

核形状量子相变与 微观 sdIBM- \bar{F}_{\max} 的势能曲面

汪红¹, 童红¹, 石筑一^{1,*}, 张春梅²

(1. 贵州民族学院 理学院, 贵州 贵阳 550025; 2. 北方民族大学 基础部, 宁夏 银川 750021)

摘要: 通过用两种激发模式对原子核复杂能谱的良好再现, 揭示出对激发模式相变的一种新理解: 由于退激发解除了原有激发模式基准态结构及其在能量上的优势, 高有序基准态释放结构能, 同时引发低能激发模式基准态结构的重构, 实现了新旧激发模式基准态的过渡。这种以改变价核子间耦合强度方式实现的基准态过渡, 是转动驱动量子相变的动力学基础, 从微观上看比较温和。本工作结果得到 Bohr 集体模型势能曲面理论的支持, 两者相得益彰。

关键词: 量子相变; 势能曲面; 微观 sdIBM- \bar{F}_{\max} 方案; ^{156}Gd 核

中图分类号: O571.23 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-6931(2011)01-0001-06

Quantum Phase Transition of Nuclear Shape and Potential Energy Surface in Microscopic sdIBM- \bar{F}_{\max} Approach

WANG Hong¹, TONG Hong¹, SHI Zhu-yi^{1,*}, ZHANG Chun-mei²

(1. *Department of Physics, Guizhou Institute for Nationalities, Guiyang 550025, China;*

2. *Department of Basic Science, North University for Ethnic, Yinchuan 750021, China*)

Abstract: Using the two kinds of excitation spectra of approach for the satisfactorily reproducing nuclear complex spectrum, this treatment revealed a new understanding of phase transitions as the basis state structure of original excitation mode and its advantages in energy were relieved by de-excitation, the basis state of high-ordered structure release energy, at the same time the basis state structure of the low-energy excitation mode was restructured, the transition between new basis state and old one was achieved. This kind of change is one that is completed by the adjustment of the nuclear coupling strength, and a dynamic microscopic fundament of the rotational driven quantum phase transition, which is a suave microscopically. This new understanding is obtained from theory of potential energy surfaces of the Bohr collective model. Thus, the results of micro-sdIBM- \bar{F}_{\max} are supported by the Bohr collective model.

收稿日期: 2009-12-25; 修回日期: 2010-11-30

基金项目: 贵州省科技厅资助项目(黔科合J字[2009]2071号)

作者简介: 汪红(1974—), 女(苗族), 贵州道真人, 副教授, 博士研究生, 理论物理专业

* 通信作者: 石筑一, E-mail: shizhuyi@vip.sina.com

Key words: quantum phase transition; potential energy surface; microscopic sdIBM- \bar{F}_{\max} approach; ^{156}Gd nucleus

研究原子核形状相变(NSPT)常用的模型有两个:由 Arima 和 Iachello 等^[1]提出的相互作用玻色子模型(IBM);由 Bohr 和 Mottelson^[2-4]创建的集体模型(BCM)。

在 IBM 的相变理论中,假定原子核的状态处在两个极限对称性状态之间,且其玻色子数在无限增多的极限过程中;同时指认核子系统的哈密顿量应为潜在对称性的 Ising 型哈密顿量($H = H_1 + gH_2$),并指认对称性混合强度 g 是相变控制参量。在此 Gilmore 算法意义下,遵照 Ehrenfest 分类方案研究核相变至今已有 30 年。IBM 充分利用了 U(6)动力学对称性和 3 种极限动力学对称性(U(5)、SU(3)和 O(6))的特征,极为关注原子核的极限情况。IBM 适宜于研究一群原子核(如同位素、同中子核等)之间发生的基态量子相变(GSQPT)^[1,5-9],也有关心单个核的激发模式突变、转动驱动量子相变(RDQPT)的工作^[10-16]。

在 BCM 框架下,通过寻找不同势能 $V(\beta, \gamma)$ 的 Bohr 哈密顿量的解析解,用以描述相变临界点(CP)上的部分动力学对称性(PDS)。BCM 选用系统的势能算符的相干态期望值、势能曲面(PES)作相变判据。它关注低能-低自旋态上核的 RDQPT,此项研究也有近 10 年的历史^[2-4]。

在描述核相变上,IBM 与 BCM 都取得了很大的成功,也显露出某些局限性,但又彼此互补。最近,有试图联合两者的代数集体模型(ACM)的工作报导^[17]。

本工作试图在数值计算上联合上述两个方案,从微观 sdIBM- \bar{F}_{\max} 的 Arima 哈密顿量和单粒子能量的实验值出发,使用核子间的对作用、四极作用、四极-四极作用的等效强度参数作为控制参量,避开使用 Ising 型哈密顿量和用 g 作为控制参量所引发的争议;通过再现核能谱和微观方案的势能曲面特征和联系,给 NSPT 以一种新的微观理解。最后用 ^{156}Gd 核作直观说明。

1 理论方案

在原子核的微观理论中,价核子体系的哈密顿量^[18-19]一般可表达为:

$$H_f = H_f^{(n)} + H_f^{(p)} + H_f^{(np)} \quad (1)$$

其中的各项简写为:

$$H_f^{(\sigma)}(a^+, a) = \sum_a E_a^{(\sigma)} a_a^{(\sigma)+} a_a^{(\sigma)} + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} P_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(\sigma)} a_\alpha^{(\sigma)+} a_\beta^{(\sigma)+} a_\gamma^{(\sigma)} a_\delta^{(\sigma)} \quad (\sigma = n, p) \quad (2)$$

$$H_f^{(np)}(a^+, a) = \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} P_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(np)} a_\alpha^{(n)+} a_\beta^{(p)+} a_\gamma^{(p)} a_\delta^{(n)} \quad (3)$$

当对具体核进行计算时,核子-核子有效相互作用取为对力、四级对力和四级-四级力。

利用 Dyson 玻色子展开和 MJS(Modified Jancovici-Schiff)代换,将用费米子描述的 $H_f(a^+, a)$ 转变为用理想玻色子描述的 $H_B(A^+, A)$ (核子配对)。为确保 A 玻色子的集体性(结构有序),引入 1 组 Q 玻色子:

$$Q_{\text{rad}M}^{(\sigma)+} = \sum_{\alpha \leq \beta} x_{\alpha\beta}^{(\sigma, \text{rad}M)} A_{\alpha\beta}^{(\sigma)+} \quad (\sigma = n, p) \quad (4)$$

借助本征方程

$$H_B Q_{\text{rad}M}^{(\sigma)+} |0\rangle = \epsilon_{\text{rad}M} Q_{\text{rad}M}^{(\sigma)+} |0\rangle \quad (5)$$

可以确定式(4)中的玻色子结构常数 $x_{\alpha\beta}^{(\sigma, \text{rad}M)}$ 。在最低阶近似下,把唯象 IBM 中的 s、d 玻色子定义为:

$$s^{(\sigma)+} = Q_{0+00}^{(\sigma)+}$$

$$d_m^{(\sigma)+} = Q_{0+2m}^{(\sigma)+} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2) \quad (6)$$

再对玻色子哈密顿量 $H_B^{(\sigma)}$ 作 s、d 截断,最后得到:

$$h_{\text{sd}} = h_{\text{sd}}^{(n)} + h_{\text{sd}}^{(p)} + h_{\text{sd}}^{(np)} \quad (7)$$

这就构造出微观 sdIBM-2 方案中最一般的哈密顿量。对于微观 sdIBM- \bar{F}_{\max} 方案,它^[10]是:

$$H = \epsilon_s n_s + \epsilon_d n_d + \sum_l \frac{1}{2} \sqrt{2l+1} c_l [(d^+ d^+)^{(l)} (\tilde{d}\tilde{d})^{(l)}]^{(l)} + \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{v}_2 [(d^+ d^+)^{(2)} (\tilde{d}s)^{(2)} + (s^+ d^+)^{(2)} (\tilde{d}\tilde{d})^{(2)}]^{(0)} + \frac{1}{2} \tilde{v}_0 [(d^+ d^+)^{(0)} (ss)^{(0)} + (s^+ s^+)^{(0)} (\tilde{d}\tilde{d})^{(0)}]^{(0)} + u_2 [(d^+ s^+)^{(2)} (\tilde{d}s)^{(2)}]^{(0)} + \frac{1}{2} u_0 [(s^+ s^+) (ss)]^{(0)} \quad (8)$$

这与唯象 sdIBM-1 的 Bohr 哈密顿量完全相同。两者不同的仅是在唯象方案中是直接拟合能谱给出哈密顿量系数,而在微观方案中的

相应系数则是通过核子-核子间的等效相互作用参数与能级量子数 α 的解析公式计算出来的。最后,在相应的玻色空间对角化 h_{sd} ,便可得到核体系的能谱。

在费米子玻色子化(配对)及玻色子最大集体化(有序化)的过程中,玻色子体系在势场中具有总能量 $E_{i,j}^{(\sigma)}$,它包含两部分:两核子间的束缚能(即配对能, $E_{p,j}^{(\sigma)} = \frac{1}{2} \sum_{(qp)} [x_{(qp)}^{0+J(\sigma)}]^2 [\epsilon_a^{(\sigma)} + \epsilon_\beta^{(\sigma)}]$, $\epsilon_a^{(\sigma)}$ 为单粒子能量)和两核子对(理想玻色子)之间的相互作用能(又称相干能,或称有序结构能, $|E_{st,j}^{(\sigma)}|$),即 $E_{i,j}^{(\sigma)} = E_{p,j}^{(\sigma)} + E_{st,j}^{(\sigma)}$,它可用于区分核子系统的有序程度。

2 计算结果与讨论

比值 R 为:

$$R = \frac{E_\gamma(I \rightarrow I-2)}{I} =$$

$$\begin{cases} \frac{\hbar\omega}{I} \xrightarrow{I \rightarrow \infty} 0 & \text{U(5)} \\ \frac{\hbar^2}{2J} \left(4 - \frac{2}{I}\right) \xrightarrow{I \rightarrow \infty} 4 \left(\frac{\hbar^2}{2J}\right) & \text{SU(3)} \\ \frac{E_{2_1^+}}{4} \left(1 + \frac{2}{I}\right) \xrightarrow{I \rightarrow \infty} \frac{E_{2_1^+}}{4} & \text{O(6)} \end{cases}$$

R 是指认沿着晕线发生激发模式改变的 1 个敏感判据^[10-16]。从对¹⁵⁶Gd 能谱实验测量数据^[20]与理想模型的 γ 射线能量-自旋(E -GOS)

曲线的比较(图 1)中,可看到其晕线被分为 3 段:低能态 $2_1^+ \sim 4_1^+$ 是理想的 SU(3)模式的激发态;而高能态 $10_1^+ \sim 24_1^+$ 是接近于理想 O(6)模式的激发态,其间 $6_1^+ \sim 8_1^+$ 存在有转动驱动 SU(3)激发模式向 O(6)激发模式过渡的量子相变;最后的 26_1^+ 态是玻色子拆对-顺排后的准粒子态。虽然实验曲线有些偏离理想曲线,但这可通过调整参数来改善。

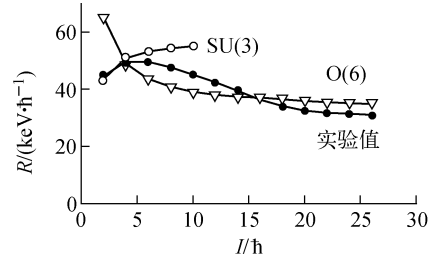


图 1 ¹⁵⁶Gd 核实验能谱和理想能谱的 E -GOS 比较
Fig. 1 Comparison of E -GOS about experimental and calculated energy in ¹⁵⁶Gd nucleus

下面应用微观 sdIBM- \bar{F}_{\max} 方案分别再现相应的集体激发模式态。

按照原子核的单粒子壳模型理论,¹⁵⁶Gd 核的价核子组态为: $(2f_{7/2}, 3p_{3/2}, 1h_{9/2}, 3p_{1/2}, 2f_{5/2}, 1i_{13/2})^{14}, (1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2}, 1h_{11/2})^{10}$ 。

中子和质子的单粒子能量实验值和核子-核子等效相互作用参数分别列于表 1、2^[21-22]。

表 1 单粒子能量实验值

Table 1 Experimental single-particle energy of valence nucleon

nlj	能量/MeV					
	$2f_{7/2}$	$3p_{3/2}$	$1h_{9/2}$	$3p_{1/2}$	$2f_{5/2}$	$1i_{13/2}$
(α, β)	1	2	3	4	5	6
中子	4.000	4.854	5.561	5.656	6.005	6.695
nlj	能量/MeV					
	$1g_{7/2}$	$2d_{5/2}$	$2d_{3/2}$	$3s_{1/2}$	$1h_{11/2}$	
(α, β)	1	2	3	4	5	
质子	4.000	4.962	6.440	6.697 2	6.792	

表 2 核子-核子等效相互作用参数

Table 2 Parameters of nucleon-nucleon effective interaction

模式	MeV						
	$g_0^{(n)}$	$G_2^{(n)}$	$K^{(n)}$	$g_0^{(p)}$	$G_2^{(p)}$	$K^{(p)}$	$K^{(np)}$
高能激发模式	0.027 8	0.025 0	0.002 1	0.026 0	0.026 0	0.002 1	0.004 0
低能激发模式	0.020 4	0.019 0	0.002 0	0.020 1	0.026 0	0.005 0	0.024 7

当核子之间的对作用、四极对作用和四极-四极作用的等效强度参数取表 2 中的值时,计算出的整个晕态很好地再现了实验测量结果(表 3)。

表 3 ^{156}Gd 核晕谱的理论计算值与实验值的比较

Table 3 Comparison of levels value about experimental and calculated yrast band in ^{156}Gd nucleus

能态	能量/MeV		
	高能激发模式	实验值	低能激发模式
0	0.000	0.000	0.000
2	0.119	0.089	0.082
4	0.330	0.288	0.339
6	0.613	0.585	0.654
8	0.974	0.965	1.182
10	1.402	1.416	1.730
12	1.882	1.924	2.361
14	2.420	2.476	3.078
16	3.011	3.060	3.878
18	3.652	3.674	4.757
20	4.342	4.326	
22	5.078	5.026	
24	5.860	5.779	

数值研究得到以下结果。

1) 高能激发模式给出比值 $R_{E_4/E_2} = 2.67$, 且 E_{3_1}/E_{4_2} 、 E_{5_1}/E_{6_2} 和 E_{7_1}/E_{8_2} 表现出错位特征,这是典型 O(6) 激发模式;尽管低能激发模式对 2_1^+ 和 4_1^+ 态的修正不大,但它给出了好的 2_2^+ 态 ($E_{\text{exp.}}/E_{\text{cal.}} = 1.129 \text{ MeV}/1.134 \text{ MeV}$)、 3_1^+ 态 ($1.248 \text{ MeV}/1.240 \text{ MeV}$) 和 4_2^+ 态 ($1.298 \text{ MeV}/1.425 \text{ MeV}$) 的结果,展示出 SU(3) 激发模式能谱的特征,与 E-GOS 曲线指认一致。

2) 对对 s、d 玻色子结构常数的比较发现:两种模式有着完全相同的耦合结构,结构变化后既未增加新耦合类型,也未减少原有组分;s 玻色子、d 玻色子组分数值的绝对值(有物理意义的是它的平方值)改变均不大,以致整个原子核的结合能仅有 1.001 MeV 的改变,过渡很平稳,与文献[13-16]中的情况完全一致。

3) 对计算数据的仔细分析揭示了对这类相变的一种新理解:当把原子核布居到高激发

模式时,它有较高有序结构能量,在退激发中通过级联 γ 跃迁进入晕态;在不断的退激发中,在临界区,退激发部分地解除了高激发模式的高有序基准态结构和它在能量上的优势,引起价核子对内部的配对能量和对之间耦合强度的变化,同时导致核释放多余的有序结构能,出现新的低有序基准态结构的重组,实现了减速旋转驱动高有序核向着低有序核过渡的量子相变。这就是不同激发模式发生量子相变的动力学原因。当相变临界区(或临界点)的位置随核素的不同而改变时,这种图像可构成研究 GSQPT 的一种可信的微观理论基础^[16]。

另外,计算给出,高能激发模式下有(下面数据是最大 F 旋的近似值): $V_0 = -0.066 592 78$, $V_2 = -0.019 435 20$, $U_0 = -0.027 330 20$, $U_2 = -0.057 928 90$, $C_0 = -0.082 250 52$, $C_2 = -0.025 903 45$, $C_4 = -0.028 077 36$, $ES = 7.300 635$, $ED = 7.719 356$ 。

低能激发模式下有: $V_0 = -0.146 074 1$, $V_2 = -0.042 230 99$, $U_0 = -0.023 940 92$, $U_2 = -0.089 563 56$, $C_0 = -0.067 802 08$, $C_2 = -0.020 726 19$, $C_4 = -0.023 578 84$, $ES = 7.508 979$, $ED = 7.777 880$ 。

最后,遵照相关文献的做法^[1,23],得到 Bohr 哈密顿量在内禀框架下的 PES 方程:

$$E(N; \beta, \gamma) = \frac{N}{1 + \beta^2} (\epsilon_s + \epsilon_d \beta^2) + \frac{N(N-1)}{(1 + \beta^2)^2} (a_1 \beta^4 + a_2 \beta^3 \cos 3\gamma + a_3 \beta^3 + \frac{1}{2} u_0) \quad (9)$$

式中: N 为原子核的总玻色子数; ϵ_s 、 ϵ_d 分别为 s、d 的能量; β 、 γ 为内禀坐标系变量,而:

$$a_1 = \frac{1}{10} c_0 + \frac{1}{7} c_2 + \frac{9}{35} c_4;$$

$$a_2 = -2 \left(\frac{1}{35} \right)^{1/2} \bar{v}_2; a_3 = \frac{1}{\sqrt{5}} (\bar{v}_0 + u_2)$$

这样就建立起了微观参数与宏观 PES 曲面间的泛函关系。对 ^{156}Gd 核,在高能激发模式下 $a_1 = -0.019 2$ 、 $a_2 = 0.018 2$ 、 $a_3 = -0.068 8$,在低能激发模式下 $a_1 = -0.015 8$ 、 $a_2 = 0.014 3$ 、 $a_3 = -0.082 1$ 。图 2 示出 $\gamma = 0^\circ$ 的 PES 剖面图。从图 2 可得到以下结论。

1) 核在未受激发时,它处在平衡态 ($\beta_{1,e} \approx 0.264$, $E_{1,e} \approx 3.484 \text{ MeV}$) 或 ($\beta_{1,e} \approx -0.911$,

$E_{1,e} \approx 2.917$ MeV)附近;在受激发后,在退耦前核处在新的平衡态($\beta_{h,e} \approx 0.910$, $E_{h,e} \approx 4.479$ MeV)或($\beta_{h,e} \approx -1.195$, $E_{h,e} \approx 3.513$ MeV)附近的某个激发态上。对应于两个相应平衡态的能量差分别约为 0.995 MeV 或 0.596 MeV (在无跃迁通道情况下,玻色子处在这里的概率会很小),前者与上述的 1.001 MeV 一致,表明存在 $\beta > 0$ 的变形,这得到实验的支持。

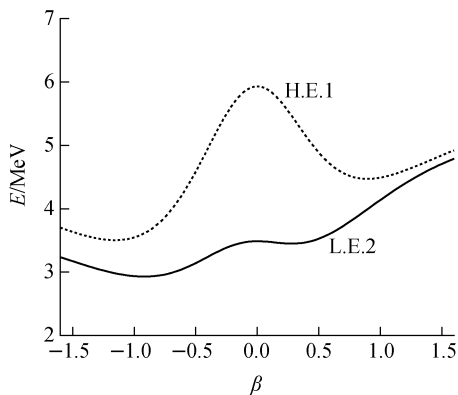


图 2 ^{156}Gd 核在两种激发模式中的势能曲面剖面($\gamma=0^\circ$)

Fig. 2 Sketch map of PES section ($\gamma=0^\circ$) in two excitation modes for ^{156}Gd nucleus

2) 处于低能激发模式基准态的核,受到“炮弹”轰击并融合成复合核;随着复合核变形的增大,它将沿着低能激发模式 PES 上移,变形增大到一定程度,它“窜入”了高能激发模式的 PES,成为高能激发模式之一,布居就此完成。而退耦过程则正好相反。

3) 图 2 中,对于两种变形 PES 的能量差,在 β 相等时,总是 $\beta > 0$ 的差值小于 $\beta < 0$ 的差值,表明在复合核的跃迁上, $\beta > 0$ 的跃迁概率较大。这与结论 1 自洽。

4) 由 PES 曲线走向的对比发现:图 2 中的低能激发模式的 PES 曲线(L. E. 2)表现出 SU(3) 特征;而高能激发模式的 PES 曲线(H. E. 1)表现出 O(6)特性^[24]。这表明,宏观 BCM 的 PES 理论支持微观 sdIBM- \bar{F}_{\max} 方案的相变研究结论。

这种联合处理使得微观参量和宏观特征之间的泛函具体化,使得缺少对称性信息但具有良好数值计算特征的微观 sdIBM- \bar{F}_{\max} 方案,与

能从数值凸现对称性特征的 PES 理论有效地联合在一起。微观 IBM 方案对 RDSPT 的理论描述让 PES 理论几何化,两者相得益彰。

3 结论

对于类似发生在同一个原子核中的、从一种激发模式向另外一种激发模式过渡的现象,本工作提出一种新的理解和描述:由于受激核的退激发,角动量减小,价核子间耦合强度变弱,解除了原有激发模式基准态结构及其在能量上的优势,使高有序基准态释放结构能,引发低能激发模式基准态结构的重组,实现了新旧激发模式基准态的过渡;这种以改变价核子间耦合强度方式实现的基准态过渡是 RDSPT 动力学的微观基础,从微观上看它比较温和;BCM 的 PES 理论支持这种新理解,并给出了一个直观而且清晰的几何描述。这种处理与理解,使得微观的 IBM 与中观的 BCM 的势能曲面理论彼此有了联系,并互相注释和相互补充。

参考文献:

- [1] IACHELLO F, ARIMA A. The interacting Boson model[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1987: 231-144.
- [2] GREINER W, MARUHN J A. Nuclear models [M]. [S. l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1996: 99-205.
- [3] IACHELLO F. Dynamic symmetries at the critical point[J]. Phys Rev Lett, 2000, 85: 3 580-3 583.
- [4] IACHELLO F. Analytic description of critical point nuclei in a spherical-axially deformed shape phase transition[J]. Phys Rev Lett, 2001, 87: 05250.
- [5] JOLIE J, CASTEN R F, von BRENTANO P, et al. Quantum phase transition for γ -soft nuclei [J]. Phys Rev Lett, 2001, 87: 162501.
- [6] CEJNAR P, JOLIE J. Quantum phase transitions in the interacting boson model[J]. arXiv: nucl-th/0807. 3467v1, 2008.
- [7] CASTEN R F. Shape phase transitions and critical-point phenomena in atomic nuclei[J]. Nature Physics, 2006, 2: 811-820.
- [8] LEVIATAN A. Partial dynamical symmetry at critical points of quantum phase transitions[J].

- Phys Rev Lett, 2007, 98: 242502.
- [9] BONATSON D. Shape/phase transitions and critical point symmetries in atomic nuclei[J]. arXiv: nucl-th/0807.4992v1, 2008.
- [10] REGAN P H, BEAUSANF C W, ZARMFIR N V, et al. Signature for vibrational to rotation evolution along the yrast line[J]. Phys Rev Lett, 2003, 90 (15): 152502(4).
- [11] LIU Y X, MU L Z, WEI H Q. Approach to the rotation driven vibrational to axially rotational shape phase transition along the yrast line of a nucleus[J]. Physics Letters B, 2006, 633: 49-53.
- [12] WILLIAMS E, CASPERSON R J, WERNER V. Spin dependence of critical point behavior for first and second order phase transitions in nuclei [J]. Phys Rev C, 2007, 77: 061302(R).
- [13] 石筑一,张春梅,童红,等. ^{102}Ru 核振动到转动演化的微观研究[J]. 物理学报, 2008, 57(3): 1 564-1 568.
SHI Zhuyi, ZHANG Chunmei, TONG Hong, et al. Evolution from vibration to rotation on ^{102}Ru nucleus within microscopic theory [J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(3): 1 564-1 568 (in Chinese).
- [14] 倪绍勇,石筑一,童红,等. ^{108}Cd 核振动到转动演化的微观研究[J]. 原子能科学技术, 2008, 42(5): 385-389.
NI Shaoyong, SHI Zhuyi, TONG Hong, et al. Evolution from vibration to rotation in ^{108}Cd nucleus within microscopic theory[J]. Atomic Energy Science and Technology, 2008, 42(5): 385-389(in Chinese).
- [15] 石筑一,童红,张欢,等. ^{76}Sr 核 yrast 带结构演化的微观研究[J]. 物理学报, 2009, 58(7): 4 542-4 548.
SHI Zhuyi, TONG Hong, ZHANG Huan, et al. Evolution of the yrast-band structure in ^{76}Sr nuclei within microscopic theory[J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(7): 4 542-4 548(in Chinese).
- [16] 童红,汪红,石筑一,等. 从核结构的有序性理解 $^{180,182}\text{Hf}$ 核形状演化[J]. 原子能科学技术, 2009, 43(8): 693-699.
TONG Hong, WANG Hong, SHI Zhuyi, et al. Recognition of shape evolution of $^{180,182}\text{Hf}$ nuclei from order of nuclear structure[J]. Atomic Energy Science and Technology, 2009, 43(8): 693-699(in Chinese).
- [17] ROWE D J, WELSH T A, CAPRIO M A. Bohr model as an algebraic collective model[J]. Phys Rev C, 2009, 79: 054304.
- [18] YANG Z S, LIU Y, QI H. The interacting Boson model and microscopic investigation of the nuclear collective motion[J]. Nucl Phys A, 1984, 421: 297-312.
- [19] 杨泽森,刘庸,田晓岑. 在对力、四极对力及四极力下相互作用玻色子模型的 Dyson 表示[J]. 高能物理与核物理, 1982, 6(7): 472-479.
YANG Zesen, LIU Yong, TIAN Xiaocen. A Dyson representation of the interacting Boson model with pairing plus quadrupole pairing plus quadrupole-quadrupole forces [J]. High Energy Physics and Nuclear Physics, 1982, 6(7): 472-479(in Chinese).
- [20] CHU S Y, NORDBERG H, FIRESTONE R B, et al. Isotope explorer 3.0 [DB/OL]. (2005). <http://ie.lbl.gov/toi.htm>.
- [21] GOOGMAN A L. Proton-neutron pairing in $Z=N$ nuclei with $A=76-96$ [J]. Phys Rev C, 1999, 60: 014311.
- [22] KANEKO K, HASEGAWA M, MIZUSAKI T. Quadrupole and octupole softness in the $N=Z$ nucleus ^{64}Ge [J]. Phys Rev C, 2002, 66: 051306 (R).
- [23] ISACKER P V, CHEN J Q. Classical limit of in the interacting Boson Hamilton[J]. Phys Rev C, 1981, 24: 684-689.
- [24] 廖继志. 近代原子核模型[M]. 成都: 四川大学出版社, 1990: 270-273.