

# 层次贝叶斯法在补水泵故障数据处理中的应用

李光鹏, 赵新文, 蔡琦

(海军工程大学, 湖北 武汉 430033)

**摘要:** 在不区分不同补水泵故障数据的情况下, 应用多个可修设备的数据处理方法进行了补水泵可靠性参数的计算, 得到了补水泵可靠性参数估计值; 在区分不同补水泵故障数据的情况下, 建立了用于其可靠性分析的层次贝叶斯模型, 并用 WinBUGS 软件对其进行了求解计算。最后, 对计算结果进行了分析。

**关键词:** 数据处理; 补水泵; 可修设备; 层次贝叶斯模型

中图分类号: TL353.12 文献标志码: A 文章编号: 1000-6931 (2010) S0-0386-04

## Application of Hierarchical Bayes Model in Fault Data Processing of Feed Water Pumps

LI Guang-peng, ZHAO Xin-wen, CAI Qi

(Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** Taking all the feed water pumps as a whole, the data processing method of multiple repairable systems was used to parameter calculation of them. When distinguishing feed water pumps into different samples, the hierarchical bayes model was built, and the reliability parameters were calculated by using WinBUGS. At last, the results were analysed.

**Key words:** data processing; feed water pump; repairable device; hierarchical bayes model

补水泵是典型的可修设备, 由于其可靠性较高, 所以, 积累的失效数据较少, 导致在对其进行可靠性分析时存在一定的困难。相对于不可修设备而言, 可修设备的数据处理方法比较复杂, 对此, 文献[1]进行了专门讨论; 另外, 针对补水泵故障数据较少的特点, 本文采用层次贝叶斯方法来提高参数估计的精确性, 并与常规的最大似然方法的计算结果进行比较, 文献[2]对复杂可修系统可靠性分析的贝叶斯方法进行了介绍。

层次贝叶斯方法充分利用先验信息, 解决了补水泵故障数据不足的问题, 在高可靠性设备的数据处理中有重要应用, 层次贝叶斯方法的计算比较复杂, 本文采用国际上专门针对其

开发的 WinBUGS 软件, 对某一时刻 4 台补水泵故障数据进行计算。

### 1 补水泵故障统计及初步分析

表 1 为某一时刻 4 台补水泵故障次数统计。

表 1 补水泵故障统计表

Table 1 Fault statistics of feed water pumps

泵序号	运行时间/d	故障次数
1	414	9
2	316	4
3	474	4
4	356	6

表 1 中的数据为不完全数据，根据表中数据特点，在进行数据处理时，作如下说明：

1) 各补水泵型号类型相同，运行环境及使用条件也基本相同，所以，各补水泵既可合在一起进行分析，也可单独分析；2) 表中补水泵运行的时间较短，可认为其性能在统计的时间段内未发生根本性变化。

首先，假设各补水泵故障间隔时间服从相同分布，根据以上说明，可假设此分布为 Poisson 分布。

表 1 中数据都为时间截尾数据，文献[1]给出了故障时间服从 Poisson 分布的多个相同可修设备的平均故障间隔时间计算方法，最终，得到计算公式如下：

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^k T_i}{\sum_{i=1}^k n_i} \quad (1)$$

其中： $T_i$  为第  $i$  个补水泵运行总时间； $n_i$  为第  $i$  个补水泵的故障次数； $k$  为泵个数； $i$  为泵序号。

根据表 1 中的数据求得  $\hat{\theta} \approx 67.83$  d，所以，可认为各补水泵故障次数服从如下形式的 Poisson 分布：

$$P(N(t)=n) = \frac{(t/\hat{\theta})^n \exp(-t/\hat{\theta})}{n!} = (0.01474t)^n \exp(-0.01474t)/n! \quad (2)$$

文献[1]给出了故障时间服从 Poisson 分布的多个可修系统的平均故障间隔时间区间的计算公式， $1-\alpha$  的置信度的置信区间中包含的  $\theta_0$  的计算公式如下：

$$-2\lg LR(\theta_0) < \chi^2_{\alpha} \quad (3)$$

$$LR(\theta_0) = (\hat{\theta}/\theta_0)^{\sum_{i=1}^k n_i} \exp(\sum_{i=1}^k n_i - \sum_{i=1}^k T_i/\theta_0)$$

代入表 1 中的数据，得：

$$LR(\theta_0) = (67.83/\theta_0)^{23} \exp(23 - 1560/\theta_0) \quad (4)$$

$$-2\lg LR(\theta_0) = -130.25 + 46\lg \theta_0 + 3120/\theta_0 \quad (5)$$

由  $-2\lg LR(\theta_0) < \chi^2_{0.05} = 3.841$  得  $\theta_0$  的 95% 的置信区间为 (59.45, 645.60)，置信区间长度很大，主要是上限偏离较远，主要是由以下几方面的原因造成的：1) 故障数据不足，提供的信息量较少；2) 各补水泵故障数据差异较大，导致被估参数置信区间的范围较大。

## 2 补水泵故障数据处理的层次贝叶斯模型

### 2.1 层次贝叶斯模型

数据来自 4 台补水泵的统计数据，由于每台补水泵使用管理及运行环境方面的差异，假设每台补水泵的失效数据均服从 Poisson 分布，即：

$$X_i \sim \text{Poisson}(\lambda_i, t_i) \quad (6)$$

其中： $X_i$  为第  $i$  台补水泵失效次数； $\lambda_i$  为第  $i$  台补水泵的失效率； $t_i$  为第  $i$  台补水泵的运行时间。

$\lambda_i$  的共轭先验分布为 Gamma 分布，即：

$$\lambda_i \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta) \quad i=1, 2, 3, 4 \quad (7)$$

超参数  $\alpha$  和  $\beta$  分别服从以下先验分布：

$$\alpha \sim \text{Exponential}(1.0) \quad (8)$$

$$\beta \sim \text{Gamma}(0.1, 1.0) \quad (9)$$

### 2.2 模型的 WinBUGS 求解

首先，用 WinBUGS 的语言建立补水泵的层次贝叶斯模型，然后，对该模型进行求解。

表 2 列出了各参数的均值、标准差、95% 的置信区间上限和下限以及仿真样本数等。

表 2 补水泵可靠性参数

Table 2 Reliability parameters of feed water pump

参数	均值	标准差	仿真误差	置信下限2.5%	中值	置信上限97.5%	仿真起点	样本数
$\alpha$	$2.666 \times 10^{-1}$	$1.374 \times 10^{-1}$	$1.949 \times 10^{-3}$	$7.254 \times 10^{-3}$	0.2409	5.945	1	10 000
$\beta$	1.071	1.103	$0.01467 \times 10^{-2}$	$6.952 \times 10^{-3}$	0.7244	4.076	1	10 000
$\lambda_1$	$2.223 \times 10^{-2}$	$7.279 \times 10^{-3}$	$7.17 \times 10^{-5}$	$1.03 \times 10^{-2}$	$2.148 \times 10^{-2}$	$3.859 \times 10^{-2}$	1	10 000
$\lambda_2$	$1.35 \times 10^{-2}$	$6.535 \times 10^{-3}$	$6.69 \times 10^{-5}$	$3.996 \times 10^{-3}$	$1.239 \times 10^{-2}$	$2.935 \times 10^{-2}$	1	10 000
$\lambda_3$	$8.938 \times 10^{-3}$	$4.378 \times 10^{-3}$	$4.53 \times 10^{-5}$	$2.546 \times 10^{-3}$	$8.2 \times 10^{-3}$	$1.94 \times 10^{-2}$	1	10 000
$\lambda_4$	$1.755 \times 10^{-2}$	$7.034 \times 10^{-3}$	$7.141 \times 10^{-5}$	$6.752 \times 10^{-3}$	$1.665 \times 10^{-2}$	$3.369 \times 10^{-2}$	1	10 000

图1为补水泵可靠性参数的概率密度函数。前 6 000 次仿真结果时的补水泵可靠性参数，考虑到前期迭代误差的影响，计算了去掉

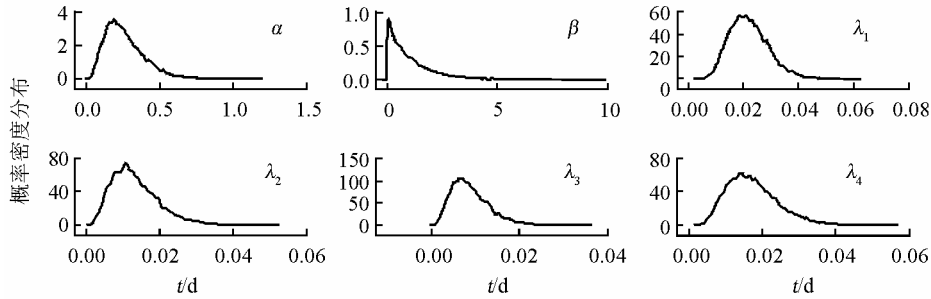


图 1 补水泵可靠性参数的概率密度函数

Fig. 1 Probability density function of reliability parameters of feed water pump

表 3 补水泵可靠性参数 (舍弃前 6 000 次样本)

Table 3 Reliability parameters of feed water pump (abandon frontal 6 000 samples)

参数	均值	标准差	仿真误差	置信下限2.5%	中值	置信上限97.5%	仿真起点	样本数
$\alpha$	$2.679 \times 10^{-1}$	$1.378 \times 10^{-1}$	$2.678 \times 10^{-3}$	$7.19 \times 10^{-2}$	$2.441 \times 10^{-1}$	$5.898 \times 10^{-1}$	6 001	4 000
$\beta$	1.054	1.082	$2.275 \times 10^{-2}$	$6.188 \times 10^{-3}$	$7.161 \times 10^{-1}$	4.001	6 001	4 000
$\lambda_1$	$2.232 \times 10^{-2}$	$7.3 \times 10^{-3}$	$1.025 \times 10^{-4}$	$1.035 \times 10^{-2}$	$2.158 \times 10^{-2}$	$3.888 \times 10^{-2}$	6 001	4 000
$\lambda_2$	$1.338 \times 10^{-2}$	$6.568 \times 10^{-3}$	$1.119 \times 10^{-4}$	$3.932 \times 10^{-3}$	$1.234 \times 10^{-2}$	$2.922 \times 10^{-2}$	6 001	4 000
$\lambda_3$	$8.961 \times 10^{-3}$	$4.447 \times 10^{-3}$	$7.299 \times 10^{-5}$	$2.531 \times 10^{-3}$	$8.236 \times 10^{-3}$	$1.968 \times 10^{-2}$	6 001	4 000
$\lambda_4$	$1.762 \times 10^{-2}$	$6.991 \times 10^{-3}$	$1.193 \times 10^{-4}$	$6.752 \times 10^{-3}$	$1.669 \times 10^{-2}$	$3.332 \times 10^{-2}$	6 001	4 000

通过表 2、表 3 的比较可看出，前期迭代误差影响不大，可忽略。

图 2 示出了 4 台补水泵的故障率比较。图 2 中竖直虚线为通过后验概率密度函数计算出的 4 台补水泵的失效率均值，黑点表示每台补水泵各自的失效率均值。

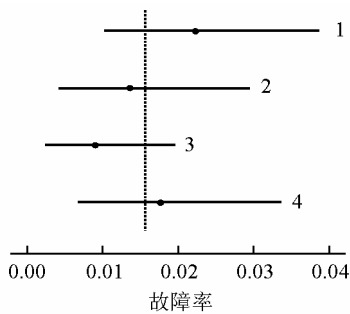


图 2 各补水泵故障率比较图

Fig. 2 Comparison of failure rates of different feed water pumps

由图 2 可看出，故障率越小，其分布范围也小，这是因为，故障率越小，说明故障次数越多，即故障信息越多，所以，其置信区间精度也会提高，即置信区间范围变小。

根据表 2 得出各补水泵的平均故障时间，并与最大似然法的计算结果进行比较，比较结果列于表 4。

表 4 MLE 法与层次贝叶斯法计算结果比较

Table 4 Results comparison between MLE and hierarchical Bayes method

序号	故障时间/d		相对偏差/%
	MLE	层次贝叶斯	
1	46	45	2.22
2	79	74	6.76
3	119	112	6.25
4	59	57	3.51

由表 4 可看出, 对于每条补水泵平均故障时间而言, 层次贝叶斯方法的计算结果小于最大似然法的计算结果, 而且还可看出, 补水泵的故障次数越多, 平均故障时间越短, 最大似然法与层次贝叶斯方法的计算结果相差就越小, 这主要是有以下原因造成的:

1) 通过先验分布计算补水泵平均故障时间间隔为  $4 d (\beta/\alpha)$ , 明显小于其实际故障数据的计算结果, 而层次贝叶斯方法综合了先验数据和实际故障数据, 所以, 其计算结果应是两者的折中, 即介于两者之间;

2) 实际故障数据越多, 则实际故障数据在层次贝叶斯计算结果中所占的比重越大, 实际故障数据越少, 则先验数据对层次贝叶斯计算结果的影响较大, 所以, 补水泵的故障次数越多, 平均故障时间越短, 则层次贝叶斯计算结果越接近实际故障数据计算结果, 即最大似然法计算结果。

### 3 结论

1) 应用可修系统的数据处理方法, 计算了补水泵的平均故障时间间隔及其置信区间, 从计算结果可看出, 当故障数据较少时, 会导致所求参数置信区间偏大。

2) 应用层次贝叶斯方法分别对各补水泵平均故障时间间隔及其相关参数进行了计算, 由计算结果可看出, 贝叶斯方法综合了先验数据和实际故障数据, 对于小的样本数据, 能够起到减小误差的作用, 而对于大的样本数据, 先验数据对计算结果的影响不大。

#### 参考文献:

- [1] STEVEN E R, ASIT P B. Tatistical methods for the reliability of repairable systems[M]. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- [2] ANTONIO P, FABRIZIO R. Bayesian reliability analysis of complex repairable systems[J]. Appl Stochastic Models Bus Ind, 2004, 20: 253-264.