

基于增量式有限混合模型的多目标状态极大似然估计

闫小喜¹ 韩崇昭¹

摘要 提出了增量式有限混合模型来提取概率假设密度滤波器序贯蒙特卡罗实现方式中的多目标状态. 该模型以增量方式构建, 其混合分量采用逐个方式插入其中. 采用极大似然准则来估计多目标状态. 对于给定分量数目的混合模型, 应用期望极大化算法来获得参数的极大似然解. 在新分量插入混合模型时, 保持已有混合模型的参数不变, 仍旧采用极大似然准则从候选新分量集合中选择新插入分量. 新分量插入混合步和期望极大化算法拟合混合参数步交替应用直到混合分量数目达到概率假设密度滤波器的目标数目估计值. 利用 $k-d$ 树生成插入到混合模型的新分量候选集合. 增量式有限混合模型统一了分量数目变化趋势和粒子集合似然函数的变化趋势, 有助于一步一步地搜寻混合模型的极大似然解. 仿真结果表明, 基于增量式有限混合模型的概率假设密度滤波器状态提取算法在多目标跟踪的应用中优于已有的状态提取算法.

关键词 多目标状态估计, 增量式有限混合模型, 概率假设密度滤波器, 极大似然, 期望极大化

DOI 10.3724/SP.J.1004.2011.00577

Maximum Likelihood Estimation of Multiple Target States Based on Incremental Finite Mixture Model

YAN Xiao-Xi¹ HAN Chong-Zhao¹

Abstract The incremental finite mixture model (IFMM) is proposed to extract target states in the sequential Monte Carlo implementation of probability hypothesis density (PHD) filter. The proposed model is constructed in an incremental way. The mixture components are inserted into mixture model one after another. Maximum likelihood (ML) criterion is adopted in the model for multiple target state estimation. For the mixture model with given component number, expectation maximum (EM) algorithm is applied in obtaining the maximum likelihood solution of model parameters. When the new component is inserted into the mixture model, maximum likelihood criterion is yet adopted for the selection of new component from the candidate set of new components, while the parameters of existing components in mixture model remain invariable. The step of inserting new component into mixture model and the step of maximum likelihood parameter fitting of mixture model by expectation maximum algorithm are alternately applied until the number of mixture components is equal to the estimate of target number produced by the probability hypothesis density filter. The candidate set of new components for inserting into mixture model is generated by k -dimensional tree. The incremental finite mixture model unifies the tendency of component number and that of likelihood of particle set so that it contributes to searching maximum likelihood solution of mixture model step by step. Simulation results show that the state extraction algorithm based on incremental finite mixture model is superior to the existing algorithms for the probability hypothesis density filter in multiple target tracking.

Key words Multiple target state estimation, incremental finite mixture model (IFMM), probability hypothesis density (PHD) filter, maximum likelihood (ML), expectation maximum (EM)

多目标跟踪是研究从目标量测和杂波构成的量测集合中估计目标数目与多目标状态的方法. 研究

人员已经开发出了许多多目标跟踪算法, 近期有关各种多目标跟踪算法的综述和分析可以参考文献 [1]. 到目前为止, 已有的多目标跟踪算法大部分是基于数据关联思想的, 它们需要建立量测和目标的对应关系^[2-4]. 基于数据关联的多目标跟踪算法, 是以分散的角度看待多目标跟踪问题, 在每个目标与量测关系的基础上, 把多目标跟踪归结为多个单目标跟踪. 然而, 数据关联本身就是很复杂的问题, 以至于基于数据关联的多目标跟踪算法变得更困难而难以解决. 从算法逻辑的角度看, 数据关联对于多目标跟踪来说可能是不必要的, 因为在解决一个困难的问题时没有必要再引入一个更困难的问题. 从集值估计的整体角度而不是分散角度重新认识多目标跟踪问题, 为我们提供了一种在无需数据关联的

收稿日期 2010-08-16 录用日期 2010-12-02
Manuscript received August 16, 2010; accepted December 2, 2010

国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (2007CB311006), 国家自然科学基金创新研究群体科学基金 (60921003) 资助

Supported by National Basic Research Program of China (973 Program) (2007CB311006) and Foundation for Innovative Research Groups of the National Natural Science Foundation of China (60921003)

1. 西安交通大学电子与信息工程学院综合自动化研究所智能网络与网络安全教育部重点实验室、机械制造系统工程国家重点实验室 西安 710049

1. Ministry of Education Key Laboratory for Intelligent Networks and Network Security, State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Institute of Integrated Automation, School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, 710049

情况下解决多目标跟踪问题的可能. 虽然点过程理论被公认为解决无数据关联情况下多目标跟踪问题的数学基础^[5], 但是一直没有形成系统的、严密的算法, 直到 Mahler 利用随机有限集统计量的数学工具提出了概率假设密度 (Probability hypothesis density, PHD) 滤波器^[6-7]. PHD 是一个“单密度”, 它把定义在多目标状态空间上的多目标后验密度映射到定义在单目标状态空间上的单密度, 而且在单目标状态空间指定区域的积分是该区域的期望目标数. 从统计量的角度看, PHD 是多目标概率密度的一阶矩, 它在每个真实目标状态附近取得峰值. PHD 滤波器完全实现了无数据关联的多目标跟踪, 把分散观点下的目标初始、目标跟踪和目标消亡的三个阶段无缝地合为一个整体而不必对跟踪过程的各个阶段进行判断. 最近有一种从位空间角度对 PHD 的新认识^[8]. PHD 滤波器主要有两种实现方式, 序贯蒙特卡罗 (Sequential Monte Carlo, SMC) 实现^[9-10] 和高斯混合实现^[11-12], 它们分别适合非线性、非高斯情况和线性高斯情况, 而且两种实现方式的收敛性已有证明^[13-14]. 类比卡尔曼滤波器相对于常值卡尔曼滤波器的优势, 同时传递 PHD 和目标数分布的势化 PHD (Cardinalized PHD, CPHD) 滤波器提高了 PHD 滤波器的性能^[15-17]; 然而, 因为它的计算量很大, 所以目前只有在线性高斯简化假设条件下的高斯混合实现形式^[18]. PHD 和 CPHD 所具有的优点, 使其在多目标跟踪的多个领域得到了初步应用并有着很好的应用前景, 如机动目标跟踪^[19]、航迹管理^[20]、拓展目标跟踪^[21-22]、图像目标跟踪^[23-25]、声纳跟踪^[26]、微弱信号检测^[27] 等, 关于这些应用的总结可以参考文献 [28].

PHD 滤波器的 SMC 实现的基本思想是: 以建立随机有限集统计量和概率密度函数的关系为基础, 利用 SMC 的方法近似 PHD 滤波器中的积分运算环节^[9]. 该实现方式用大量加权粒子构成的粒子集合表示 PHD, 加权粒子通过重要性采样和重采样策略在时间上进行传播, 从而实现 PHD 在时间上的传播. 不同于一般的粒子滤波器, 此处的加权粒子的权重和不再是基本粒子滤波器中的 1 而是期望目标数, 原因是 PHD 在指定区域的积分值是期望目标数目而不是 1. 因为 PHD 滤波器输出的是强度估计, 所以其 SMC 实现的输出是相应的用来近似 PHD 的加权粒子集合而不是各个单独目标状态的点估计. 然而, 各个单独目标状态的点估计是多目标跟踪算法所追求的, 所以从加权的粒子集合中提取各个单独目标状态的点估计对于 PHD 滤波器的 SMC 实现就变得至关重要了.

针对 PHD 滤波器 SMC 实现中点目标状态的估计问题, 提出了基于增量式有限混合模型 (Incre-

mental finite mixture model, IFMM) 的多目标状态极大似然 (Maximum likelihood, ML) 估计算法. 该模型的混合分量从一个分量开始逐个加入到混合模型中, 混合分量的增加步和混合模型参数的拟合都采用极大似然准则, 该算法统一了混合分量的变化趋势和似然函数的变化趋势. 实验结果表明, 所提状态估计算法优于已有算法, 从而改进了 PHD 滤波器在多目标跟踪中的性能.

1 问题描述

PHD 滤波器的预测步和更新步分别为

$$D_{k|k-1}(x_k|Z_{1:k-1}) = \gamma_k(x_k) + \int [\beta_{k|k-1}(x_k|x_{k-1}) + e_{k|k-1}(x_{k-1})f_{k|k-1}(x_k|x_{k-1})] \times D_{k-1|k-1}(x_{k-1}|Z_{1:k-1})dx_{k-1} \quad (1)$$

和

$$D_{k|k}(x_k|Z_{1:k}) = (1 - p_D(x_k)) D_{k|k-1}(x_k|Z_{1:k-1}) + \sum_{z \in Z_k} \frac{\varphi_{k,z}(x_k)}{D_k(z)} D_{k|k-1}(x_k|Z_{1:k-1}) \quad (2)$$

其中, $D(\cdot)$ 表示强度, $\gamma_k(x_k)$ 为新生强度, $\beta_{k|k-1}(x_k|x_{k-1})$ 为源自状态 x_{k-1} 的衍生强度, $D_k(z) = \kappa_k(z) + C_k(z)$ 为量测 z 的强度, $\kappa_k(z)$ 为杂波强度, $e_{k|k-1}(x_k)$ 为存活概率, $f_{k|k-1}(x_k|x_{k-1})$ 为状态转移密度, $\varphi_{k,z}(x_k) = p_D(x_k)g_{k|k}(z|x_k)$, $C_k(z) = \int \varphi_{k,z}(x_k)D_{k|k-1}(x_k|Z_{1:k-1})dx$, $g_{k|k}(z|x_k)$ 为似然函数, $p_D(x_k)$ 为检测概率, Z_k 为时刻 k 的量测集合^[6].

PHD 滤波器的 SMC 实现主要使用加权的粒子集合近似滤波器中各部分 PHD 的积分值^[9], 其主要步骤总结如下.

步骤 1. 预测

对时刻 $k-1$ 表示存在目标的粒子集合进行重要性采样 $\tilde{x}_k^{(i)} \sim q_k(\cdot|x_{k-1}^{(i)}, Z_k)$, 并计算其相应的预测权重

$$\tilde{w}_{k|k-1}^{(i)} = \frac{\phi_{k|k-1}(\tilde{x}_k^{(i)}, x_{k-1}^{(i)})}{q_k(\tilde{x}_k^{(i)}|x_{k-1}^{(i)}, Z_k)} w_{k-1}^{(i)} \quad (3)$$

其中, $i = 1, \dots, L_{k-1}$, L_{k-1} 表示时刻 $k-1$ 的粒子数目, $\phi(x_k, x_{k-1}) = e_{k|k-1}(x_{k-1})f_{k|k-1}(x_k|x_{k-1}) + \beta(x_k|x_{k-1})$.

对时刻 k 新生目标进行粒子采样 $\tilde{x}_k^{(i)} \sim p_k(\cdot|Z_k)$, 并计算相应粒子的权重

$$\tilde{w}_{k|k-1}^{(i)} = \frac{1}{J_k} \frac{\gamma_k(\tilde{x}_k^{(i)})}{p_k(\tilde{x}_k^{(i)}|Z_k)} \quad (4)$$

其中, $i = L_{k-1} + 1, \dots, L_{k-1} + J_k$, J_k 表示赋给新生目标的粒子数目.

步骤 2. 更新

对当前时刻 k 量测集合的每个量测 $z \in Z_k$, 计算

$$C_k(z) = \sum_{j=1}^{L_{k-1}+J_k} \varphi_{k,z}(\tilde{x}_k^{(j)}) \tilde{w}_{k|k-1}^{(j)} \quad (5)$$

然后, 更新步骤 1 中粒子的权重

$$\begin{aligned} \tilde{w}_k^{(i)} &= \left(1 - P_D(\tilde{x}_k^{(i)})\right) \tilde{w}_{k|k-1}^{(i)} + \\ &\sum_{z \in Z_k} \frac{\varphi_{k,z}(\tilde{x}_k^{(i)})}{\kappa_k(z) + C_k(z)} \tilde{w}_{k|k-1}^{(i)} \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $i = 1, \dots, L_{k-1} + J_k$.

步骤 3. 重采样

首先, 计算经过更新步骤 2 后所有粒子的权重和 $\hat{N}_{k|k} = \sum_{j=1}^{L_{k-1}+J_k} \tilde{w}_k^{(j)}$; 然后, 对正规化后的粒子集合 $\left\{\left(\tilde{w}_k^{(i)}/\hat{N}_{k|k}\right), \tilde{x}_k^{(i)}\right\}$ 进行重采样得到归一化的重采样粒子集合 $\left\{\left(w_k^{(i)}/\hat{N}_{k|k}\right), x_k^{(i)}\right\}_{i=1}^{L_k}$; 最后, 乘以正规化因子 $\hat{N}_{k|k}$ 得到时刻 k 的 PHD 近似 $\left\{w_k^{(i)}, x_k^{(i)}\right\}_{i=1}^{L_k}$. 因为 PHD 在状态空间上的积分值是期望目标数, 所以 $\hat{N}_{k|k}$ 就是时刻 k 的估计目标数.

PHD 滤波器输出的仅仅是时刻 k 时 PHD 的加权粒子近似 $\left\{w_k^{(i)}, x_k^{(i)}\right\}_{i=1}^{L_k}$, 而没有给出各个目标的状态估计值; 然而, 在实际应用中, 各个单独目标的状态估计值却是各种多目标跟踪算法所追求的, 所以状态提取算法对于 PHD 滤波器在多目标跟踪中的应用就显得尤为关键了. 针对该状态提取问题, 在下节中提出了基于 IFMM 的多目标极大似然估计算法, 改进了 PHD 滤波器在多目标跟踪中的性能.

2 增量式有限混合模型极大似然估计算法

依照上述分析, 本文的研究目的是, 从重采样后的加权粒子集合 $\mathcal{X} = \{x^{(1)}, \dots, x^{(n)}\}$ 中提取多目标状态集合 \hat{X} (出于简单和方便的目的, 此处省略时刻标注 k , 并把粒子数目 L_k 替换为 n). 估计状

态集合 \hat{X} 的势为 \hat{N} , 即估计状态集合的状态数取为 PHD 滤波器所输出的目标数估计值.

我们提出了一种 IFMM 来从重采样粒子集合中估计多目标状态的算法. 期望极大化 (Expectation maximum, EM) 算法是有限混合模型学习的最流行算法, 然而 EM 算法本身存在很多的缺点, 如初值依赖、参数空间边界收敛、局部最优等^[29]. 为了克服 EM 算法在有限混合模型学习中的这些缺点, 研究人员开发了有限混合模型 EM 学习的改进算法^[30-31]. 这些改进算法以混合模型的大初始化为出发点, 利用 EM 算法实现混合参数的拟合; 在迭代过程中, 从混合模型中删除与观测数据集不相关或相关很小的混合分量, 以实现主要混合分量的精炼; 这些删减式算法称之为删减式有限混合模型 (Reductive finite mixture model, RFMM). 然而, RFMM 的分量数目在迭代过程中是递减的, 分量数目的这一递减变化趋势与估计准则中极大化观测数据集的对数似然是相矛盾的, 因为观测数据集的对数似然一般是混合分量数目的增函数 (至少为非减函数). 当从有限混合模型中移出一个混合分量时, 一般要带来观测数据集对数似然的减少. 而我们在用 EM 算法实现有限混合模型的参数学习的过程中, 无论是极大似然准则还是极大后验 (Maximum a posterior, MAP) 准则, 都要求极大化观测数据集的对数似然项. 这样一来, 混合分量数目的减小带来的对数似然的减少, 就导致算法不能保证经过 EM 算法学习后的混合参数是极大似然意义下的局部极大值.

针对该分量数目与似然函数的矛盾, 采用与 RFMM 所用的分量删减方式截然相反的分量处理方式, 提出了一种极大似然准则下的 IFMM 来从重采样的粒子集合中提取多目标状态. IFMM 的混合分量数目是从 1 递增到估计目标数目 \hat{N} , 它采用 ML 准则估计多目标状态, 统一了分量数目变化趋势和观测集的对数似然的变化趋势. ML 准则下 IFMM 的混合分量数目递增趋势有助于似然函数的极大化趋势, 解决了 RFMM 中分量数目减少趋势与极大化似然准则的矛盾. 在分量增加阶段, 我们仍旧采用 ML 准则对候选新分量集合中的分量进行筛选, 以选出最能增加对数似然的分量作为新分量插入到混合模型中. 然后, 对增加分量后的混合模型利用 EM 算法以找到混合参数的 ML 解. 算法的分量增加过程直到混合分量个数为估计目标数 \hat{N} 停止.

ML 准则下的 IFMM 直观假设, 在已有 k 个分量的混合模型的参数为极大似然解和所增加的第 $k+1$ 个分量为极大似然插入的前提下, 可以通过 EM 局部搜索算法找到具有 $k+1$ 个分量的混合模型参数的极大似然解. 在分量数目为 1 时, 很容易得

到混合模型参数的极大似然解;接着,在第 2 个分量为 ML 插入的前提下,可以计算分量数目为 2 的混合模型参数的极大似然解;直到计算到混合分量的数目为 PHD 的目标数目估计值为止。

2.1 算法概述

假设粒子以未知的方式来源于多个被估计目标状态中的一个,因而,粒子变量 x 的分布可以建模为有限混合模型

$$p^{(k)}(x|\theta) = \sum_{m=1}^k \pi_m p_m(x|\theta_m) \quad (7)$$

其中, k 是混合分量个数, $\theta_m = \{\mu_m, C_m\}$ 表示由均值 μ_m 和方差 C_m 构成的关于分量 m 的参数集合, $\theta = \{\theta_1, \dots, \theta_k, \pi_1, \dots, \pi_k\}$ 表示混合模型的参数集合,分量的混合权重满足

$$\sum_{m=1}^k \pi_m = 1 \quad (8)$$

粒子集合 $\mathcal{X} = \{x^{(1)}, \dots, x^{(n)}\}$ 在具有 k 个分量的有限混合模型 $p^{(k)}(x|\theta)$ 条件下的对数似然为

$$\log p^{(k)}(\mathcal{X}|\theta) = \sum_{i=1}^n \log \sum_{m=1}^k \pi_m p(x^{(i)}|\theta_m) \quad (9)$$

那么,基于 IFMM 的多目标状态极大似然估计算法可以归纳如下:

步骤 1. 计算分量数目为 1 时的混合模型参数的 ML 估计,设定混合分量数目 $k = 1$ 。

步骤 2. 保持混合模型已有的 k 个分量的参数不变,按照 ML 准则从候选插入分量集合中找到最优插入分量 $p_{k+1}^*(x|\theta_{k+1}^*)$ 及其相应的混合权重 π_{k+1}^*

$$\{\theta_{k+1}^*, \pi_{k+1}^*\} = \arg \max_{(\theta_{k+1}^*, \pi_{k+1}^*)} \log p^{(k+1)}(\mathcal{X}|\theta') \quad (10)$$

其中, $\log p^{(k+1)}(\mathcal{X}|\theta')$ 是插入分量 $p_{k+1}(x|\theta_{k+1}')$ 后的对数似然

$$\log p^{(k+1)}(\mathcal{X}|\theta') = \sum_{i=1}^n \log p^{(k+1)}(x^{(i)}|\theta') \quad (11)$$

插入新分量 $p_{k+1}(x|\theta_{k+1}')$ 后的具有 $k+1$ 个分量的有限混合模型为

$$p^{(k+1)}(x|\theta') = (1 - \pi_{k+1}') p^{(k)}(x|\theta) + \pi_{k+1}' p_{k+1}(x|\theta_{k+1}') \quad (12)$$

其中, $p^{(k)}(x|\theta)$ 为式 (7) 中具有 k 个分量的有限混合模型. 增加新分量 $p_{k+1}(x|\theta_{k+1}')$ 后的有限混合模型参数集合为

$$\theta' = \{\theta_1, \dots, \theta_{k+1}', (1 - \pi_{k+1}') \{\pi_1, \dots, \pi_k\}, \pi_{k+1}'\}$$

步骤 3. ML 意义下的最优插入新分量 $p_{k+1}^*(x|\theta_{k+1}^*)$ 和已有的具有 k 个分量的混合模型 $p^{(k)}(x|\theta)$ 构成具有 $k+1$ 个分量的有限混合模型

$$p^{(k+1)}(x|\theta') = (1 - \pi_{k+1}^*) \sum_{m=1}^k \pi_m p_m(x|\theta_m) + \pi_{k+1}^* p_{k+1}^*(x|\theta_{k+1}^*) \quad (13)$$

令 $k = k + 1$, 为下一个分量增加过程做准备。

步骤 4. 对步骤 3 中增加新分量后的有限混合模型,应用 EM 算法得到混合模型参数的 ML 估计. 收敛的判断依据是对数似然的相对变化率低于设定值。

步骤 5. 如果混合模型的分量数目 k 小于目标数估计值 \hat{N} , 则跳到步骤 2 重新开始执行; 否则, 整个算法结束。

2.2 新增分量的极大似然选择

在算法步骤 2 的新增分量选择阶段,为了与整个多目标估计算法的 ML 准则相一致,仍采用 ML 准则从新增分量候选集合中选择最优分量 $p_{k+1}^*(x|\theta_{k+1}^*)$ 作为混合模型的第 $k+1$ 个分量. 具体实现时,把候选集合的每个分量 $p_{k+1}(x|\theta_{k+1}')$ 插入到已有混合模型 $p^{(k)}(x|\theta)$ 中,并计算相应的粒子集合对数似然,选择最大对数似然所对应的候选分量 $p_{k+1}^*(x|\theta_{k+1}^*)$ 作为要加入的分量. 需要注意的是,在计算增加新分量后的对数似然时,保持已有混合模型 $p^{(k)}(x|\theta)$ 参数集合 θ 中的分量均值 μ_m 和分量方差 C_m 不变; 因为式 (8) 对混合模型的混合权重的限制,所以混合权重 $\{\pi_1, \dots, \pi_k\}$ 乘以一定的缩放比例 $1 - \pi_{k+1}'$ 以确保 $k+1$ 个分量的混合权重和为 1。

$$\sum_{m=1}^k \pi_m' + \pi_{k+1}' = 1 \quad (14)$$

其中,混合权重 $\pi_m' = (1 - \pi_{k+1}') \pi_m$ 。

2.3 混合模型参数极大似然估计的 EM 实现

对于算法步骤 4 中具有 k 个分量的混合模型,采用 ML 准则估计混合模型参数:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \{\log p^{(k)}(\mathcal{X}|\theta)\} \quad (15)$$

EM 算法用来实现该参数的 ML 估计. 假设 n 个粒子的来源标注 $Z = \{z^{(1)}, \dots, z^{(n)}\}$ 为 EM 算法中的缺失量, 其中, 子标注元素 $z^{(i)} = [z_1^{(i)}, \dots, z_k^{(i)}]$ 是一个表示粒子 $x^{(i)}$ 在 k 个分量中来源情况的二进制矢量, 因而粒子集合的完全对数似然为

$$\log p^{(k)}(\mathcal{X}, Z|\theta) = \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^k z_m^{(i)} \log(\pi_m p(x^{(i)}|\theta_m)) \quad (16)$$

EM 算法交替应用期望 (Expectation, E) 步和极大化 (Maximum, M) 步直到完全对数似然的相对变化小于设定值时才终止. 因为标注集合 Z 的元素 $z_m^{(i)}$ 是二进制的, 所以完全对数似然 $\log p^{(k)}(\mathcal{X}, Z|\theta)$ 关于 Z 是线性的, 那么, E 步中对 $\log p^{(k)}(\mathcal{X}, Z|\theta)$ 的条件期望的计算可以简化为对 Z 的条件期望的计算

$$W \equiv E[Z|\mathcal{X}, \hat{\theta}(t-1)] \quad (17)$$

其中, t 表示 EM 算法的迭代次数. 因此, 品质 (Quality, Q) 函数为

$$Q(\theta, \hat{\theta}(t-1)) = \log p^{(k)}(\mathcal{X}, W|\theta) \quad (18)$$

其中, 标注集合 Z 中元素 $z_m^{(i)}$ 的条件期望为

$$w_m^{(i)} = \frac{\hat{\pi}_m(t-1) p(x^{(i)}|\hat{\theta}_m(t-1))}{\sum_{j=1}^k \hat{\pi}_j(t-1) p(x^{(i)}|\hat{\theta}_j(t-1))} \quad (19)$$

在 M 步中, 混合参数按照极大化方式更新:

$$\hat{\theta}(t) = \arg \max_{\theta} Q(\theta, \hat{\theta}(t-1)) \quad (20)$$

混合模型中的所有分量均假设为高斯的, 所以, M 步中混合权重的更新公式为

$$\hat{\pi}_m(t) = \sum_{i=1}^n \frac{w_m^{(i)}}{n} \quad (21)$$

分量的均值和协方差的更新分别为

$$\hat{\mu}_m(t) = \left(\sum_{i=1}^n w_m^{(i)} \right)^{-1} \sum_{i=1}^n x^{(i)} w_m^{(i)} \quad (22)$$

和

$$\hat{C}_m(t) = \left(\sum_{i=1}^n w_m^{(i)} \right)^{-1} \sum_{i=1}^n x_d^{(i)} (x_d^{(i)})^T w_m^{(i)} \quad (23)$$

其中, $x_d^{(i)} = x^{(i)} - \hat{\mu}_m(t)$.

2.4 候选分量集合的生成

算法步骤 2 ML 选择最优插入分量时, 是从候选新分量集合中进行选取的. 为了尽可能地找到更接近真实的 ML 插入分量, 就要求候选新分量集合能够覆盖整个粒子集合 \mathcal{X} , 因此, 需要大量的分量来构成候选新分量集合; 最极端的做法是把每个粒子 $x^{(i)}$ 作为候选分量的均值构成具有 n 个分量的候选分量集合. 然而, 算法中存在数以千计的粒子, 那么, 为了保证候选分量集合对粒子集合的覆盖面, 就需要更多的分量来构成候选分量集合, 导致算法的时间开销大大增加. 为了减少算法计算负担, 我们使用 k - d 树对粒子集合进行分割以得到相对较少的分量来构成候选分量集合. 利用 k - d 树得到的候选分量集合是对粒子集合的一种稀疏覆盖, 但是, 该稀疏覆盖对整个算法来说是合理的, 因为插入最优分量 $p_{k+1}^*(x|\theta_{k+1}^*)$ 后, 算法步骤 4 EM 局部搜索算法可以保证混合参数的局部最优解. 因此, 利用 k - d 树生成较少分量的候选集合的方法在减少算法时间开销的同时不会对算法性能有大的影响. k - d 树分割粒子集合后的子集合中所有粒子的平均值作为一个候选分量的均值.

3 仿真研究

以二维场景为例, 通过仿真实验证明基于 IFMM 的多目标极大似然估计算法相对于已有算法的优势. 监视区域为 $[-1000, 1000]$ (m) \times $[-1000, 1000]$ (m), 区域内的目标数目是变化的和未知的. 目标状态由目标位置和目標速度构成, 观测到的是目标位置. 目标运动模型为

$$x_k = F \cdot x_{k-1} + G \cdot v_k$$

其中

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} \\ T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}$$

$x_k = [x_{1,k}, x_{2,k}, x_{3,k}, x_{4,k}]^T$ 为目标状态, $[x_{1,k}, x_{2,k}]^T$ 为目标位置, $[x_{3,k}, x_{4,k}]^T$ 为目标速度. 采样周期 $T = 1$ (s), 场景设计 100 个周期. 过程噪声 $\{v_{1,k}\}$ 和 $\{v_{2,k}\}$ 是相互独立的零均值高斯白噪声, 相应的标准差分别为 $\sigma_{v_1} = 5$ (m/s²) 和 $\sigma_{v_2} = 5$ (m/s²). 在 100 个周期内共有 4 个目标, 但各个目标的产生时刻、持续时间和消亡时刻不尽相同, 目标 1 和目标 2 存在于所有周期, 目标 3 在第 1 个周期产生并在第 96 个周期消亡, 目标 4 在第 6 个周期产生并

在后续所有周期内存在. 目标的存活概率为常值 $e_{k|k-1} = 0.95$. 新生目标依照泊松点过程生成, 其强度为 $\gamma_k = 0.2\mathcal{N}(\cdot; \bar{x}, Q)$, 其中

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} -600 \\ -500 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 25 \end{bmatrix}$$

$\mathcal{N}(\cdot; \bar{x}, Q)$ 表示均值为 \bar{x} 、方差为 Q 的高斯分量. 目标量测方程为

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} w_{1,k} \\ w_{2,k} \end{bmatrix}$$

其中, $\{w_{1,k}\}$ 和 $\{w_{2,k}\}$ 是相互独立的零均值高斯白噪声并有相同标准差 $\sigma_{w_1} = \sigma_{w_2} = 10$ m, 而且与过程噪声相互独立. 目标的检测概率 $P_D(x)$ 设定为 1. 杂波过程用泊松随机有限集来描述, 每个杂波假设在监视区域内均匀分布, 相应的杂波强度为

$$\kappa_k(z_k) = \lambda \cdot c_k(z_k)$$

其中, λ 是每个周期的平均杂波个数, 即泊松分布的参数; $c(z)$ 是杂波在监视区域内的均匀分布. 实验中, 参数 λ 设定为 50.

每个期望目标对应 1000 个粒子, 每个新生目标对应 500 个粒子; 在 100 个周期上, 粒子数目随着目标数的变化而变化. 在 PHD 滤波器的预测步, 存活目标和新生目标的重要性采样密度分别取为目标状态转移密度和新生密度.

利用 k - d 树生成候选插入分量集合时, 设定树的期望分割数目为 30. 分割后得到的粒子集合一个子集内的所有粒子的平均值作为一个候选分量的均值. 出于简单的目的, 所有候选分量的混合权重取为较小的值 0.1. 每个候选分量的协方差取为整个粒子集合平均对角协方差的 1/10.

$$\sigma^2 = \frac{1}{10d} \text{tr} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x^{(i)} - \mathbf{m})(x^{(i)} - \mathbf{m})^T \right)$$

其中, \mathbf{m} 为粒子集合均值.

经过一次蒙特卡罗仿真实验, 图 1 和图 2 分别显示了目标位置状态的 X 坐标和 Y 坐标的真实值与本文算法的估计值.

从结果图上可以明显地看到, IFMM 算法在目标数估计正确时能够估计多目标状态, 并能正确地识别目标的产生和消亡.

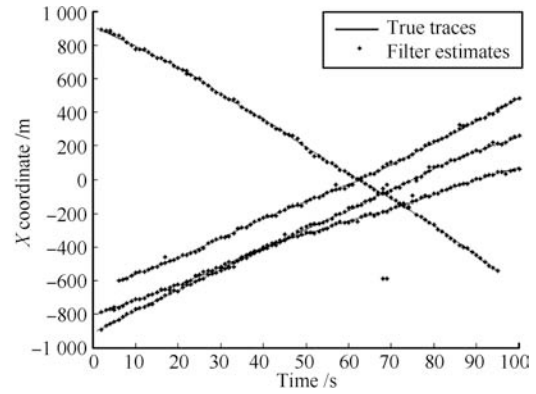


图 1 X 坐标的真实轨迹与估计值

Fig. 1 True traces and estimates of X coordinate

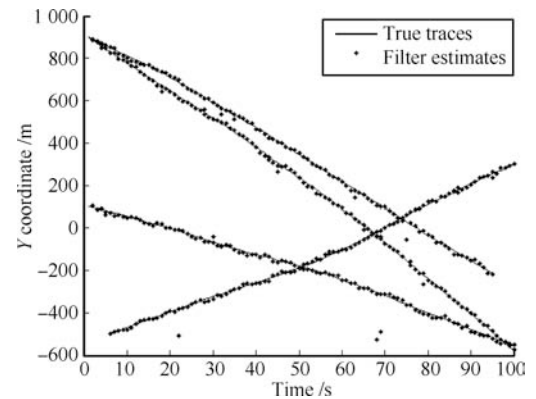


图 2 Y 坐标的真实轨迹与估计值

Fig. 2 True traces and estimates of Y coordinate

以该次蒙特卡罗实验为例, 对比分析三种算法的对数似然. 三种算法分别为: 一次性完全初始化指定分量的高斯混合模型的 EM 实现算法 (EM implementation of Gaussian mixture model, EMIGMM)^[32], RFMM^[30] 和 IFMM. 在相同收敛判据的前提下, 三种算法在 100 个时刻上的对数似然如图 3 所示. 从图 3 中可以明显地看出, IFMM 相对于其他两种算法在对数似然意义上的优越性.

因为目标数估计也是 PHD 滤波器估计的一部分, 所以 PHD 滤波器输出的多目标状态估计集合的势与真实集合的势有可能不相等, 因而一般衡量多目标跟踪性能的均方根误差不再适用; 算法采用 Wasserstein 距离评价多目标跟踪的性能.

$$d_p(\hat{X}, X) = \min_C \sqrt[p]{\sum_{i=1}^{|\hat{X}|} \sum_{j=1}^{|X|} C^{ij} \|\hat{x}^i - x^j\|^p}$$

其中, \hat{X} 和 X 分别是多目标状态的估计值和真实值^[33]. 它在所有可能中间矩阵 C 上取最小值 (元素 C^{ij} 是正实数且 $\sum_{j=1}^{|\hat{X}|} C^{ij} = 1/|\hat{X}|$, $\sum_{i=1}^{|\hat{X}|} C^{ij} = 1/|X|$); 当 \hat{X} 和 X 为空时, 此距离没有定义. IFMM

与 PHD 滤波器已有的两种提取算法 (k -means 和 EMIGMM)^[32] 以及 RFMM^[30] 进行性能比较. 算法中的每个分量的均值作为一个目标状态的估计值. 各个算法以位置状态 Wasserstein 距离为评价指标来对比多目标跟踪的性能. 图 4 显示了经过 50 次蒙特卡罗仿真, IFMM 与 k -means 和 EMIGMM 的对比效果^[32]; 可以看出, IFMM 优于两种对比算法.

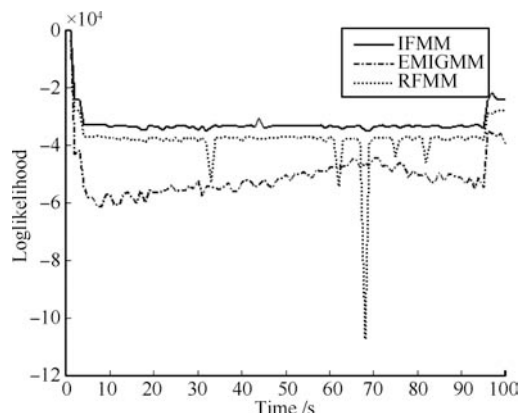


图 3 三种算法在一次蒙特卡罗仿真中的对数似然
Fig. 3 The loglikelihoods of three algorithms in one Monte Carlo simulation

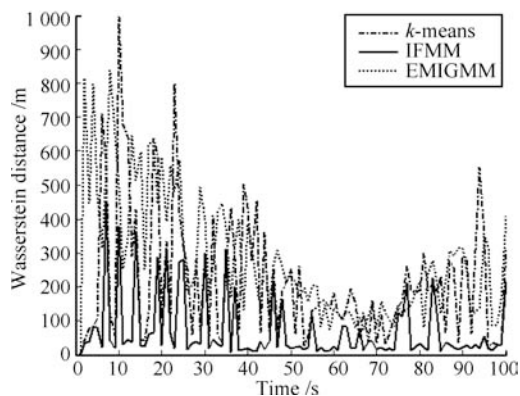


图 4 50 次蒙特卡罗仿真的算法平均 Wasserstein 距离
Fig. 4 The algorithms' averaged Wasserstein distances after 50 Monte Carlo simulations

图 5 是 IFMM 与 RFMM 的对比效果, 对比指标是各个时刻上 50 次蒙特卡罗仿真后的平均 Wasserstein 距离. RFMM 的初始最大分量数目取为 20 且经过精细初始化. 从图 5 可以看出, IFMM 优于 RFMM. 在时间开销方面, IFMM 相比较 RFMM 也大大减少, 平均每一步用时 0.11 秒; 而 RFMM 平均每一步需要 11.04 秒; k -means 平均每步用时 0.036 秒, EMIGMM 平均每步用时 0.029 秒, IFMM 的时间消耗要比这两种方法要多 (Matlab 6.5 环境, 计算机 AMD 2500+, 1.83 GHz, 512 MB).

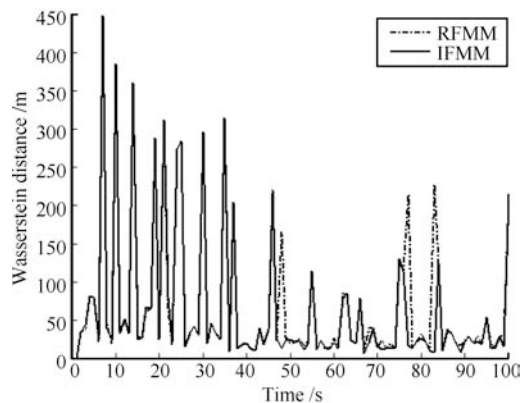


图 5 增量式算法与删减式算法的对比
Fig. 5 The comparison of incremental algorithm and reductive algorithm

4 结论

针对 PHD 滤波器 SMC 实现的多目标状态估计问题, 提出了一种基于 IFMM 的多目标状态极大似然估计算法. IFMM 采用递增的策略从一个分量开始一直增加到指定数量的分量, 主要包括分量插入步和混合模型的参数学习步; 两个步骤都采用极大似然的估计准则, 即分量插入步采用极大似然判据从候选新分量集合中选择最优的插入分量, 混合模型的参数学习步采用 EM 算法实现混合参数的极大似然估计. 为了减少算法的计算量, 利用 k - d 树生成候选分量集合以实现粒子集合的稀疏覆盖. 仿真结果表明, 本文算法优于已有的 PHD 滤波器的状态提取算法, 改进了 PHD 滤波器在多目标跟踪应用中的性能.

References

- 1 Pulford G E. Taxonomy of multiple target tracking methods. *IEE Proceedings of Radar, Sonar and Navigation*, 2005, **152**(5): 291–304
- 2 Blackman S, Popoli R. *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*. Boston: Artech House, 1999
- 3 Bar-Shalom Y, Fortmann T E. *Tracking and Data Association*. San Diego: Academic Press Professional, 1988
- 4 Bar-shalom Y, Li X R. *Multitarget-Multisensor Tracking: Principles and Techniques*. Storrs: YBS Publishing, 1995
- 5 Daley D J, Vere-Jones D. *An Introduction to the Theory of Point Processes (Second Edition)*. New York: Springer, 2002
- 6 Mahler R P S. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, **39**(4): 1152–1178
- 7 Mahler R P S. *Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion*. Norwood: Artech House, 2007
- 8 Erdinc O, Willett P, Bar-shalom Y. The bin-occupancy filter and its connection to the PHD filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(11): 4232–4246

- 9 Vo B N, Singh S, Doucet A. Sequential Monte Carlo methods for multitarget filtering with random finite sets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(4): 1224–1245
- 10 Whiteley N, Singh S, Godsill S. Auxiliary particle implementation of probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, **46**(3): 1437–1454
- 11 Vo B N, Ma W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, **54**(11): 4091–4104
- 12 Pasha S A, Vo B N, Tuan H D, MaW K. A Gaussian mixture PHD filter for jump Markov system models. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, **45**(3): 919–936
- 13 Clark D E, Bell J. Convergence results for the particle PHD filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, **54**(7): 2252–2261
- 14 Clark D E, Vo B N. Convergence analysis of the Gaussian mixture PHD filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, **55**(4): 1204–1212
- 15 Mahler R P S. PHD filters of higher order in target number. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(4): 1523–1543
- 16 Vo B T, Vo B N, Cantoni A. The cardinality balanced multitarget multi-Bernoulli filter and its implementations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(2): 409–423
- 17 Franken D, Schmidt M, Ulmke M. “Spooky action at a distance” in the cardinalized probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, **45**(4): 1657–1664
- 18 Vo B T, Vo B N, Cantoni A. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, **55**(7): 3553–3567
- 19 Punithakumar K, Kirubaran T, Sinha A. Multiple-model probability hypothesis density filter for tracking maneuvering targets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, **44**(1): 81–98
- 20 Panta K, Clark D E, Vo B N. Data association and track management for the Gaussian mixture probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, **45**(3): 1003–1016
- 21 Vo B T, Vo B N, Cantoni A. A Bayesian filtering with random finite set observations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, **56**(4): 1313–1326
- 22 Rezaeian M, Vo B N. Error bounds for joint detection and estimation of a single object with random finite set observation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, **58**(3): 1493–1506
- 23 Wang Y D, Wu J K, Kassim A A, Huang W M. Data-driven probability hypothesis density filter for visual tracking. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2008, **18**(8): 1085–1095
- 24 Maggio E, Taj M, Cavallaro A. Efficient multitarget visual tracking using random finite sets. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2008, **18**(8): 1016–1027
- 25 Maggio E, Cavallaro A. Learning scene context for multiple object tracking. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2009, **18**(8): 1873–1884
- 26 Clark D E, Ruiz I T, Petilot Y, Bell J. Particle PHD filter multiple target tracking in sonar images. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(1): 409–416
- 27 Clark D E, Ristic B, Vo B N, Vo B T. Bayesian multi-object filtering with amplitude feature likelihood for unknown object SNR. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, **58**(1): 26–37
- 28 Mahler R. A survey of PHD filter and CPHD filter implementations. In: Proceedings of the Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XVI. Orlando, USA: SPIE, 2007. 1–12
- 29 McLachlan G J, Peel D. *Finite Mixture Models*. New York: John Wiley and Sons, 2000
- 30 Figueiredo M A F, Jain A K. Unsupervised learning of finite mixture models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, **24**(3): 381–396
- 31 Zivkovic Z, Van D H F. Recursive unsupervised learning of finite mixture models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, **26**(5): 651–656
- 32 Clark D E, Bell J. Multi-target state estimation and track continuity for the particle PHD filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(4): 1441–1453
- 33 Hoffman J R, Mahler R P S. Multitarget miss distance via optimal assignment. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2004, **34**(3): 327–336



闫小喜 西安交通大学电子与信息工程学院综合自动化研究所博士研究生。主要研究方向为多源信息融合，多目标跟踪和随机有限集。本文通信作者。

E-mail: yanxiaoxi1981@gmail.com

(YAN Xiao-Xi Ph.D. candidate at the Institute of Integrated Automation, School of Electronics and Information

Engineering, Xi'an Jiaotong University. His research interest covers multisource information fusion, multiple target tracking, and random finite set. Corresponding author of this paper.)



韩崇昭 西安交通大学电子信息与工程学院自动化系教授。主要研究方向为多源信息融合，随机控制与自适应控制，非线性频谱分析。

E-mail: czhan@mail.xjtu.edu.cn

(HAN Chong-Zhao Ph.D., professor in the Department of Automation, School of Electronics and Information

Engineering, Xi'an Jiaotong University. His research interest covers multisource information fusion, stochastic control and adaptive control, and nonlinear spectral analysis.)