<<离散数学>> [4] 中集合的归纳定义法，有限次的组合得到的是无穷集的元素，而无限的构造(或递推)才能得到(完成了)无限的全体，即可数无穷集。

上述的表示过程已经表明了： x_1 ，x_1+1 ，x_1+2，……， x_1+n ，x_1+n+1，…… 这个无限的全体是如何构造完（成）了的。

2.4.解释了为什么可以对无限的全体进行逼近运算、分析判断

因为根据《哥德巴赫猜想（1+1）的证明》文中规定x的取值范围，下面四种说法是彼此等价的：

当 $x\to\infty$时；

当 x 取一切充分大的正整数值时；

x 的一切或全体充分大的正整数值构造完（成）了；

x 的值由 x_1 开始无限递推（或构造）下去的过程。

当 $x\to\infty$时， 即当 x 无限增大时，x 能够取一切充分大的正整数值，其实 x 的一切或全体充分大的正整数值能够按照集合论的构造方法构造完（成）了， 上述三者都离不开一个无限递推（或构造）的过程。反过来，若有了 x 的值由 x_1 开始无限递推（或构造）下去的过程，x 的一切或全体充分大的正整数值就能按照集合论的构造方法构造完（成）了，x 就能取到一切充分大的正整数值，x 的值必然无限增大。

x 的一切或全体充分大的正整数值构造完（成）了，离不开 x 的值由 x_1 开始无限递推（或构造）下去的过程；另一方面，只要 x 的值由 x_1 开始无限递推（或构造）下去 ，x 的一切或全体充分大的正整数值就能构造完（成）了。所以，二者是等价的。说无限的全体构造完成了就一定存在无限递推（或构造）下去的过程；说 x 的值由 x_1 开始无限递推（或构造）下去就一定能构造完（成）了。事实上说的就是 x_1 ，x_1+1 ， x_1+2，…… x_1+n ， x_1+n+1，……（这个永无终极的过程）与集合$\{x_1$ ，x_1+1 ， x_1+2，…… x_1+n ， x_1+n+1，……$\}$的关系。

同理两两互推，可知这四者是彼此等价的 。其理论根据是自然数公理、数学归纳法原理和集合论的构造完成思想 。所以《哥德巴赫猜想（1+1）的证明》文中根据数论中有关的素数定理及推论，当 $x\to\infty$时 ，可用极限方法逼近运算， 以反映 x 的一切或全体充分大的正整数值构造完（成）了时 ，对应函数值的必然趋势或结果 ；也就是所说的用极限方法对无限的全体进行逼近运算、分析判断。

这符合公理集合论；也是在这种乍看起来好似矛盾（其实一致）的情况下对一切充分大的正整数、全体＞6偶数、全体正的奇素数、全体＞6哥德巴赫数，进行逼近运算、分析判断的理论根据；它是合乎逻辑的，例如《哥德巴赫猜想（1+1）的证明》一文说明中对逼近运算的理解。

《哥德巴赫猜想（1+1）的证明》一文中采用数学归纳法利用了无限的全体的无限性，对无限的全体进行逼近运算、分析判断利用了无限的全体的完了性，上述的辨证关系、等价关系至关重要； 总之哥德巴赫猜想（1+1）的证明也是辨证集合数论的一个应用。

2.5. 可以终结实无限与潜无限的长期分争

以序数为例：因为所有有限序数的全体 ω 是实无限,而“所有序数”就不能构成一个集合是潜无限,实无限和潜无限“只不过是一枚铜钱的两个面罢了”，二者同时存在缺一不可,即既对立又统一。没有有限序数也就无所谓超限序数，反之亦然。没有实无限也就无所谓潜无限，反之亦然。

所以辨证集合数论还可结束集合论的构造完成思想的实无限与否认实无限的潜无限的长期分争。

3. 结论

综上所述,辨证集合数论这一新理论的理论根据是,辩证法的对立统一规律,集合论的理论和数论的公理及定理,揭示的是无限的全体的本质和规律,其用途是广泛的，应用实例不胜枚举；其科学性毋庸置疑,实用价值更不可低估！

参考文献

[1] 唐子周著，《哥德巴赫猜想（1+1）的证明》中国科技论文在线2006 年10 月13 日

[2] 闵嗣鹤，严士健著《初等数论》[M]高等教育出版社2003 年7 月3 版 ，202 页

[3] 数学手册编写组《数学手册》[M] 高等教育出版社1979 年5 月1 版10 次印刷，1093-1101 页

[4] 尹宝林 何自强 许光汉 檀风琴著<<离散数学>>[M]高等教育出版社 2004.7 2 版 97，143

The application of dialectical set number theory

Tang zizhou

(Qie mo county middle school. Xinjiang, 841900)

Abstrct: the dialectical set number theory can be used to analyze “in sequence of positive integer numbers the cardinal of prime number is less than the cardinal of positive integer numbers”, this is contradictory; to explain why all the ordinal can not construct a set easily and clearly; to reveal the meaning and the dialectical relation between infinite and complete in whole infinite; explains why whole infinite can be approximately operation ,analytical judgement ; to end up the long-term disputation between real infinite and latent infinite. With these five applications it reflects this new theory utility value.

Key words: dialectical set number theory;basic number;ordinal; real infinite