

文章编号:1004-4213(2011)05-0798-5

# 拉盖尔高斯径向偏振光高数值孔径聚焦特性

翁晓羽<sup>1</sup>, 郭汉明<sup>1</sup>, 董祥美<sup>1</sup>, 隋国荣<sup>1</sup>, 高秀敏<sup>2</sup>, 庄松林<sup>1</sup>

(1 上海理工大学 光电信息与计算机工程学院, 上海 200093)

(2 杭州电子科技大学 电子信息学院, 杭州 310018)

**摘 要:**光波在高数值孔径聚焦下焦点区域光强分布呈现出的特殊性质已经被应用到光学显微成像、微粒控制、光存储等领域中. 本文基于矢量 Deby 衍射理论研究了  $TM_{01}$  模拉盖尔高斯径向偏振光经高数值孔径聚焦下焦点区域光强分布. 通过调节入瞳半径与光束束腰之比, 发现拉盖尔高斯径向偏振光光斑由明亮尺寸小光斑变化成环形中空光斑, 并且通过光瞳滤波器可以实现对焦点区域光强和暗斑尺寸的调制, 使焦点中心暗斑光强由 0 变化到 1. 通过合适的复光瞳滤波器参量选择, 在焦区产生了多个三维“光笼”, 这使得能够更有效地束缚微粒, 而且可以一次控制多个微粒, 对捕捉折射率低于周围环境的微粒具有重要的应用价值.

**关键词:**拉盖尔高斯径向偏振光; 高数值孔径; 光瞳滤波器; 微粒捕捉

**中图分类号:** O436

**文献标识码:** A

**doi:** 10.3788/gzxb20114005.0798

## 0 引言

光波在高数值孔径聚焦时, 其矢量特性很大程度上影响着焦点区域光强分布. Wolf 等人基于 Deby 矢量衍射理论研究了线偏振光经高数值孔径聚焦之后的焦点区域光强分布, 发现其光斑形状成椭圆<sup>[1]</sup>. 对于非均匀偏振的矢量光束, 其聚焦特性更加引人关注. 如径向偏振光聚焦之后有着强轴向分量<sup>[2]</sup>, 而且能比线偏振光产生更小的聚焦光斑<sup>[3]</sup>, 方位偏振光则会产生一个中空环形光斑<sup>[2]</sup>. 这些特殊性质在光学显微成像<sup>[4-6]</sup>、光存储<sup>[7]</sup>、微粒控制<sup>[8]</sup>、电子加速<sup>[9-10]</sup>、光刻成像等领域都有着巨大的应用前景.

在大多数研究都集中在以  $TM_{01}$  模为代表的低阶径向偏振光时, Tovar 从理论上分析并推导出存在高阶且具有柱矢量偏振的横向模, 其电场具有拉盖尔高斯分布, 也就是拉盖尔高斯光<sup>[11]</sup>, 而且在实验中得到了这种光束<sup>[12]</sup>. 在随后的研究中, Kozawa 等人分析了双环形分布 ( $TEM_{11}$  模) 的拉盖尔高斯径向偏振光的聚焦特性<sup>[13]</sup>. 与 Bessel-Gauss 径向偏振光不同的是, 双环形分布拉盖尔高斯径向偏振光聚焦场的轴向分量随着光瞳半径与光束束腰之比 (简

称为  $\beta_0$ ) 的增大而变大. 由于内环与外环的  $TEM_{11}$  模拉盖尔径向偏振光在焦点处干涉, 在  $\beta_0 = 1.3$  时, 焦点区域出现中空环形光斑, 即光笼现象. 所谓光笼即光梯度力将微粒从光强大的区域推向光强小的区域. 在中心暗斑区域中微粒所受到的梯度力为 0, 然而当它稍微偏离光轴进入到环形光强区域时, 在光梯度力的作用下迫使微粒重新回到光强为 0 的暗斑之中, 即微粒被束缚在中心暗斑区域<sup>[14]</sup>. 所以, 光笼不仅在焦平面上是闭合中空形的, 而且在沿光轴方向上光强分布也要求是闭合中空的, 这样才能有效地将微粒束缚住.

本文研究了  $TM_{01}$  模拉盖尔高斯径向偏振光在高数值孔径聚焦下的光场分布, 包括对轴向场分量与横向场分量的分析, 研究光瞳滤波器对焦点区域光强分布的调节作用. 与 Kozawa 等人工作<sup>[12]</sup> 不同, 本文所研究的拉盖尔高斯光聚焦场的轴向分量随着  $\beta_0$  的增大而减小, 出现中空环形光斑, 并且通过本文设计的复合型光瞳滤波器进行调制, 可以有效连续地控制中空环形光斑暗斑的光强, 并且产生多个光笼. 这可以应用到对折射率低于周围环境的微粒的捕捉<sup>[14]</sup>.

**基金项目:** 国家自然科学基金 (No. 60807007)、霍英东教育基金会青年教师基金 (No. 121010)、高等学校全国优秀博士学位论文作者资助项目 (No. 201033)、国家重点基础研究发展计划 (No. 2011CB707504) 和上海市重点学科建设项目 (No. S30502) 资助

**第一作者:** 翁晓羽 (1985-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为光学矢量衍射、纳米光学显微成像. Email: wxy100100@126.com

**导师 (通讯作者):** 郭汉明 (1977-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为光学矢量衍射、纳米光学显微成像. Email: hmguo@usst.edu.cn

**收稿日期:** 2010-11-25; **修回日期:** 2011-03-18

### 1 基本理论

一束偏振方向如图 1(a)所示的径向偏振光沿 +z 轴方向传播,经消球差成像系统(像方为空气)聚焦之后(图1(b)),像空间中任意点  $P(r_p, z_p)$  在柱坐标系下的电场分布为<sup>[2]</sup>

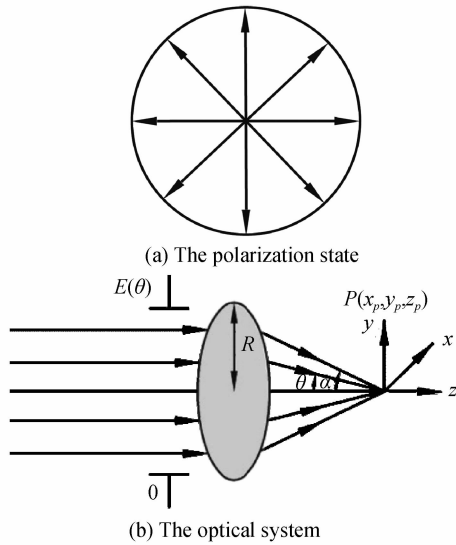


图 1 拉盖尔高斯径向偏振的偏振方向及光波聚焦原理图  
Fig. 1 Polarization state of the Laguerre-Gaussian radially polarized light, and schematic diagram of the optical system

$$E = E_r r + E_z z \tag{1}$$

式中

$$E_r = -2A \int_0^{\alpha} [E_0(\theta) \sqrt{\cos \theta} \cos \theta \cdot \sin \theta J_1(\cdot) e^{ikz_p \cos \theta}] d\theta$$

$$E_z = 2iA \int_0^{\alpha} [E_0(\theta) \sqrt{\cos \theta} \sin^2 \theta J_0(\cdot) \cdot e^{ikz_p \cos \theta}] d\theta \tag{2}$$

式中:  $\alpha = a \sin(\text{NA})$  为最大半孔径角, NA 为数值孔径;  $\theta$  为各光线会聚角;  $J_n(\cdot)$  表示  $n$  阶第一类 Bessel 函数  $J_n(kr_p \sin \theta)$ ,  $k = 2\pi/\lambda$  为波数,  $\lambda$  为入射光波长.

$E_0(\theta)$  为拉盖尔高斯径向偏振光在入瞳平面上的电场分布,可以表示成<sup>[12]</sup>

$$E_0(\theta) = \beta_0^2 (\sin \theta / \sin^2 \alpha) \exp [-(\beta_0 \sin \theta / \sin \alpha)^2] L_p^1 [2(\beta_0 \sin \theta / \sin \alpha)^2] \tag{3}$$

式中  $\beta_0$  为入瞳半径与光束束腰之比,  $L_p^1$  为广义拉盖尔多项式. 本文在进行计算模拟时取  $P=0$ .

式(1)~(3)描述的是光波在没有经过光瞳滤波器调制下的焦点区域光强分布. 若在入瞳上放置图 2 所示的复光瞳滤波器,  $R$  是孔径半径, 其中各环透过率分别为  $0, 1, 0, e^{i\pi}$ , 而  $r_1, r_2$  和  $r_3$  分别是该复光

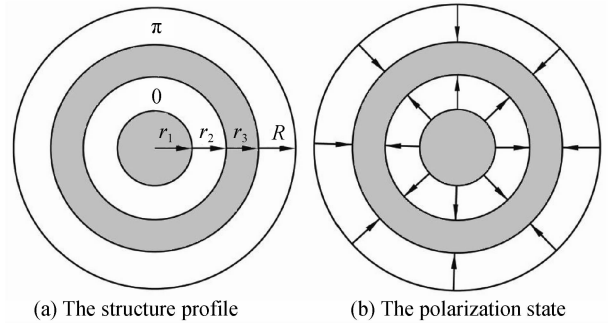


图 2 复光瞳滤波器的结构图和径向偏振光经该光瞳滤波器后的偏振方向

Fig. 2 The structure profile of complex pupil filter and the polarization state of radially polarized light through the pupil filter

瞳滤波器的各个圆的半径, 那么拉盖尔高斯径向偏振光经过此光瞳滤波器之后, 其偏振方向如图 2(b) 所示, 内环与外环偏振相差  $\pi$  相位, 其焦点区域电场分布为

$$E_{r0} = -2A \int_0^{\alpha} [E_0(\theta) \sqrt{\cos \theta} \cos \theta \sin \theta J_1(\cdot) \cdot e^{ikz_p \cos \theta}] d\theta$$

$$E_{z0} = 2iA \int_0^{\alpha} [E_0(\theta) \sqrt{\cos \theta} \sin^2 \theta J_0(\cdot) e^{ikz_p \cos \theta}] d\theta$$

$$E_{r\pi} = -2A \int_0^{\alpha} [e^{i\pi} E_0(\theta) \sqrt{\cos \theta} \cos \theta \sin \theta J_1(\cdot) \cdot e^{ikz_p \cos \theta}] d\theta$$

$$E_{z\pi} = 2iA \int_0^{\alpha} [e^{i\pi} E_0(\theta) \sqrt{\cos \theta} \sin^2 \theta J_0(\cdot) \cdot e^{ikz_p \cos \theta}] d\theta$$

式中  $\beta = a \sin(x_1 \sin \alpha)$ ,  $\varphi = a \sin(x_2 \sin \alpha)$ ,  $\gamma = a \sin(x_3 \sin \alpha)$ ,  $x_1 = r_1/R$ ,  $x_2 = r_2/R$ ,  $x_3 = r_3/R$ .

因此可得光束经光瞳滤波器调制后高数值孔径物镜聚焦下焦点区域总电场分布

$$E = (E_{r0} + E_{r\pi})r + (E_{z0} + E_{z\pi})z \tag{4}$$

图 2(a)中灰色区域为不透光区, 内环相位延迟为 0, 外环相位延迟为  $\pi$ . 径向偏振光经过此光瞳滤波器时, 其偏振方向如图 2(b), 内环与外环光束偏振方向相反, 在经过高数值孔径物镜聚焦之后, 内环与外环的光束在焦点区域处干涉, 通过调节各环的大小可以实现对光强进行调制.

### 2 模拟计算分析与讨论

在本文模拟计算中, 后续各图中的长度单位均为波长  $\lambda$ . 基于式(4), 通过 MATLAB 编程对拉盖尔高斯径向偏振光经光瞳滤波器聚焦后在焦点区域所形成的光强分布进行模拟计算. 取  $\text{NA} = 0.95$ ,  $P=0$ , 在没有加入光瞳滤波器时, 基于式(1)得到在焦点区域不同  $\beta_0$  值的光强分布, 如图 3.

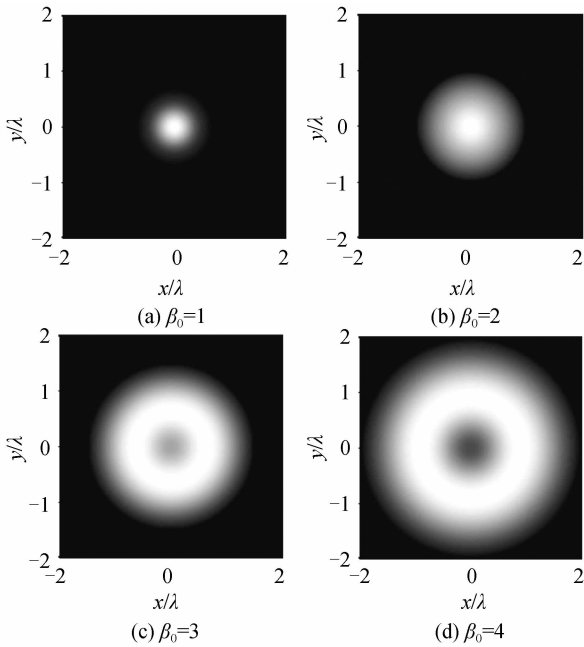


图 3 焦点区域光强分布图  
Fig. 3 Normalized light intensity distributions in the focal region

一般地, 径向偏振光经高数值孔径聚焦之后会产生强轴向分量, 所以径向偏振光会聚之后会产生比线偏振更小的光斑, 如图 3(a); 但随着  $\beta_0$  的增加, 拉盖尔高斯径向偏振光在焦点区域所形成的横向分量最大光强与轴向分量最大光强之比变大. 当  $\beta_0 = 4$  时, 光束会聚之后形成中空环形光斑, 而且光斑尺寸也随着轴向分量的减小而变大. 为了更好地描述环形光斑暗斑光强分布, 现定义光强极大值与极小值中点位置所对应的光强为暗斑的半峰值, 其宽度为暗斑尺寸 (简称为  $L$ ). 在  $\beta_0 = 3$  时, 暗斑尺寸是  $0.62\lambda$ . 图 4 是拉盖尔高斯径向偏振光聚焦之后光强横向分量最大值与其轴向分量最大值之比 ( $\max I_r / \max I_z$ ) 随  $\beta_0$  变化曲线. 大约在  $\beta_0 = 2.6$  时  $\max I_r / \max I_z = 1$ , 光斑尺寸为  $2.0\lambda$ . 当  $\beta_0$  进一步变大, 将会形成中空光斑, 即可用于捕获微粒的光笼.

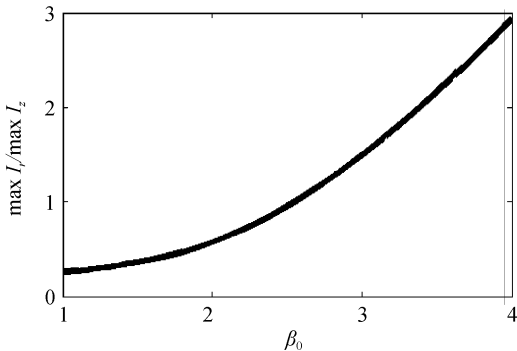


图 4 光强横向分量最大值与轴向分量比值随  $\beta_0$  变化  
Fig. 4 The curve of  $\max I_r / \max I_z$  versus  $\beta_0$

针对  $\beta_0 = 3$  的拉盖尔高斯径向偏振光进行分析. 由图 3(c) 可见, 在无光瞳滤波器时, 焦点中心区

光强还比较大, 约为总光强的  $0.62$  倍; 而在光束经过光瞳滤波器聚焦后, 通过调节各个环的半径, 可以有效地使中心暗斑区域光强由  $0$  变化到  $1$ , 而且在暗斑处的微粒将会受到柱对称的梯度力的作用, 控制暗斑的光强, 即是对微粒所受到的梯度力的控制. 而且随着暗斑光强的增大, 暗斑尺寸  $L$  变小. 当  $x_1 = 0, x_2 = 0.31, x_3 = 0.6$  时, 其焦斑如图 5(a), 暗斑峰谷处光强为  $0$ ; 当  $x_1 = 0.44, x_2 = 0.71, x_3 = 0.92$  时, 光斑形状如图 5(b) 所示, 中心光强约为  $0.90, L$  为  $0.40\lambda$ . 在调节过程中发现,  $r_1$  对暗斑光强影响最为明显, 因为其控制着光束大部分能量. 通过  $r_1$  可以实现对暗斑光强的粗调, 然后再调节其它参量进行微调可以快速的对其光强进行调节. 图 6 中实线为未加入光瞳滤波器 (图 3(c)) 的焦斑光强分布曲线, 虚线是图 5(a) 中焦斑光强分布曲线, 点线是图 5(b) 焦斑光强分布曲线,  $L$  为焦点暗斑尺寸的值, 可以看到暗斑尺寸随着暗斑光强的变大而减小.

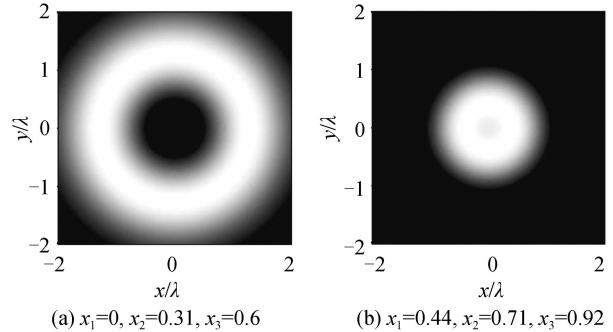


图 5  $\beta_0 = 3$  时光束经光瞳滤波器后在焦平面上光强分布  
Fig. 5 Normalized light intensity distributions at  $\beta_0 = 3$  in the focal plane through the pupil filter

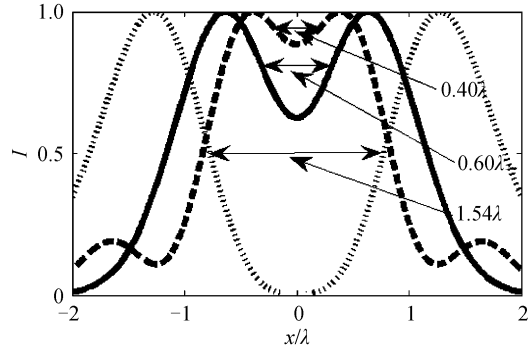


图 6  $\beta_0 = 3$  时光束经光瞳滤波器后在几何焦平面上沿  $x$  轴方向光强分布  
Fig. 6 Normalized light intensity distributions along  $z$  axis for  $\beta_0 = 3$  through the pupil filter

为了更加直观地说明暗斑尺寸的变化情况, 图 7 给出暗斑峰谷处光强  $I$  与暗斑尺寸  $L$  的变化曲线. 由图 7 可见随着  $I$  变大,  $L$  越小, 即暗斑的尺寸减小.

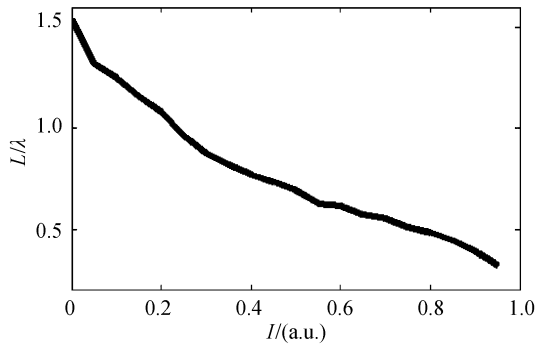


图7 峰谷光强与暗斑尺寸关系  
Fig. 7 The curve of dark spot size  $L$  versus the valley intensity  $I$

通过加入光瞳滤波器可以有效地调节焦点区域光强分布. Kun Huang 等人通过相位型光瞳滤波器使径向偏振光聚焦之后有效滤掉其横向分量,产生高效的强轴向分量<sup>[15]</sup>. 通过振幅型光瞳滤波器可以有效地减小 Bessel-Gauss 径向偏振光的光斑尺寸,而且可以使焦深变大<sup>[16]</sup>.

图 8 描述了在图 5(a)和(b)沿  $z$  轴光强分布. 以未加入光瞳滤波器情况下的沿  $z$  轴光强分布作为标准(图 8(c)),分析所加光瞳滤波器对光强的影响. 由图 8 可以发现光束经过图 2 所示的光瞳滤波器之后,当  $x_1, x_2$  不变时,焦深随着  $x_3$  增大而变大(图 8(a)和(d)),而且  $x_1$  对暗斑中心光强分布的调节作用最明显.

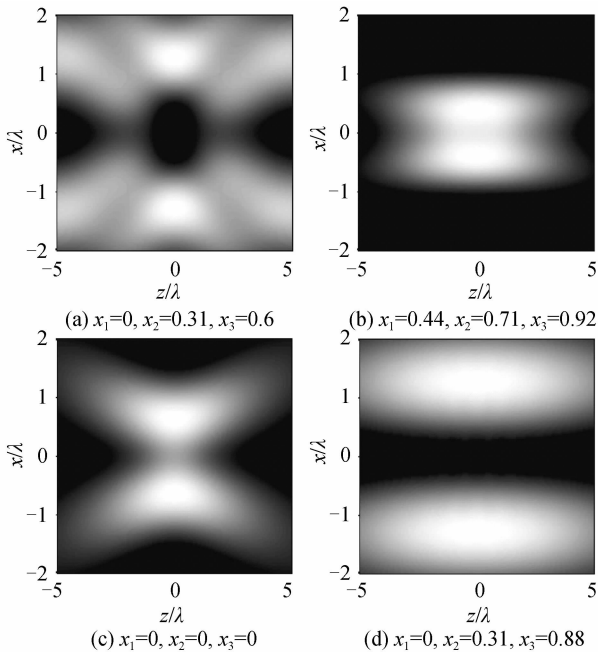


图 8 光束经光瞳滤波器聚焦后光强沿  $z$  轴分布  
Fig. 8 Focal intensity distributions along  $z$  axis through the pupil filter

由图 8(a)可见,当  $x_1=0, x_2=0.31, x_3=0.60$  时,光强沿光轴分布可近似的看作闭合中空光斑,而且在  $z=0$  平面上的光强分布(图 5(a)),可以判断

此时近似出现光笼现象. 只是闭合光斑不均匀,其光笼现象不明显. 通过进一步调节复光瞳滤波器,即当  $x_1=0.44, x_2=0.46, x_3=0.8$  时,出现明显多光笼,如图 9. 如图 9(b),沿光轴光强分布出现多个闭合中空光斑,而且在  $xy$  平面上光强分布也为中空环形分布(如图 9(a),此时  $z=0$ ),即产生了多光笼. 因此在微粒控制方面,这不仅可以做到有效束缚微粒的位置,而且可以一次控制多个微粒.

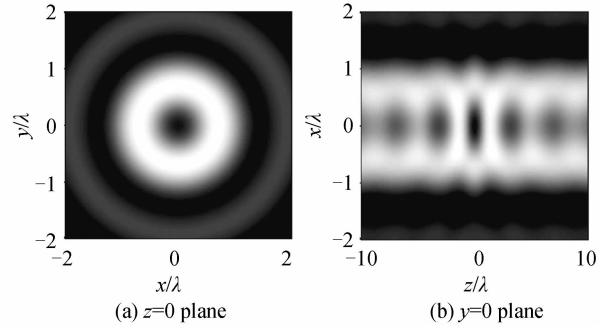


图 9  $x_1=0.44, x_2=0.46, x_3=0.8$  的情况下,光笼光强分布  
Fig. 9 The light intensity distributions of optical cages with  $x_1=0.44, x_2=0.46$ , and  $x_3=0.8$

### 3 结论

本文研究了拉盖尔高斯径向偏振光在  $NA=0.95$  聚焦下的焦点区域光强分布. 随着光瞳半径与光束束腰之比  $\beta_0$  的增大,焦点区域光强的横向分量的最大值与其轴向分量的最大值之比( $\max I_r/\max I_z$ )变大,光斑由尺寸小亮斑,变成中空形光斑. 通过复光瞳滤波器对  $\beta_0=3$  的拉盖尔高斯径向偏振光聚焦之后焦点区域光强进行调制,研究表明中心暗斑光强由 0 变化到 1,并且随着暗斑的光强变大,其暗斑尺寸减小. 由于内环与外环的光束在焦点区域处干涉,通过调节内环与外环尺寸实现由单光笼向多光笼的飞跃. 光笼是可以有效束缚微粒位置,而且多光笼的出现对提高微粒的控制速度有着重要意义. 这说明拉盖尔高斯径向偏振光在微粒的控制方面有着重要的应用价值.

#### 参考文献

[1] RICHARDS B, WOLF E. Electromagnetic diffraction in optical systems II. Structure of the image field in an aplanatic system[J]. *Proceedings of the Royal Society A*, 1959, **253** (1274): 358-379.  
 [2] YOUNGWORTH K S, BROWN T G. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams [J]. *Optics Express*, 2000, **7**(2): 77-87.  
 [3] DORN R, QUABIS S, LEUCHS G. Sharper focus for a radially polarized light beam[J]. *Physics Review Letters*, 2003, **91**(23): 3901.  
 [4] YOUNGWORTH K S, BROWN T G. Inhomogeneous polarization in scanning optical microscopy[C]. *SPIE*, 2000, **75**: 3919.  
 [5] SERRELS K A, RAMSAY E, WARBURTON R J, et al.

- Nanoscale optical microscopy in the vectorial focusing regime [J]. *Nature Photonics*, 2008, **2**: 311-314.
- [6] SICK B, HECHT B, NOVOTNY L. Orientational imaging of single molecules by annular illumination[J]. *Physical Review Letters*, 2000, **85**(21): 4482-4485.
- [7] KIM Wa, PARK N. Investigation of near-field imaging characteristics of radial polarization for application to optical data storage[J]. *Optical Review*, 2007, **14**(4): 236-242.
- [8] SHIMIZU Y, SASADA H. Novel optical trap of atoms with a doughnut beam[J]. *Physical Review Letters*, 1997, **78**(25): 4713-4716.
- [9] SALAMIN Y I. Mono-energetic Gev electrons from ionization in a radially polarized laser beam[J]. *Optics Letters*, 2007, **32**(1): 90-92.
- [10] HAFIZI B, ESAREY E, SPRANGLE P. Laser-driven acceleration with Bessel beams [J]. *Physical Review E*, 1997, **55**(3): 3539.
- [11] TOVAR A A. Production and propagation of cylindrically polarized Laguerre-Gaussian laser beams[J]. *JOSA A*, 1998, **15**(10): 2705-2711.
- [12] MOSER T, GLUR H, ROMANO V, *et al.* Polarization-selective grating mirrors used in the generation of radial polarization[J]. *Applied Physics B*, 2005, **80**(6): 707-713.
- [13] KOZAWA Y, SATO S. Focusing property of a double-ring-shaped radially polarized beam[J]. *Optics Letters*, 2006, **31**(6): 820-822.
- [14] GAHAGA K T, SWARTZLANDER G A. Optical vortex trapping of particles[J]. *Optics Letters*, 1996, **21**(11): 827-829.
- [15] HUANG Kun, SHI Peng, KANG Xue-liang. Design of DOE for generating a needle of a strong longitudinally polarized field[J]. *Optics Letters*, 2010, **35**(7): 965-967.
- [16] ELIJAH Y S Y, SHEPPARD C J R. Effects of pupil functions on tightly focused radially polarized beams in microscopy [CD]. 2008-3-16. <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=BIOMED-2008-BMD64>.

## Focusing Characteristics of Laguerre-Gaussian Radially Polarized Beam Through High Numerical Aperture

WENG Xiao-yu<sup>1</sup>, GUO Han-ming<sup>1</sup>, DONG Xiang-mei<sup>1</sup>,  
SUI Guo-rong<sup>1</sup>, GAO Xiu-min<sup>2</sup>, ZHUANG Song-lin<sup>1</sup>

(1 School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

(2 College of Electronic Information, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** For the focusing of the optical system with high numerical aperture, the light intensity distribution in the focal region will shows some special characteristics, which can be used in many fields, such as microscopy, particles trapping, data storage etc. Based on the vectorial Deby theory, the focal light intensity distributions of  $TM_{01}$  mode Laguerre-Gaussian radially polarized beam through the optical system with high numerical aperture were studied. By adjusting the ratio of the pupil radius versus beam waist, the focal light spot changed from small bright spot into dark ring spot. Moreover, by the pupil filter, the light intensity distribution in the focal region and the focal dark spot size could be modulated, which could make the intensity of dark area change from 0 to 1. And, by choosing the parameters of pupil filter purposefully, several 3D optical cages could be produced in the focal region, which made particle trapping more efficiently. Moreover, several particles can be trapped at one time, which has great practical value in trapping particles with refractive indices lower than that of surrounding medium.

**Key words:** Radially polarized Laguerre-Gaussian beam; High numerical aperture; Pupil filter; Particles trapping