

# 钢筋混凝土结构非线性阻尼地震反应谱研究

何益斌<sup>1</sup>, 樊海涛<sup>1,2</sup>, 周绪红<sup>3</sup>, 李 艳<sup>1</sup>, 肖阿林<sup>1</sup>, 黄 频<sup>1</sup>

(1. 湖南大学 土木工程学院, 湖南长沙 410082; 2. 烟台大学 土木工程学院, 山东烟台 264005;  
3. 兰州大学 土木工程与力学学院, 甘肃兰州 730020)

**摘要:**阻尼比对结构的地震反应有重要的影响,目前结构抗震设计阶段通常取阻尼比为常数,不能真实反映建筑物的阻尼机理。基于对钢筋混凝土建筑物非线性阻尼比的分析研究,通过数值分析,提出了建筑抗震设计反应谱的非线性阻尼比修正系数,建立了非线性阻尼比地震反应谱曲线。该曲线不仅考虑了设防烈度和场地条件对建筑物地震反应的影响,也可反映建筑物不同结构类型和结构振动过程中阻尼性能的变化对结构地震反应影响。非线性阻尼比地震反应谱曲线与现行建筑抗震设计规范中标准地震反应谱曲线之间能保持理论体系上的一致性,对工程设计具有一定的参考价值。

**关键词:**非线性阻尼比; 反应谱; 抗震设计

中图分类号:TU375 TU318.1 文献标志码:A

## Study on non-linear damping ratio response spectrum of reinforced concrete buildings

HE Yibin<sup>1</sup>, FAN Haitao<sup>1,2</sup>, ZHOU Xuhong<sup>3</sup>, LI Yan<sup>1</sup>, XIAO Alin<sup>1</sup>, HUANG Pin<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;  
2. School of Civil Engineering, Yantai University, Yantai 264005, China;  
3. School of Civil Engineering and Mechanics, Lanzhou University, Lanzhou 730020, China)

**Abstract:** Damping ratio, as a parameter that reflects capacity of dissipating energy and has significant influence on the vibrations of buildings, is regarded as a constant in the seismic design at present. It can not reflect the actual damping mechanism of buildings. Based on the non-linear damping ratio mechanism of reinforced concrete buildings proposed by the authors and numerical analysis, some non-linear damping ratio modification coefficients for seismic design spectrum are proposed, and non-linear damping ratio seismic design spectral models are established in this paper. The effect of seismic fortification intensity, site condition, structural type and the shift of damping ratio on the seismic response of buildings are taken into account in the seismic design spectrum. The spectral model with nonlinear damping ratio is in line with present seismic design spectral curves recommended in Chinese code for seismic design of buildings.

**Keywords:** non-linear damping ratio; response spectrum; seismic design

基金项目:国家自然科学基金项目(50778070)。

作者简介:何益斌(1965— ),男,湖南益阳人,工学博士,教授。E-mail:hyb2035@yahoo.com.cn  
收稿日期:2008年8月

## 0 引言

建筑物的阻尼性能对其振动反应有重要影响<sup>[1]</sup>,阻尼比是反映结构阻尼性能的主要参数。GB 50011—2001《建筑抗震设计规范》(以下简称现行规范)的地震作用计算中,考虑了阻尼比变化对反应谱曲线的影响<sup>[2]</sup>,这是对 GB 11—89《建筑抗震设计规范》<sup>[3]</sup>在反应谱理论上的重要改进。然而,现行规范反应谱理论仍然将阻尼比取为常数,如钢筋混凝土结构阻尼比为5%,这与建筑物阻尼机理不符,并且与阻尼实测结果相差较大。

近年来国内外大量研究表明<sup>[4-11]</sup>:建筑物的阻尼性能具有明显的非线性性质,其阻尼比随着结构变形的增大而提高;大量的建筑物阻尼比实测统计分析表明,高层和超高层建筑的阻尼性能较弱,远小于5%,因此采用5%的常阻尼比进行建筑结构地震作用分析,可能得到偏于不安全的分析结果,以此为依据的建筑结构抗震设计将存在安全隐患。文献[12]分析简谐荷载和风荷载作用下,非线性阻尼结构的振动反应,分析结果表明:当简谐荷载幅值增大时,非线性阻尼结构的振动反应具有非线性性质;采用常阻尼比进行结构动力分析,可能严重低估结构的动力反应。

目前国内外关于非线性阻尼性能对建筑物地震反应影响的研究较少。本文基于所提出的非线性阻尼比表达式<sup>[5]</sup>,在系统分析非线性阻尼结构地震反应特点的基础上,通过大量数值计算,提出建筑抗震设计反应谱的非线性阻尼比修正系数,建立钢筋混凝土结构非线性阻尼比地震反应谱,最后将非线性阻尼比反应谱与现行建筑抗震设计规范标准谱进行对比分析。

## 1 结构非线性阻尼地震反应分析

### 1.1 运动方程

单自由度弹性体系地震作用下的运动方程为:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x}_g \quad (1)$$

式中,  $m$  和  $k$  分别为结构质量和刚度,  $\dot{x}$ 、 $\ddot{x}$  和  $x$  分别为质点相对加速度、相对速度和相对位移,  $\ddot{x}_g$  为地面运动加速度,  $c$  为阻尼系数,  $c = 2\xi\sqrt{k/m}$ ,  $\xi$  为阻尼比。

### 1.2 非线性阻尼比模型

文献[5]在系统分析建筑物阻尼机理、阻尼比试验数据和阻尼性能对钢筋混凝土结构主要影响的基础上,提出了钢筋混凝土框架结构、剪力墙结构、框架-剪力墙结构非线性阻尼比计算式分别为式(2)和式(3)。

$$\xi = 3\% + 100\gamma \quad (\gamma \leq 4 \times 10^{-4}) \quad (2)$$

$$\xi = 1\% + 80\gamma \quad (\gamma \leq 2.5 \times 10^{-4}) \quad (3)$$

式中,  $\gamma$  为结构的广义层间相对剪切变形, 对以剪切变形为主的结构,  $\gamma$  等于结构层间位移角, 即  $\gamma = \Delta x/h$ ,  $\Delta x$ 、 $h$  分别为层间位移和层高, 当超过规定的限值时, 式(2)和式(3)中  $\gamma$  分别取  $4.0 \times 10^{-4}$  和  $2.5 \times 10^{-4}$ 。

### 1.3 地震反应分析

为了分析比较非线性阻尼比与常阻尼比对不同结构的地震反应影响, 采用四阶龙格-库塔法分析了剪力墙和框架两种不同结构的地震反应, 结构动力特性参数见表1。计算中采用1940年IMPERIAL VALLEY地震中南北方向的El Centro波, 取最大加速度为0.313 g。图1为两种不同结构在不同阻尼比工况下的顶点水平位移时程曲线, 其中工况1和工况3为常阻尼比, 阻尼比取值均为5%; 工况2和工况4为变阻尼比, 阻尼比分别按式(2)和式(3)计算结果取值。

分析结果表明, 对于剪力墙结构在工况2下(非线性阻尼比)地震反应远大于工况1(常阻尼比)地震反应, 说明该结构在此地震中表现出弱阻尼性能; 对于框架结构在工况3和工况4下的地震反应接近, 说明框架结构在地震中表现出的阻尼性能接近5%。通过对比分析可知: ①对于非线性阻尼结构而言, 结构地震反应大, 则阻尼性能发挥充分; ②简单地采用常阻尼比5%是不恰当的, 可能得到偏小的分析结果, 以此为依据的结构抗震设计将偏于不安全。

## 2 非线性阻尼反应谱的建立

现行规范反应谱曲线考虑了阻尼比、场地类别和设防烈度对地震影响系数的影响。具体为: ①阻尼比越小, 地震影响系数越大, 随着结构自振周期的延长, 阻尼比对地震影响系数的影响作用减弱, 如图2a所示; ②场地条件对地震影响系数的最大值没有

表1 分析结构的动力特性参数

Table 1 Dynamic properties of analyzed structure

结构类型	刚度/kN·m <sup>-1</sup>	质量/kg	自振频率/rad·s <sup>-1</sup>	阻尼比ξ		
				5%	3% + 100γ	1% + 80γ
剪力墙结构	1.05 × 10 <sup>7</sup>	7.9 × 10 <sup>5</sup>	115.29	工况1	—	工况2
框架结构	1.50 × 10 <sup>6</sup>	8.2 × 10 <sup>5</sup>	42.77	工况3	工况4	—

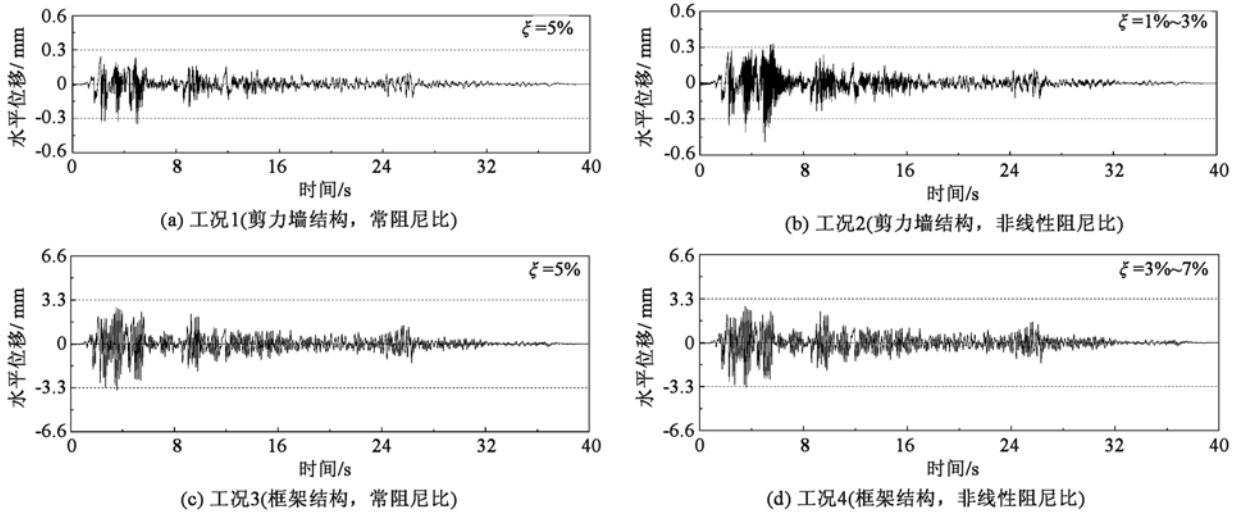


图1 各阻尼工况下结构地震反应

Fig. 1 Seismic responses under different damping values

影响,但对于曲线的下降段的起始位置和下降速度有影响,一般条件下,场地条件越好,地震作用越小,如图2b所示;③对于自振周期相同的结构,设防烈度越高,则地震影响系数越大,如图2c所示。

与GBJ 11—89《建筑抗震设计规范》相比,现行规范的反应谱曲线考虑了不同阻尼比对结构地震反应的影响,采用修正系数 $\gamma, \eta_1, \eta_2$ 对反应谱进行调整。但现行规范的反应谱理论还存在几点不足:①常阻尼比模型与建筑物的实际阻尼性能不相符;②钢筋混凝土结构阻尼比取为5%,这不能概括所有钢筋混凝土建筑物的阻尼性能;③没有具体给出建筑物阻尼比取值的建议,可操作性不强。

## 2.1 非线性阻尼比反应谱计算

根据式(2)和式(3)的非线性阻尼比计算公式,在给定地震波条件下,计算具有不同自振周期的单自由度结构的地震反应,可以得到该地震波的非线性阻尼反应谱。图3和图4为El Centro波作用下不同阻尼比条件结构计算得到的相对反应谱曲线 $\beta = \alpha/\alpha_0$ , $\alpha_0$ 是结构为刚体时的地震影响系数。图中, $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_5$ 和 $\beta_7$ 分别是阻尼比为1%、2%、3%、5%

和7%常阻尼比结构的相对反应谱曲线, $\beta_{\text{ef}}$ 为框架结构的相对反应谱曲线, $\beta_{\text{ew}}$ 为剪力墙结构的相对反应谱曲线。分析结果说明,非线性阻尼比反应谱与常阻尼比反应谱有明显区别:①阻尼比为常数时,不同阻尼比的反应谱曲线不相交,但是,非线性阻尼结构在振动过程中,结构阻尼性能随着结构变形的改变而发生变化,因此与常阻尼比反应谱曲线必然相交叉,如图3所示。②阻尼比相同时,常阻尼比结构在不同设防烈度下具有相同的相对反应谱,非线性阻尼结构的地震反应与地面峰值加速度呈现出非线性关系,因此不同设防烈度下的非线性阻尼结构相对反应谱形式存在差异,如图4所示。

## 2.2 反应谱的非线性阻尼修正系数

现行规范中,以阻尼比等于5%的地震影响系数曲线为标准反应谱,其它阻尼比反应谱均以此为基础进行修正。因此,采用同样方法建立非线性阻尼反应谱,非线性阻尼反应谱修正系数为:

$$\eta_{\text{ef}} = \frac{\beta_{\text{ef}}}{\beta_5} \quad (4)$$

$$\eta_{\text{ew}} = \frac{\beta_{\text{ew}}}{\beta_5} \quad (5)$$

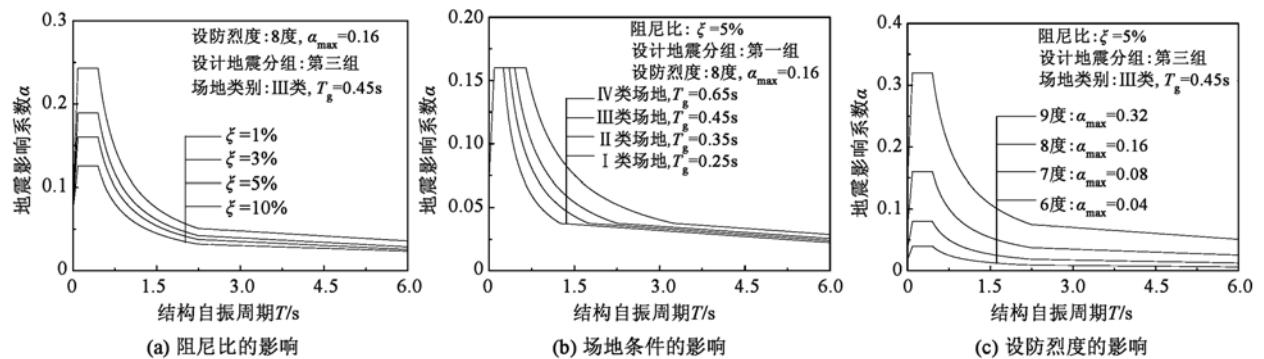
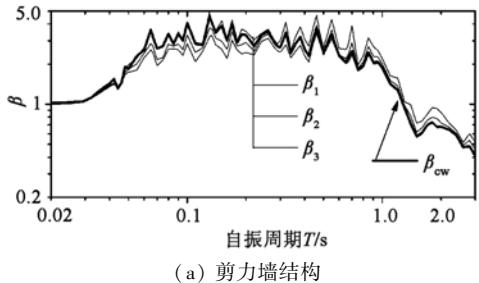
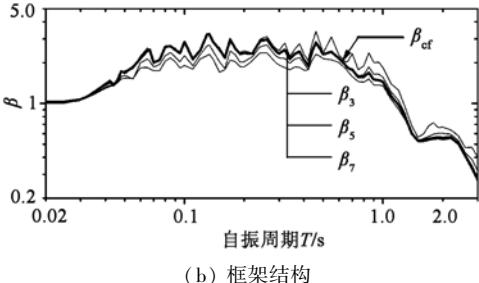


图2 现行规范地震反应谱曲线的影响因素

Fig. 2 Influence of damping ratio, site classification and fortification intensity on response spectrums

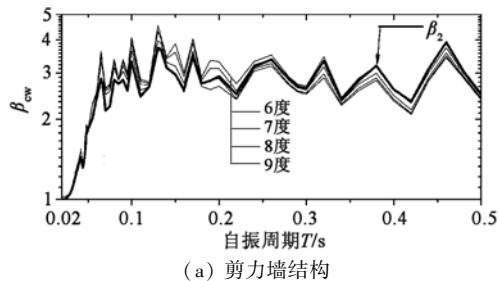


(a) 剪力墙结构

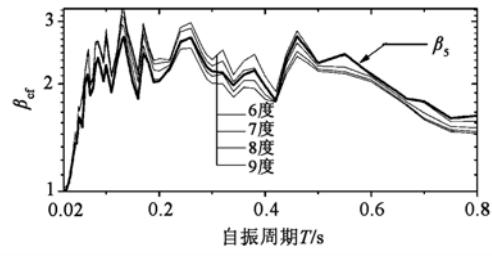


(b) 框架结构

图3 常阻尼比反应谱与非线性阻尼比反应谱的关系  
Fig. 3 Comparison of response spectrums with constant damping ratio model and variable damping ratio models



(a) 剪力墙结构

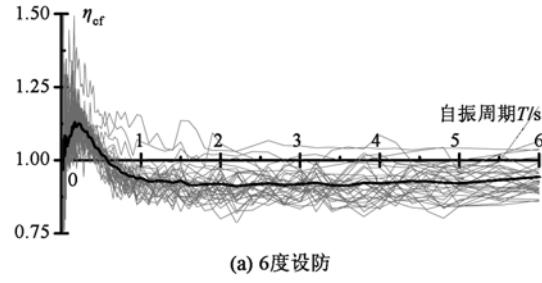


(b) 框架结构

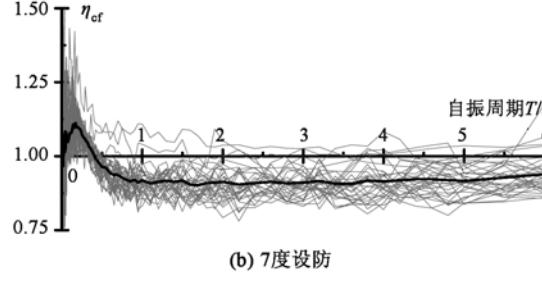
图4 设防烈度对非线性阻尼反应谱的影响  
Fig. 4 Influence of fortification intensity on response spectrums with variable damping models

式中,  $\eta_{cf}$  和  $\eta_{cw}$  分别为钢筋混凝土框架结构和剪力墙结构的非线性反应谱修正系数。

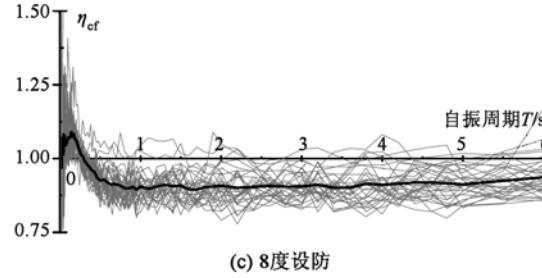
图5为框架结构在不同设防烈度条件下的非线性阻尼修正系数曲线,其中细实线为具体地震波的非线性阻尼修正系数曲线,粗实线为同一设防烈度下的平均修正系数曲线。从图中可以看出:当结构自振周期很短时,框架结构的阻尼修正系数大于1,如果结构自振周期稍长,其修正系数曲线小于1,比较各个设防烈度下的修正系数曲线发现,设防烈度越高,修正系数曲线越小。剪力墙结构的修正系数曲线具有相似的规律,但是其值始终大于1(图6)。



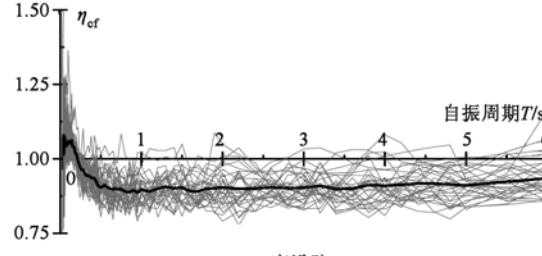
(a) 6度设防



(b) 7度设防



(c) 8度设防



(d) 9度设防

图5 框架结构非线性阻尼修正系数曲线  
Fig. 5 Modified factor curves of responses spectrums with variable damping ratio model for frame structure

图6为各设防烈度条件下,剪力墙结构和框架结构的平均非线性阻尼修正系数曲线,从图中反映出:①剪力墙结构的修正系数曲线明显高于框架结构;②随着设防烈度的提高,修正系数曲线下降;③在坐标原点,各修正曲线的值均等于1;④各修正系数曲线峰值对应的自振周期大致相等,在0.15s附近;⑤在0~0.15s之间,修正曲线为直线上升阶段,在0.15s之后,修正曲线近似为指数衰减曲线;⑥随着结构自振周期的延长,不同烈度下的修正系数曲线趋于相等。

为便于应用,对图6中各条修正系数曲线进行拟合,得到剪力墙结构的拟合式(6),框架结构的拟合式(7)。

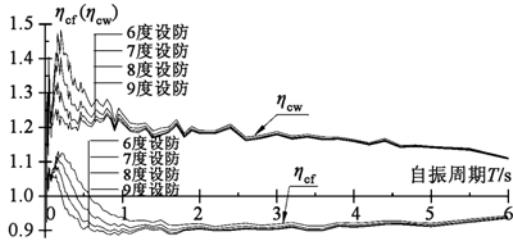


图 6 各设防烈度下非线性阻尼修正系数曲线

Fig. 6 Modified factor curves of response spectrums with variable damping ratio model under each fortification intensity

$$\eta_{cw1} = 1 + (6 - 0.5p)T \quad (T < 0.15s)$$

$$\eta_{cw2} = 0.75(1 - 0.1p)e^{-q(T-0.15)} + 1.15 \quad (T \geq 0.15s) \quad (6)$$

$$\eta_{ef1} = 1 + (2.2 - 0.2p)T \quad (T < 0.15s)$$

$$\eta_{ef2} = (0.43 - 0.03p)e^{-q(T-0.15)} + 0.9 \quad (T \geq 0.15s) \quad (7)$$

式中:  $T$  为结构自振周期, s;  $p$  为设防烈度;  $q$  为设防烈度影响系数, 按照表 2 取值。

表 2 设防烈度影响系数  $q$  的取值

Table 2 Influence coefficient of fortification intensity

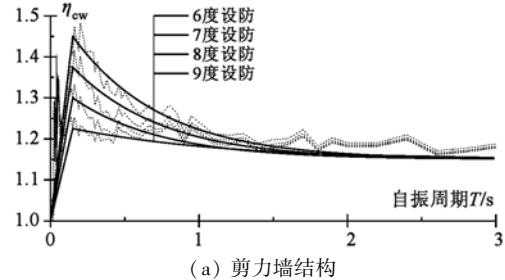
设防烈度	$q$	
	框架结构	剪力墙结构
6 度	1.80	1.67
7 度	3.20	1.67
8 度	4.60	1.67
9 度	6.00	1.00

图 7 为不同设防烈度下, 修正系数曲线拟合值与平均值的比较, 比较结果说明, 拟合曲线能够很好地反映修正平均曲线变化趋势。

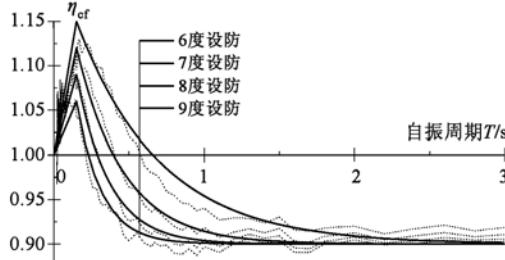
### 2.3 非线性阻尼影响系数曲线的建立

根据式(6)和式(7)两条不同的修正系数曲线, 可以得到两条不同的地震影响系数曲线  $\alpha_f$  (框架结构) 和  $\alpha_w$  (剪力墙结构), 如图 8 所示。图 8 显示, 相同场地和设防烈度下,  $\alpha_w$  谱最大, 而  $\alpha_f$  谱与  $\alpha$  谱相交叉, 当结构自振周期较短时,  $\alpha_f$  谱大于  $\alpha$  谱, 当结构自振周期较长时,  $\alpha_f$  谱小于  $\alpha$  谱。基于标准地震影响系数曲线建立的非线性阻尼比地震影响系数曲线可以采用分段函数的形式表示。钢筋混凝土框架结构的影响系数表达式为:

$$\alpha_f = \begin{cases} (0.45 + 5.5T)\eta_{ef1}\alpha_{max} & (0 \leq T < 0.1s) \\ \eta_{ef1}\alpha_{max} & (0.1s \leq T < 0.15s) \\ \eta_{ef2}\alpha_{max} & (0.15s \leq T < T_g) \\ \eta_{ef2}\left(\frac{T_g}{T}\right)^{0.9}\alpha_{max} & (T_g \leq T < 5T_g) \\ [0.2^{0.9} - 0.02(T - 5T_g)]\eta_{ef2}\alpha_{max} & (5T_g \leq T < 6s) \end{cases} \quad (8)$$



(a) 剪力墙结构



(b) 框架结构

Fig. 7 Fitting curves of variable damping

ratio modified factor

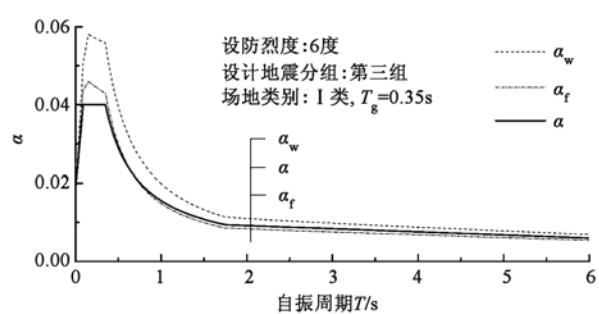


图 8 非线性阻尼地震影响系数曲线

Fig. 8 Response spectrums curves with variable damping ratio

钢筋混凝土剪力墙结构的影响系数表达式为:

$$\alpha_w = \begin{cases} ((0.45 + 5.5T)\eta_{cw1}\alpha_{max}) & (0 \leq T < 0.1s) \\ \eta_{cw1}\alpha_{max} & (0.1s \leq T < 0.15s) \\ \eta_{cw2}\alpha_{max} & (0.15s \leq T < T_g) \\ \eta_{cw2}\left(\frac{T_g}{T}\right)^{0.9}\alpha_{max} & (T_g \leq T < 5T_g) \\ [0.2^{0.9} - 0.02(T - 5T_g)]\eta_{cw2}\alpha_{max} & (5T_g \leq T < 6s) \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $T_g$  为场地特征周期, s;  $\alpha_{max}$  为水平地震作用影响系数最大值, 参见现行规范; 其余符号同前。

## 3 非线性阻尼比反应谱特性

### 3.1 地震设防烈度的影响

非线性阻尼比反应谱的形状与设防烈度相关, 这是非线性阻尼比反应谱与常阻尼比反应谱最大的区别。图 9 为不同设防烈度下的规范化非线性阻尼

比设计反应谱。可以看出,不同设防烈度下的非线性阻尼比设计反应谱具有不同的形状,设防烈度越高,规准化反应谱越低,这与实际建筑的非线性阻尼机理相一致。而常阻尼比反应谱形状与设防烈度无关,其在不同设防烈度下的规准化反应谱完全相同。框架结构规准化反应谱曲线中长周期部分在规准化标准反应谱线下方,这是由于此时结构变形较大,结构平均阻尼比超过 5% 所导致。

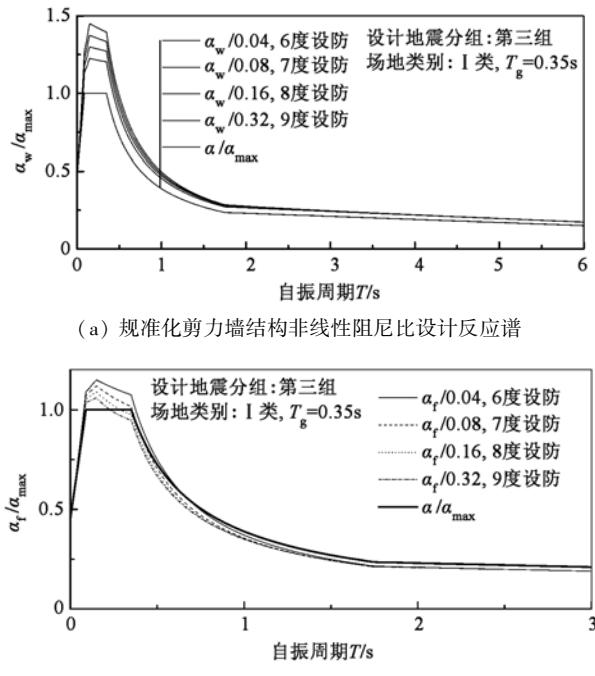


图 9 规准化非线性阻尼比设计反应谱与设防烈度的关系

Fig. 9 Curves of fortification intensity and response spectrums with variable damping ratio

### 3.2 场地条件的影响

图 10 为设防烈度 6 度条件下,不同场地类型非线性阻尼设计反应谱。可以看出,不同场地条件下的非线性阻尼设计反应谱具有以下特点:①非线性阻尼反应谱的最大值取决于地震作用大小,与类场地类别无关;②不同场地的非线性阻尼反应谱在短周期条件下相同,在中长周期条件下差异较大,场地条件越好,地震作用越小。

### 3.3 结构类型的影响

不同结构形式具有不同的阻尼性能,因此钢筋混凝土框架结构与钢筋混凝土剪力墙结构采用了不同的非线性阻尼比表达式,其地震反应必然产生差异。图 11 为场地条件相同时,不同设防烈度下钢筋混凝土框架结构非线性阻尼设计反应谱  $\alpha_f$ 、钢筋混凝土剪力墙结构非线性设计反应谱  $\alpha_w$  和现行规范标准设计反应谱  $\alpha$  的比较。可以看出,三者有较大的区别,主要表现在:①  $\alpha_w$  谱线高于  $\alpha_f$  谱线,说明在同

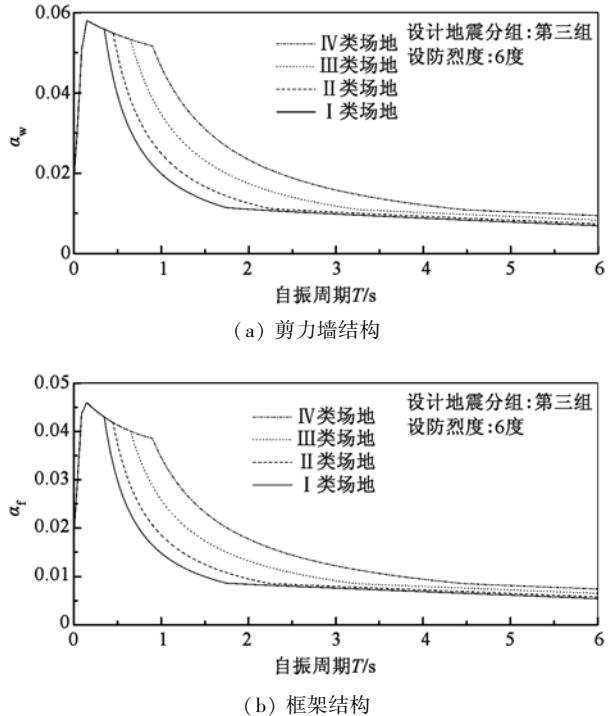


图 10 场地条件对非线性阻尼设计反应谱的影响

Fig. 10 Influence of site classification on response spectrums curves with variable damping ratio

样设防烈度和场地条件下,钢筋混凝土剪力墙结构可能遭受到更大的地震作用;②设防烈度为 6 度、7 度、8 度和 9 度时,  $\alpha_w$  谱最大值与  $\alpha_f$  谱最大值之分别是 1.26、1.23、1.19 和 1.16,  $\alpha_w$  谱最大值与  $\alpha_f$  谱最大值之差分别是 0.0120、0.0204、0.0336 和 0.0528, 说明设防烈度的提高虽然减小了两类结构地震作用的相对值,但是从绝对地震作用考虑,设防烈度越高,剪力墙结构与框架结构地震作用的差值越大;③  $\alpha_w$  谱始终在  $\alpha$  谱上方,而  $\alpha_f$  谱线在短周期阶段位于  $\alpha$  谱上方,在中长周期阶段位于  $\alpha$  谱下方;④设防烈度越高,  $\alpha_f$  谱线位于  $\alpha$  谱上方的周期阶段越短;⑤在中长周期 ( $T \geq 3\text{s}$ ) 阶段,  $\alpha_f$  谱、 $\alpha_w$  谱和  $\alpha$  谱近似为平行关系,  $\alpha_f = 0.9\alpha$ 、 $\alpha_w = 1.15\alpha$ 。

## 4 结论

(1) 基于非线性阻尼比模型与常阻尼比模型所得结构地震反应有很大差异,常阻尼比模型地震反应分析结果可能严重低估结构的地震反应,从而对所设计结构造成安全隐患;

(2) 不同的结构形式或类型应采用不同的反应谱曲线,剪力墙结构的反应谱曲线高于现行规范的标准反应谱曲线,框架结构的反应谱曲线在短周期区段高于现行规范的标准反应谱曲线,在长周期区段略低于标准反应谱曲线,这符合建筑物实际阻尼

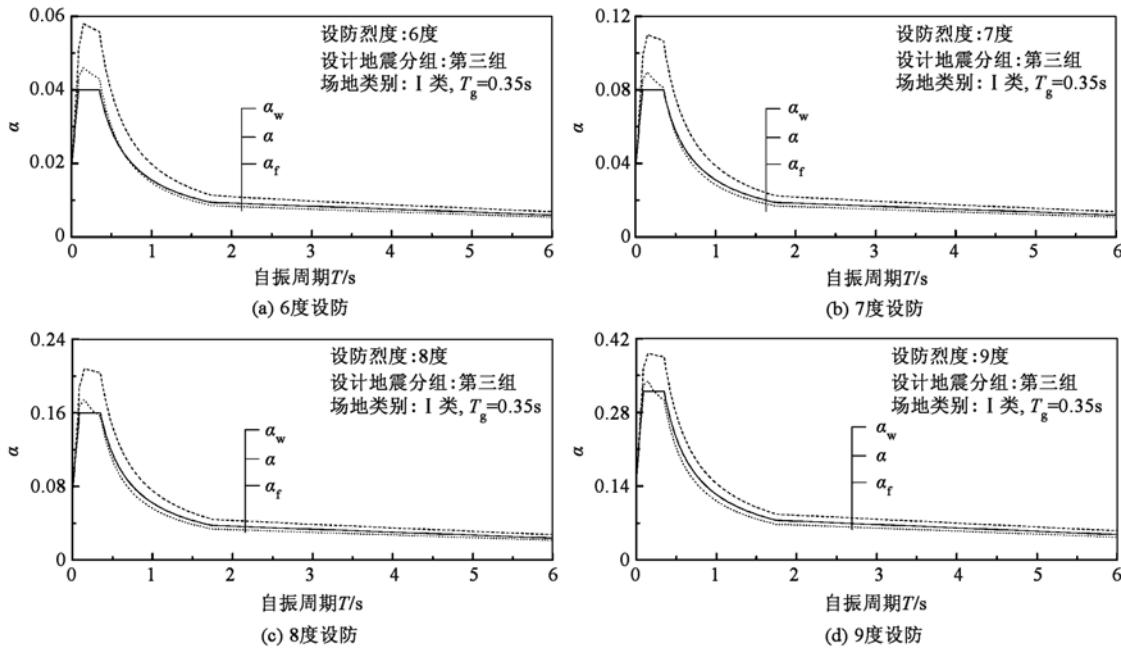


图 11 结构类型对非线性阻尼比结构设计反应谱的影响

Fig. 11 Influence of structure type on response spectrums curves with variable damping ratio

机理和阻尼变化规律；

(3) 抗震设计中,可根据不同的结构形式选取对应的反应谱曲线计算结构地震反应,不用另外附加考虑建筑物阻尼性能,便于工程设计人员使用;

(4) 不同设防烈度地区,设计反应谱形状不同,低烈度设防区的规准化非线性阻尼反应谱曲线高于高烈度设防区反应谱曲线,这有利于保证建筑物在小震作用下处于弹性工作状态。

#### 参 考 文 献

- [1] 龙旭,吴斌,欧进萍.抗震结构的阻尼减振效果分析[J].世界地震工程,2001, 17 (1):40-45. (LONG Xu, WU Bin, Qu Jinping. Analysis of damping effect on vibration reduction of the aseismic structure [J]. Journal of World Information on Earthquake Engineering, 2001, 17(1):40-45. (in Chinese))
- [2] GB 50011—2001 建筑抗震设计规范[S]. (GB 50011—2001 Code for seismic design of buildings [S]. (in Chinese))
- [3] GBJ 11—89 建筑抗震设计规范[S]. (GBJ 11—89 Code for seismic design of buildings [S]. ( in Chinese))
- [4] 张相庭.结构阻尼耗能假设及在振动计算中的应用[J].振动与冲击,1982, 1 (2): 12-21. (ZHANG Xiangting. Study on assumptions of damping dissipation and its applications in vibration calculation[J]. Journal of Vibration and Shock, 1982, 1 (2): 12-21. ( in Chinese))
- [5] 樊海涛,何益斌,肖宏彬.钢筋混凝土建筑非线性阻尼性能及阻尼比表达式研究[J].地震工程与工程振动,2005, 25 (5): 1-6. (FAN Haitao, HE Yibin,

XIAO Hongbin. Study on non-linear damping performance and damping ratio formula of reinforced concrete buildings[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration,2005 ,25(5):1-6. (in Chinese))

- [6] Li Q S, Fang J Q, Jeary A P, et al. Evaluation of wind effects on a supertall building based on full-scale measurements [ J ]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2000, 29(12) : 1845-1862.
- [7] Jeary A P. Damping in structures[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997, 72: 345-355.
- [8] Tamura Y, Suganuma S Y. Evaluation of amplitude-dependent damping and natural frequency of buildings during strong winds[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1996,59(2-3) :115-130.
- [9] Jeary A P. The description and measurement of nonlinear damping in structures[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1996 , 59(2-3) : 103-114.
- [10] Li Q S, Liu D K, Fang J Q, et al. Damping in buildings: Its neural network model and AR model[J]. Engineering Structures, 2000 , 22(9) : 1216-1223.
- [11] Li Q S, Fang J Q, Jeary A P, et al. Full scale measurements of wind effects on tall buildings [ J ]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1998 , 74-76 ; 741-750.
- [12] Li Q S, Yang K, Wong C K, et al. The effect of amplitude-dependent damping on wind-induced vibrations of a super tall building[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2003 , 91 (9) : 1175-1198.