

输电塔架与输电塔-线耦联体系风振响应风洞试验研究

赵桂峰¹, 谢 强¹, 梁枢果², 李 杰³

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 武汉大学 土木建筑工程学院, 湖北武汉 430072;
3. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092)

摘要:为研究高压输电塔-线耦联体系与输电塔架的风振动力响应特点,以某典型 500kV 高压输电线路结构为原型,设计制作了单塔与塔-线体系的完全气弹模型,进行了多个风向角、多级风速下的单塔和塔-线体系在紊流风场中的完全气弹模型风洞试验。试验结果表明:在紊流风场中,输电塔结构的顺风向响应和横风向响应处于同一数量级,塔-线体系与单塔相比,其风致敏感性增强,塔-线模型中输电塔的振动较单塔振动复杂,塔顶位移响应较单塔增加幅度较大,强风时塔-线体系的耦合振动现象较为明显,其振动响应表现出非线性系统特有的动力现象,振动过程中系统自振特性不断变化,风致振动激起了线性系统未有的振动频率。输电塔-线体系的结构设计需合理考虑输电塔与输电线的耦合振动对结构动力特性的影响。

关键词:输电塔-线体系;单塔;气弹模型;风洞试验;非线性振动;风致破坏

中图分类号:TM75 TU317.1 TU311.3 文献标志码:A

Wind tunnel test on wind-induced response of transmission tower and tower line coupling system

ZHAO Guifeng¹, XIE Qiang¹, LIANG Shuguo², LI Jie³

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;
2. School of Civil and Building Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China;
3. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: In order to investigate wind induced dynamic responses of high-voltage transmission tower and tower-line coupling system, aeroelastic models were designed based on a typical 500kV transmission tower. The responses of the single tower model and the tower-line coupling system model were tested under the turbulent flow in a boundary layer wind tunnel. The results show that the magnitude of the along-wind response and that of the across-wind response in the turbulent flow is in the same order. The sensitivity of the responses of the tower-line coupling system model to the wind is higher than that of the single tower model. The displacement responses on the top of the tower in the coupling system are much larger than that of the single tower. The coupling vibration phenomena between the tower and the cables are very obvious under the strong wind. The natural oscillation characteristic of the tower-line coupling system changes constantly and the vibration frequencies different from the linear tower system are aroused, which reveals that the wind-induced vibration of transmission tower-line coupling system has strong nonlinear dynamic characteristics. It is concluded that the design process for tower and cables of transmission line system need consider the influence of the coupling vibration.

Keywords: transmission tower-line coupling system; single tower; aeroelastic model; wind tunnel test; nonlinear oscillation; wind-induced failure

基金项目:国家自然科学基金委员会创新研究群体科学基金项目(50621062),国家自然科学基金项目(50508026,50778135),霍英东教育基金会优选资助课题(114021)。

作者简介:赵桂峰(1978—),女,河南南阳人,博士研究生。E-mail:zgfsky@126.com

通讯作者:李杰(1957—),男,河南开封人,工学博士,教授。E-mail:lijie@tongji.edu.cn

收稿日期:2008年4月

0 引言

高压输电线路是电力系统中的输电载体,是一种应用广泛的重要的生命线工程设施。该类结构集高耸和大跨两种特征于一体,在风荷载作用下,导(地)线和输电塔之间相互作用,形成强烈耦合的空间非线性振动体系。近年来,随着国民经济建设的发展,电压等级不断提高,输电塔的高度不断增高,塔间跨距相应增大。风荷载引起的输电塔-线耦联体系的静力和动力响应的定量分析已成为其设计成败的关键因素之一^[1]。但是,由于问题本身的复杂性,输电线路的风荷载和风振响应问题目前尚无法从理论上完全解决,国际上也无统一的和较精确的分析方法来指导输电线路的抗风设计,导致大风倒塔事故(常见于高度小于60m的塔)时有发生^[2]。输电塔-线耦联体系的动力特性和风振响应的评估已成为风工程界长期关注且至今未能解决的重大研究课题之一。采用现场实测和风洞试验方法研究高压输电线路结构的动力特性和风振动力响应,对于理论分析和工程设计具有重要的参考价值。

输电线路的现场实测主要是对于输电塔-线体系的风振动力响应以及耦联体系的动力特性、耦联体系的气动阻尼的研究^[3-6],由于现场实测结果仅能反映特定场地的输电塔-线系统的动力响应特性,而不能反映结构本身参数变化对动力响应的影响规律,并且一旦线路带电运行时,高压电流的危险性以及电晕对测试仪器的干扰都将影响实测结果的精度,因此现有输电塔-线体系现场试验研究的结果仍有待完善。在另一方面,气动弹性模型风洞试验是研究输电塔-线系统动力特性和风振响应的有效方法,也得到了广泛的应用^[7-17];而且现有的风洞试验研究多是对输电导(地)线、单杆输电塔或是大跨越输电线路的研究^[7-16]。设计准确的完全气弹模型更为稀少,在风洞实验室中再现输电塔倒塔现象及机理的试验尚未见及。有鉴于此,本文以某500kV高压送电线路的输电塔为原型,设计制作了该线路系统的气弹模型,分别对单塔和塔-线系统进行了气弹模型风洞试验研究,通过试验结果分析,揭示了高压输电塔-线系统的动力特性和风振响应特点,为输电线路的理论研究和工程设计提供参考。

1 塔-线体系气弹模型设计及风场模拟

本次风洞试验的模型是以某500kV高压送电线路的输电塔为原型设计的,该线路输电塔原型结构

是呼高为39m的猫头塔型,塔腿根开为8.95m×6.772m,塔的构型及塔腿尺寸的单线图如图1所示。

关于该线路原型的更详细参数、相似比的选取以及气弹模型的详细制作过程可参见文献[17],试验风速的参考高度为距离塔腿底部水平面1.2m高度处的风速,图1c给出试验风速来流方向θ的示意图,表1给出了输电塔原型与模型的主要构件规格,制作好的模型如图2所示。

为准确测得气弹模型的风振响应,合理的模拟结构所处场地的风场环境也是非常重要的。考虑到

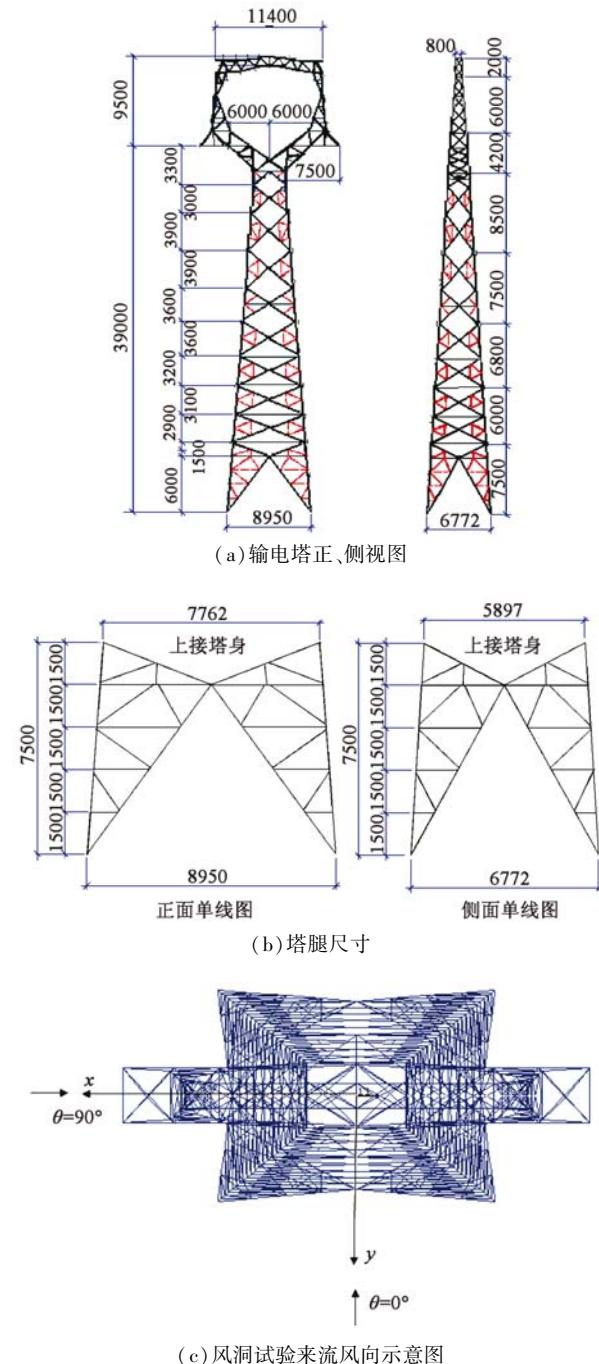


图1 输电塔原型结构构型
Fig. 1 Configuration of the tower's prototype

表 1 输电塔构件规格

Table 1 Member size of transmission tower

实际杆件规格	模型杆件规格	EA /kN	
		期望值	模型值
L140 × 10		20.00	18.85
L125 × 10		17.78	18.85
L125 × 8	不锈 钢管	14.34	18.85
L90 × 8		10.19	18.85
L90 × 7		8.97	10.12
L80 × 6		6.84	10.12
L75 × 5	φ0.3 × 0.07	5.37	10.12
L70 × 5		5.00	10.12
L63 × 5		4.48	6.93
L56 × 5		3.96	6.93
L56 × 4	不 锈 钢 弦	3.2	6.93
L50 × 5		3.52	6.93
L50 × 4	φ0.21	2.84	6.93
L45 × 4		2.55	6.93
L40 × 3		1.71	6.93
L40 × 4		2.25	6.93



(a) 单塔气弹模型



(b) 塔-线体系气弹模型

图 2 输电线路气弹模型

Fig. 2 Aeroelastic model of transmission tower and tower-line system

该输电线路原型处于乡村空旷地带,属于B类地貌,根据规范要求的平均风剖面和紊流度剖面,采用在试验风速入口处设置挡板、二元尖塔旋涡发生器以及在风洞底壁设置粗糙元的方法模拟紊流风场,详细地模拟过程以及测得的平均风剖面、紊流度剖面和顺风向脉动风速功率谱可参见文献[17]。

2 测点布置及试验工况

2.1 测点布置

试验时主要采用加速度传感器和激光位移计测量输电塔塔头部位的风振响应,在模型输电塔的塔头上布置了7个测点,测点布置如图3a所示,其对应的测试内容如表2所示。同时采用应变片测量绝缘子和导(地)线上的风致动应变响应,应变片编号对应位置如图3a、3b所示,测试内容如表3所示。由于动应变的采集仪器和输电塔模型上振动信号的采集仪器是通过不同的平台控制的,所以在编号时应变片编号和加速度传感器与激光位移计的编号是独立进行的。

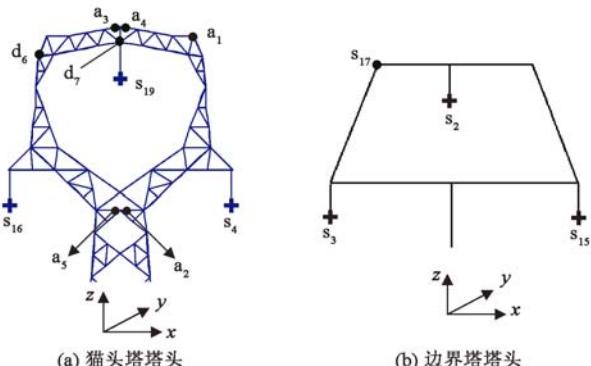


图 3 试验模型上测点布置示意图

Fig. 3 Layout of sensors on test model

表 2 输电塔模型上传感器测试内容

Table 2 Testing items of sensors on tower model

测试内容	传感器编号
顶部右端y向加速度	a ₁
中部中心处y向加速度	a ₂
顶部中心处x向加速度	a ₃
顶部中心处y向加速度	a ₄
中部中心处x向加速度	a ₅
顶部x向位移	d ₆
顶部y向位移	d ₇

2.2 试验工况

本文介绍的风洞试验的对象为单杆输电塔模型和塔-线耦联体系模型(有附加横隔模型塔)。试验工况包括:

(1) 单杆输电塔模型的动力特性,风向角为0°、30°、45°、60°、90°时的B类场地紊流场加速度响应以

表3 绝缘子与输电线上应变片测试内容**Table 3 Testing items of strain gauges on insulators and cables**

测试内容	应变片编号
上层导线的动应变	s ₂
下层左侧导线的动应变	s ₃
模型塔上右侧绝缘子的动应变	s ₄
下层右侧导线的动应变	s ₁₅
模型塔左侧绝缘子的动应变	s ₁₆
左侧地线的动应变	s ₁₇
模型塔上中间绝缘子的动应变	s ₁₉

及塔头位移响应。试验风速级数范围为 1~7m/s, 间隔 1m/s 递增。

(2) 塔-线耦联体系的动力特性, 测量 B 类场地紊流场中输电塔的加速度响应、输电塔塔头位移(x 、 y 轴向位移)、导(地)线的动应变以及绝缘子动应变, 风向角为 60°、90°, 试验风速级数范围为 2~6m/s, 间隔 0.5m/s 递增。

试验时采样频率均为 200Hz, 采样时间为 220s。

3 试验结果及分析

3.1 自振特性测试结果

采用人工激励的办法, 对模型做自由振动试验, 保存各通道的数据。对塔顶的加速度响应数据采用经验模态分解(EMD)和随机减量方法相结合的办法来识别输电塔结构的自振频率和阻尼比。结构的动力参数识别结果如表 4、5 所示。可以看出, 在自由振动时, 导(地)线相当于附加在输电塔塔头的质量阻尼器, 使得塔-线体系中输电塔的阻尼增大, 同时塔-线体系在 x 方向以及 y 方向前两阶自振频率比单塔结构的自振频率降低。说明导(地)线的存在使得输电塔结构的自振特性发生了较大改变, 尤其使体系变得更柔, 风致敏感性加强, 对于输电线路抗风是非常不利的。

表4 模型自振频率试验结果**Table 4 Testing nature frequencies of models**

频率	单塔实际值		单塔测试值		塔-线测试值	
	y 向	x 向	y 向	x 向	y 向	x 向
f_1 /Hz	1. 64	2. 22	8. 17	11. 47	3. 03	10. 06
f_2 /Hz	4. 89	6. 66	20. 73	25. 55	6. 64	—

注:—表示未识别出的值, 下同。

表5 模型阻尼比试验结果**Table 5 Testing damping ratios of models**

	y 向		x 向	
	ξ_1	ξ_2	ξ_1	ξ_2
单塔	0. 015	0. 024	0. 021	0. 018
塔-线体系	0. 025	0. 027	0. 073	—

3.2 单塔与塔-线体系在紊流场中的试验结果

图 4 给出了不同风向角时单塔模型部分测点加速度和位移的峰值与均方根响应, 可见, 在各风向角时, 单塔的加速度及位移的峰值与均方根响应随风速的增加而增加; 当试验风速小于 3m/s 时, 塔顶 a_3 、 a_4 测点的振动加速度随风向角的变化不大(图 4a~4d); 当试验风速大于 3m/s 时, 相同风速时 a_3 、 a_4 测点的振动加速度随风向角变化规律近似为: 在小风向角时加速度较大, 在大风向角时加速度较小; 试验风速大于 5m/s 时, a_3 的峰值响应在 45° 风向角时最大(图 4a), a_4 的峰值响应在 0° 风向角时最大(图 4c)。塔顶沿 x 向的位移在 60° 风向角时最大, 0° 风向角时最小(图 4e); 沿 y 向的位移在 0° 风向角时最大, 在 90° 风向角时最小(图 4g)。

将塔-线体系在 60° 和 90° 风向角时塔头部位加速度和位移的峰值与均方根响应与相同风环境时单塔的结果比较, 如图 5 所示。可以看出, 塔-线体系塔顶的加速度峰值响应随风速的变化较为复杂, 在一定风速范围, 加速度峰值响应随风速增加呈交替变化的现象, 而加速度均方根响应则随风速增加而增加; 由于导(地)线的影响, 塔-线体系塔顶 a_3 测点加速度峰值响应在 60° 风向角时较大, a_2 测点加速度响应在 90° 风向角较大; 位移响应则是当测点平面与来流方向垂直时响应较大, 随来流与测点平面之间夹角的增大而减小。可见, 无论是单塔或是塔-线体系, 各部位在不同紊流来流情况时的振动响应表现得较为复杂。

从相同来流情况时的响应比较发现, 塔-线体系塔顶 a_3 测点的加速度峰值、均方根响应大于单塔相应位置的加速度峰值与均方根响应值; 对 a_2 测点来说, 则是单塔的加速度峰值、均方根响应大于塔-线体系的加速度峰值与均方根响应。从图 6 可见, 在某些测点处, 塔-线模型中输电塔塔顶的振动大于单塔相应部位的振动, 说明在风致振动过程中, 尤其是在强风作用时, 导(地)线对输电塔的作用并非如自由振动或微风振动时仅提供阻尼作用那样简单, 而是导(地)线与输电塔成为一个整体振动, 并使塔-线体系的振动比相同风环境中单塔的振动更为复杂, 且比单塔的振动加剧。塔-线体系在塔头两个方向的位移响应均比同一位置单塔的位移响应显著增大, 其中, 在 90° 风向角时, 塔-线体系顺线路方向位移峰值响应比单塔的增大 3.5 倍, 位移均方根响应增大 1.7 倍; 顺风向位移峰值响应比单塔的增大 5.4 倍, 位移均方根响应增大 2.1 倍。由于塔顶的位移与塔体构件中的应力直接相关, 因此可以预测: 在同样的风环境中, 塔-线耦联体系中塔体构件中的应力将比同一单塔结构构件中的应力显著增加。可见, 强风时导

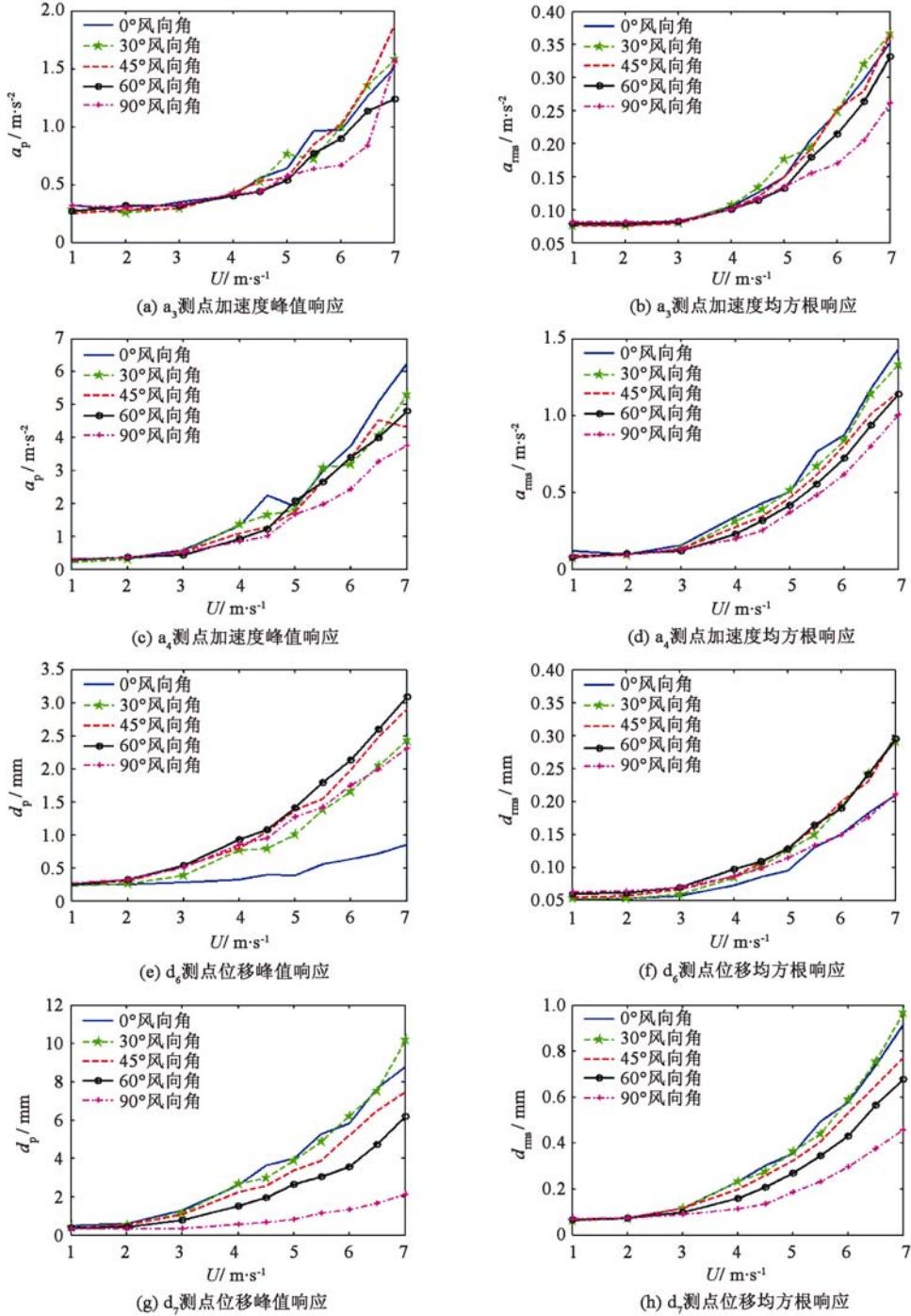


图4 单塔模型峰值响应与均方根响应

Fig. 4 Peak responses and root mean square responses of single tower

(地)线与输电塔的耦合作用对输电塔结构的抗风设计将造成非常不利的影响。

对于单塔与塔-线体系而言,沿输电塔 x 向与 y 向的响应均处于同一数量级,说明对于单塔和塔-线体系,其横风向风振响应与顺风向风振响应相当,在结构设计时不可忽视横风向风振响应的贡献。

3.3 单塔与塔-线体系紊流场中的响应频谱比较

图7、8分别给出了单塔、塔-线耦联体系在90°风向角时的加速度和位移响应功率谱密度以及塔-线体

系中导(地)线动应变响应功率谱密度。单塔结构的加速度响应主要受前两阶模态的影响,表现在其响应的功率谱分布主要为对应于第一、第二阶自振频率处的峰值分布。单塔的位移响应频谱主要由风荷载引起的背景分量和相应方向的一阶模态的共振分量组成,随风速增大,共振分量的振动幅度急剧增大,且远大于背景分量的振动幅度。

塔-线体系动力响应的功率谱分布远比单塔复杂。加速度响应的频谱不再是单塔时的两个独立的

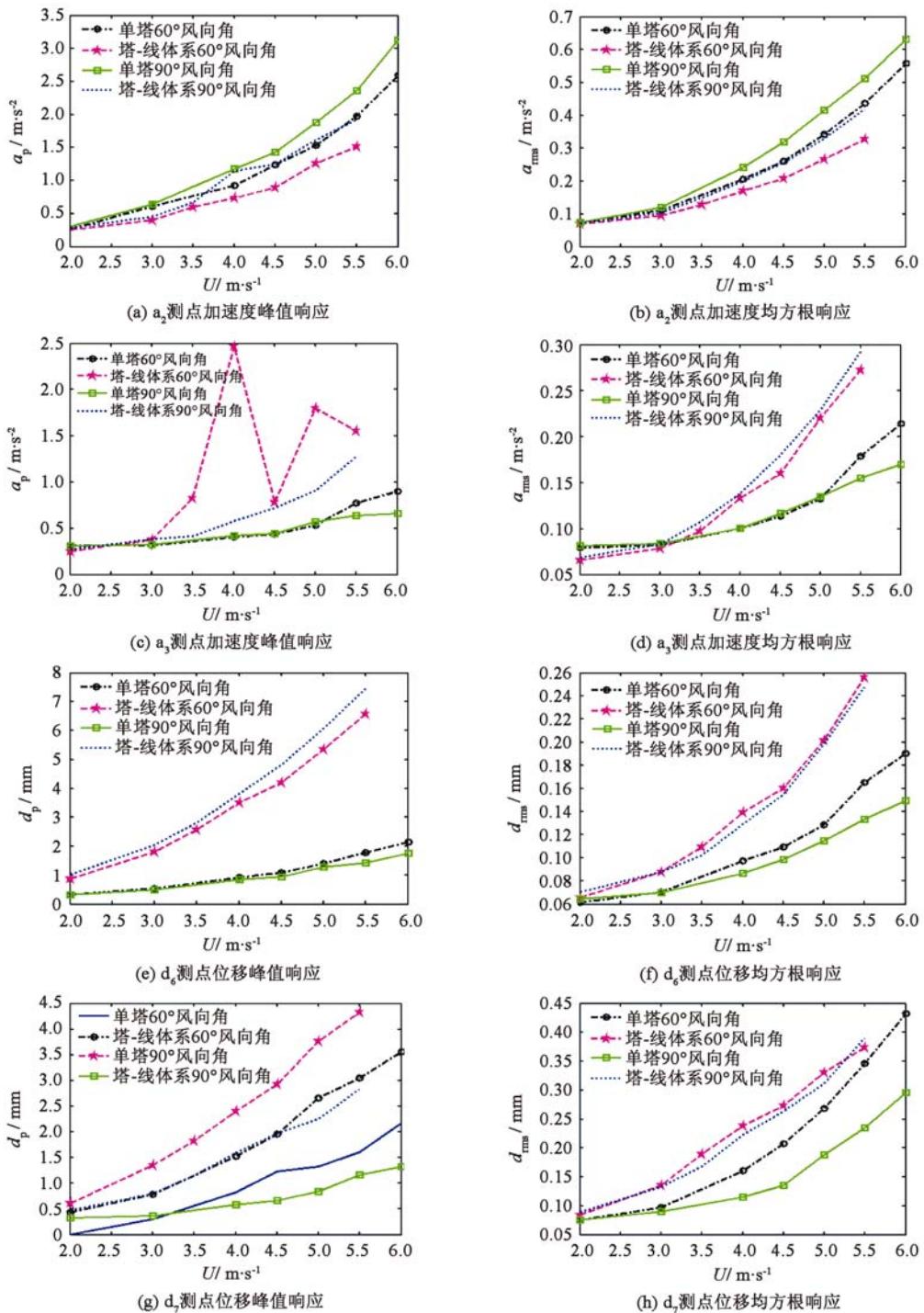


图5 单塔与塔-线模型峰值响应与均方根响应比较

Fig. 5 Comparison of peak responses and root mean square responses between single tower and tower-line models

峰值,而是在广泛的频段内分布着许多峰值,这些峰值处的频率包含了单塔结构和导(地)线的固有频率,此外还有许多不同于结构体系的固有频率出现。塔-线体系中输电塔结构位移响应的频谱中主要涵盖了输入荷载的能量频段和导(地)线的前几阶模态对应的频段,与相应部位的加速度响应功率谱比较发现,结构的振动中包含有相应单塔的固有模态的影响,同时也有导(地)线的固有频段模态影响以及风

荷载的影响。从导(地)线动应变功率谱可见,塔-线体系中导(地)线动应变响应的功率谱峰值随风速增加而大幅增加,频谱变宽且密集程度加剧,频谱中的高阶模态峰值频率包含了输电塔结构的低阶振动频率。可见高压输电塔-线体系中的导(地)线与输电塔是作为一个整体振动的,且具有很强的非线性振动特性,随风速增加,这种非线性振动特性加剧,体系的自振特性不断发生改变,而且模态密集耦合程

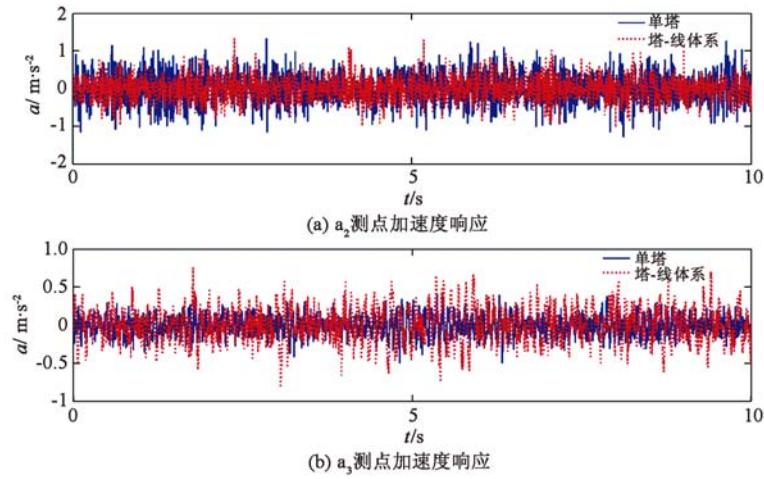


图 6 单塔与塔-线模型加速度响应比较 ($\theta = 90^\circ$, $U = 5.0 \text{ m/s}$)

Fig. 6 Comparison of acceleration responses between single tower and tower-line models

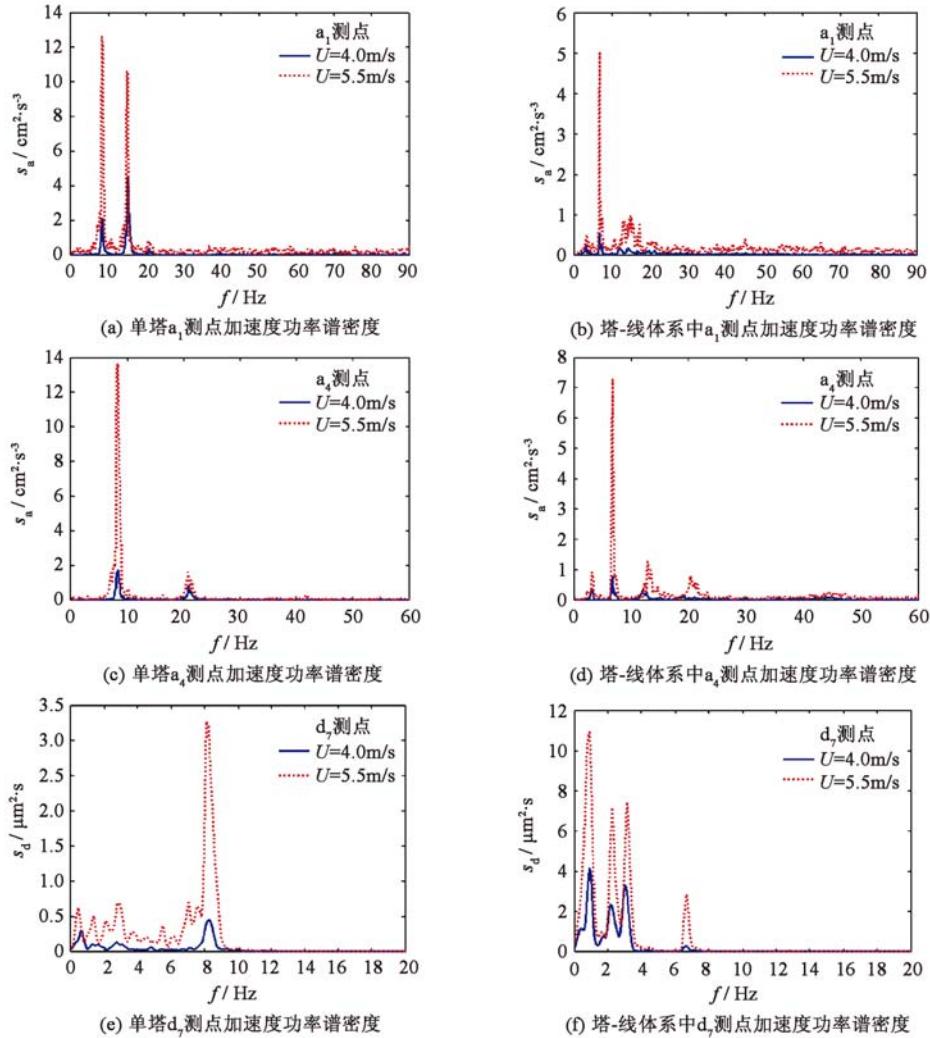


图 7 90° 风向角时单塔与塔-线模型加速度与位移响应功率谱密度比较

Fig. 7 Comparison of PSD between single tower and tower-line models with wind angle 90°

度加剧,由文献[18]的理论可推测,体系将可能发生非线性内共振。在试验过程中,塔-线体系在试验风速从 5.5 m/s 升至 6.0 m/s 的过程中发生了倒塔破

坏,如图9所示,破坏发生在塔架背风侧的塔身下部与塔腿主材构件。其破坏与此时系统的强非线性振动有关,相关的理论仍需进一步研究。

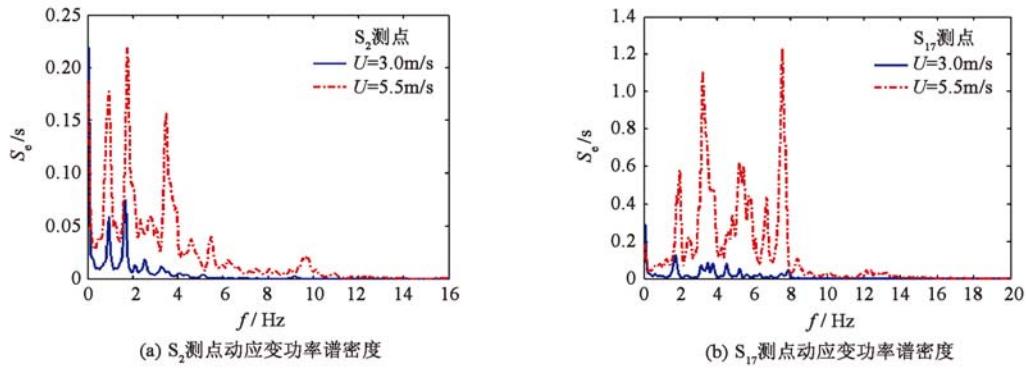


图 8 90°风向角不同风速时导(地)线动应变功率谱密度比较
Fig. 8 Comparison of PSD of dynamical strains of cables with different wind speeds

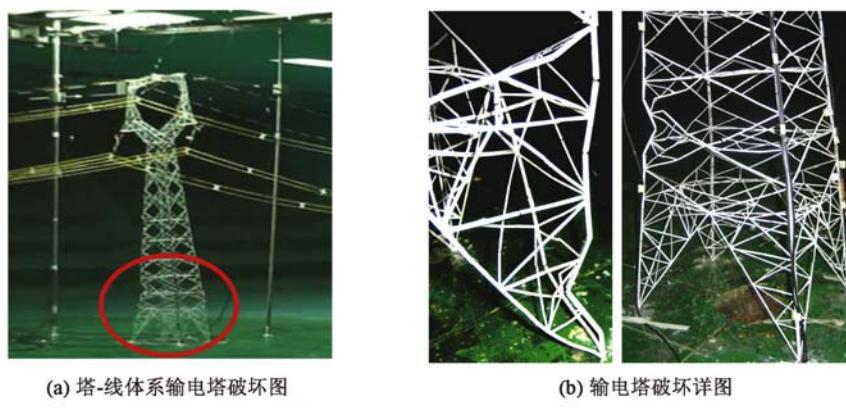


图 9 90°风向角塔-线体系中输电塔的风致破坏图
Fig. 9 Photographs of failure models of transmission tower in wind tunnel test

4 结论

(1) 本次风洞试验较好地模拟了塔-线体系的气弹特性,实现了在风洞试验中重现输电线路中输电塔结构的风致破坏,其破坏特点与实际线路在强风中输电塔的破坏特征一致,通过试验数据分析,初步确定了塔-线体系的风致振动具有本质非线性振动的特点。

(2) 在自由振动及微风振动情况时,塔-线体系气弹模型与单塔气弹模型相比,自振频率均比单塔结构的自振频率有所降低,尤其是第一阶自振频率降低幅度较多。在自由振动时,导(地)线的影响使得塔-线体系的阻尼较单塔显著增加。

(3) 在不同的紊流风场中,单塔模型与塔-线模型的横风向风振响应与顺风向风振响应幅值在同一数量级,在结构设计时不可忽视横风向风振响应的贡献。

(4) 在相同风环境中,导(地)线的存在使得塔-线体系的振动变得较为复杂,塔-线体系的位移响应比单塔的位移响应显著增大。由此可以推测,在同样的风环境中,塔-线体系中塔体构件中的应力将比

单塔结构构件中的应力显著增大。

(5) 强风时,塔-线体系的非线性耦合程度加剧,输电塔的破坏与体系的强非线性振动有关,数据分析结果显示,塔-线体系有发生非线性内共振的可能,故从非线性动力学角度入手,分析塔-线体系的内共振发生机理及振动特点,对揭示塔-线体系的风致破坏将具有重要的理论意义。

致谢:参加试验工作的还有汪大海、阎启、孙震、李素贞、王琴、严承涌、邹良浩、韩银全等老师和同学以及土木工程防灾国家重点实验室风洞实验室的任盛师傅,对他们的工作深表感谢。

参 考 文 献

- [1] Loredo Souza A M, Davenport A G. The influence of the design methodology in the response of transmission towers to wind loading [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2003, 91 (8):995-1005.
- [2] 谢强,钱摇琨,何涛,等.华东电网输电线路风致倒塔事故调查研究[R]//华东电网500kV输电线路高压输电塔抗风研究报告集.上海:同济大学土木工程学院现代混凝土结构与生命线工程研究所,2005.
- [3] Momomura Y, Marukawa H. Full-scale measurements of wind-induced vibration of a transmission line system

- in a mountainous area [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997, 72 (11-12) :241-252.
- [4] Okamura T, Ohkuma T, Hongo, et al. Wind response analysis of a transmission tower in a mountainous area [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2003, 91(1-2) : 53-63.
- [5] Diana G, Bruni S, Cheli F, et al. Dynamic analysis of the transmission line crossing “Lago de Maracaibo” [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1998, 74-76(1) :977-986.
- [6] Gurung C B, Yamaguchi H, Yukino T. Identification of large amplitude wind-induced vibration of ice accreted transmission lines based on field observed data [J]. Engineering Structures, 2002, 24(2) :179-188.
- [7] 楼文娟,孙炳楠,唐锦春. 高耸格构式结构风振数值分析及风洞试验[J]. 振动工程学报, 1996, 9(3) : 318-322. (Lou Wenjuan, Sun Bingnan, Tang Jinchun. Wind tunnel test and numerical computation on wind induced vibration for tall lattice tower [J]. Journal of Vibration Engineering, 1996, 9 (3) : 318-322 (in Chinese))
- [8] 程志军,付国宏,楼文娟,等. 高耸格构式塔架风荷载试验研究 [J]. 实验力学, 2000, 15 (1) :51-55. (Cheng Zhijun, Fu Guohong, Lou Wenjuan, et al. Research for the wind force on high-rise latticed tower [J]. Journal of Experimental Mechanics, 2000, 15 (1) :51-55. (in Chinese))
- [9] 邓洪洲,朱松晔,陈晓明,等. 大跨越输电塔-线体系气弹模型风洞试验[J]. 同济大学学报, 2003, 31 (2) : 132-137. (Deng Hongzhou, Zhu Songye, Chen Xiaoming, et al. Wind tunnel investigation on model of long span transmission line system [J]. Journal of Tongji University, 2003, 31 (2) : 132-137. (in Chinese))
- [10] 王世村,孙炳楠,楼文娟,等. 单杆输电塔气弹模型风洞试验研究和理论分析 [J]. 浙江大学学报:工学版,2005,39(1):87-91. (Wang Shieun, Sun Bingnan, Lou Wenjuan, et al. Wind tunnel test and theoretical analysis on aeroelastic model of single-rod transmission tower [J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2005,39(1):87-91. (in Chinese))
- [11] 郭勇,孙炳楠,叶尹,等. 大跨越输电塔-线体系气弹模型风洞试验[J]. 浙江大学学报:工学版,2007,41 (9) : 1482-1486. (Guo Yong, Sun Bingnan, Ye Yin, et al. Wind tunnel test on aeroelastic model of long span transmission line system [J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2007, 41 (9) : 1482-1486. (in Chinese))
- [12] Loredo Souza A M, Davenport A G. The effects of high winds on transmission lines [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1998, 74-76 (1) : 987-994.
- [13] Loredo Souza A M, Davenport A G. A novel approach for wind tunnel modeling of transmission lines [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2001, 89(11-12) :1017-1029.
- [14] Loredo Souza A M, Davenport A G. Wind tunnel aeroelastic studies on the behavior of two parallel cables [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2002, 90(4-5) :407-414.
- [15] Eguchia Y, Kikuchi N, Kawabata K. Drag reduction mechanism and aerodynamic characteristics of a newly developed overhead electric wire [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2002, 90(4-5) :293-304.
- [16] Kikuchi N, Matsuzaki Y, Yukino T, et al. Aerodynamic drag of new-design electric power wire in a heavy rainfall and wind [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2003, 91(1-2) :41-51.
- [17] 赵桂峰,谢强,梁枢果,等. 高压输电塔-线体系抗风设计风洞试验研究 [J]. 高电压技术, 2009, 35 (5) : 1206-1213. (Zhao Guijing, Xie Qiang, Liang Shuguo, et al. Wind tunnel test on wind resistant design of high-voltage transmission tower-line coupling system [J]. High Voltage Engineering, 2009 , 35 (5) : 1206-1213. (in Chinese))
- [18] Nafeh Ali H, Mook Dean T. Nonlinear oscillations [M]. New York: John Wiley & Sons, 1979.