

致洪暴雨过程中尺度涡旋的涡散作用 及准平衡流诊断分析^{* 1}

葛晶晶 钟 玮 陆汉城
GE Jingjing ZHONG Wei LU Hancheng

解放军理工大学气象学院, 南京, 211101

Institute of Meteorology, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China

2009-06-09 收稿, 2009-08-13 改回.

Ge Jingjing, Zhong Wei, Lu Hancheng. 2011. A diagnostic analysis of vorticity-divergence effects and the quasi-balanced flow in a mesoscale vortex during the process of flash-flood-producing rainstorm. *Acta Meteorologica Sinica*, 69(2):277-288

Abstract The analysis in this paper based on the atmospheric observation data and the model data of higher resolution shows that one of the major synoptic systems that caused the flash-flood-producing rainstorm in mid-June 2008 in Guangxi is a quasi-stationary mesoscale vortex. The vortex was resulted from the interaction of synoptic westerly waves in the mid-latitude with the warm-moist flow in the low-latitude under the terrain effect. The genesis, development and movement of the mesoscale vortex have important influence on the precipitation intensity and continuance in the process of the flash-flood-producing rainstorm. The vortex has the characteristics of strong vorticity and divergence coexisting, and the two have the same order of magnitude as each other. A long-life organized deep and moist convection is accompanied with the mesoscale vortex. Gravity waves, which are generated by terrain effects and ageostrophic effects of large wind-speed center in a low-level jet, interact with the mesoscale vortex, and as a result, they stimulate a β -mesoscale organized deep and moist convection of large amplitude. According to the theory of quasi-balanced dynamics, quasi-balanced flow is suitable to describe such mesoscale motions containing both divergent wind and rotational wind. Thus, the $PV-\omega$ method, which is based on the analysis of quasi-balanced flow, is introduced in this rainstorm process, and is applied in the inversion and diagnostic analysis of the organized deep and moist convection of long life with vorticity and divergence coexisting. The results show that the quasi-balanced flow can be a true reflection of the characteristics of large-amplitude vertical motion in which vorticity and divergence coexist. 50%—70% of the vertical circulation in the rainstorm area belong to the quasi-balanced flow. Therefore, the quasi-balanced flow is able to describe a deep and moist convection with a long life organized course. The quasi-balanced flow field has the characteristics of coexistence of vorticity and divergence motion.

Key words Flash-flood-producing rainstorm, Mesoscale vortex, Deep and moist convection, Coexistence of vorticity and divergence, $PV-\omega$ inversion method, Quasi-balanced flow

摘 要 利用较高分辨率的观测资料与模拟结果进行分析表明,影响2008年6月中旬广西致洪暴雨的主要中尺度天气系统是准静止的中尺度涡旋,它是中纬度天气尺度西风带波动与低纬度暖湿气流带在地形效应下相互作用的结果,其生成、发展和移动对此次致洪暴雨过程的降水强度和持续有重要作用,该中尺度涡旋具有强涡散共存、涡散度达同量级并伴随有较长生命史组织化深厚湿对流特征。分析了由低空急流中大风速中心的非地转效应以及地形效应所产生的重力波与中尺度涡旋相互作用激发出大振幅组织化的 β 中尺度深厚湿对流,根据准平衡动力学的理论,准平衡流适用于描述这种同时包含辐散风和旋转风效应的中尺度运动。因此,本文引进基于准平衡流分析的 $PV-\omega$ 方法,将其应用于反演诊断分析暴雨中具有涡散共存特征的长生命史的组织化深厚湿对流。结果表明,准平衡流能真实反映涡散共存的大振幅垂直运动特征,暴雨区的垂直环

* 资助课题:国家青年科学基金项目 40905022、国家重点基础研究发展规划项目 2009CB421500、国家自然科学基金重点项目 40830958。
作者简介:葛晶晶,主要从事中尺度天气动力学研究。E-mail:ge_jj820617@yahoo.com.cn

流中有 50%—70% 归于准平衡流。因此, 准平衡流可以描述广西致洪暴雨过程中具有较长生命史组织化过程的深厚湿对流系统, 准平衡流场具有涡散运动共存的特征。

关键词 致洪暴雨, 中尺度涡旋, 深厚湿对流, 涡散共存, $PV-\omega$ 反演方法, 准平衡流

中图法分类号 P426.6⁺1 P458.1⁺21.1

1 引言

2008 年华南前汛期暴雨期为 5 月 28 日—6 月 19 日, 历时 23 d。6 月 11—13 日是此次华南前汛期降水最强的时段, 降水主要集中在两广地区, 其中, 广西北部的永福、桂林一带持续有降水, 永福 48 h 的降水量高达 413 mm, 这期间又以 12 日这一天降水最为猛烈, 降水集中在广西的东北部地区, 呈以桂林为中心的片状分布, 最大日降水量超过 250 mm, 桂林、灵川、东兰等站点降水量超过了历史极值。本次暴雨过程具有强度大、持续时间长、降水区域集中的特征, 以下简称“6.12”广西致洪暴雨。

华南地区暴雨频数高, 地理位置特殊, 形成原因复杂, 影响因子众多, 近几十年来对华南暴雨的研究一直受到特别关注。在对华南暴雨的观测和模拟研究中均发现, 华南暴雨与西风带系统密切相关, 通常是由副热带高压(副高)西北侧的西风带系统与来自低纬度的西南或偏南暖湿气流共同作用的结果, 它的形成是中低纬度系统相互作用的产物(薛纪善, 1999)。此外, 华南地区的复杂地形在暴雨过程中也起着重要的作用(孙健等, 2002)。在初夏低纬度地区的对流层低层, 沿西风带基流东传的罗斯贝波中可产生中尺度涡旋, 而近年来在对致洪暴雨的观测和模拟研究中均发现, 中尺度涡旋对局地暴雨的发生发展有重要影响。中尺度动力分析表明, 中尺度涡旋的存在会加强涡旋内部的辐合上升运动, 造成涡旋内水汽、动量和热量的集中, 形成有利于深对流发生发展的物理条件; 同时, 由于涡旋场对其内部非均匀分布的较小尺度强垂直环流具有组织化的作用, 使得这类垂直运动及与其相联系的辐散风不同于与重力波能量频散有关的非平衡对流调整过程。与中尺度涡旋相伴随的垂直对流系统与暴雨的发生发展密切相关。

以往对华南暴雨的研究重点一般放在研究其发生的大尺度形势场以及平衡模式下中尺度系统发生发展的机理(汪永铭等, 2000; 赵玉春等, 2007; 慕建利等, 2008), 对于华南暴雨中大振幅、长生命史的具有

涡散共存特征的组织化深厚湿对流的特征目前为止还未见有详细的诊断分析, 而这些特征对于认识华南暴雨而言是至关重要的。由于经典的平衡理论具有时空尺度上的缓变特征, 由此得到的平衡模式要么假设罗斯贝数远小于 1, 即科氏力的作用远比惯性力的作用大(Charney, 1995); 要么人为地假设一些量(如辐合辐散、垂直速度、速度势等)为小量(Raymond, 1992)。因此, 平衡模式框架下的流场是以涡旋运动为主的, 散度比涡度小一个量级, 经典平衡理论适用于追踪生命史长、空间范围大的大尺度天气系统或中尺度浅薄系统的发展和演变过程。而我们所要研究的这类造成持续性暴雨的中尺度系统是较大振幅的垂直环流在特殊物理过程条件下组织化形成的, 其本身具有强烈的对流和辐合辐散运动, 因此平衡模式不足以描述组织化深厚湿对流及与其相联系的强辐合辐散运动; 而非平衡模式是快波对能量的辐散过程, 是快过程, 而非平衡流是具有瞬时、快变特征的位势流, 因此非平衡流也不能描述具有较长生命史的 β 中尺度深厚湿对流的发展变化过程。

Wang 等(2003)、陆汉城等(2004)、Zhang 等(2006)和高守亭等(2006)均提出在中尺度运动分析中的平衡与非平衡之间存在着区别于这两种状态的准平衡(中间平衡)态, 准平衡流适用于描述同时包含辐散风和旋转风效应的中尺度运动。在台风研究中, Wang 等(2003)提出了基于准平衡流分析的 $PV-\omega$ 反演方法, 在通过位涡方程和非线性平衡方程(NLB)反演得到平衡流场的基础上, 利用准平衡 ω 方程得出准平衡条件下的垂直运动和辐散风分量, 构成了台风准平衡条件下的三维流场, 能更加完整地刻画出台风基本涡旋场以及对台风强度和眼墙中云雨带的发展起重要作用的垂直环流。钟玮等(2008)应用 $PV-\omega$ 反演方法, 对具有非轴对称和长时间强度维持特征的飓风 Bonnie(1998)进行了反演诊断分析表明准平衡流描述了具有较长生命史组织化过程的强对流系统, 而与其相联系的辐散运动与涡度同量级, 证明了飓风准平衡流场具有涡散运动共存的特征。因此, 本文尝试引进基于准平衡流

分析的 $PV-\omega$ 反演方法,对此次“6.12”广西致洪暴雨中大振幅、长生命史的具有涡散共存特征的组织化深厚湿对流进行诊断分析。

2 降水及形势场分析

2.1 降水分析

2008年6月11—13日是当年华南前汛期降水最强的时段,最大区域日降水量超过250 mm。11日,广西东北部桂林市及其周围地区、广西西北部地区、贵州西部地区有100 mm以上的大暴雨;12日,广西北部地区有超强降水,其东北部的桂林、柳州等地发生超过250 mm的特大暴雨,多个站点日降水超过全年乃至历史的极值。降水最强时段是12日00时(世界时,下同)—13日00时,降水中心主要位于广西境内,以广西北部地区为主。根据质量控制后地面加密资料中的1 h站点雨量数据进行计算及统计可得(图1a),在中国的3321个站点中,12日00时—13日00时降水量超过250 mm的有8个站点,其中5个站点位于广西省中北部,3个站点位于

广东省西南部,最大降水在广西柳江附近(292.6 mm);而雨量在100—250 mm的站点有221个,大部分位于广西;200 mm以上的降水多数出现在广西桂林、灵川、永福一带。我们将区域(24.5°—25.5°N,109.5°—110.5°E)内的雨量求和,得到该区域内1 h雨量总和随时间的变化(图1b):降水最大时刻在12日03时,经历了3个雨峰,分别是12日03—04时、06—08时、18—19时,且这3个雨峰的雨量极值是减小的,1 h最强雨量出现在12日03时;而12日21时以后该处的降水强度开始直线下降。6 h雨量图(图略)显示,永福—桂林—灵川区域内有最强的持续降水,所以我们选取这3个站绘制1 h降水分布(图1c),结果显示:强降水集中在12日00—08时,12时前后有一个小的雨峰,这3个站中以永福降水持续性最强,12时之后仍然有10 mm/h左右的降水。上述分析表明,“6.12”广西暴雨以12日00时—13日00时为降水最强时段,其中,降水最强时刻是12日00—06时,降水中心位于以广西永福、桂林为中心的片状小区域内。

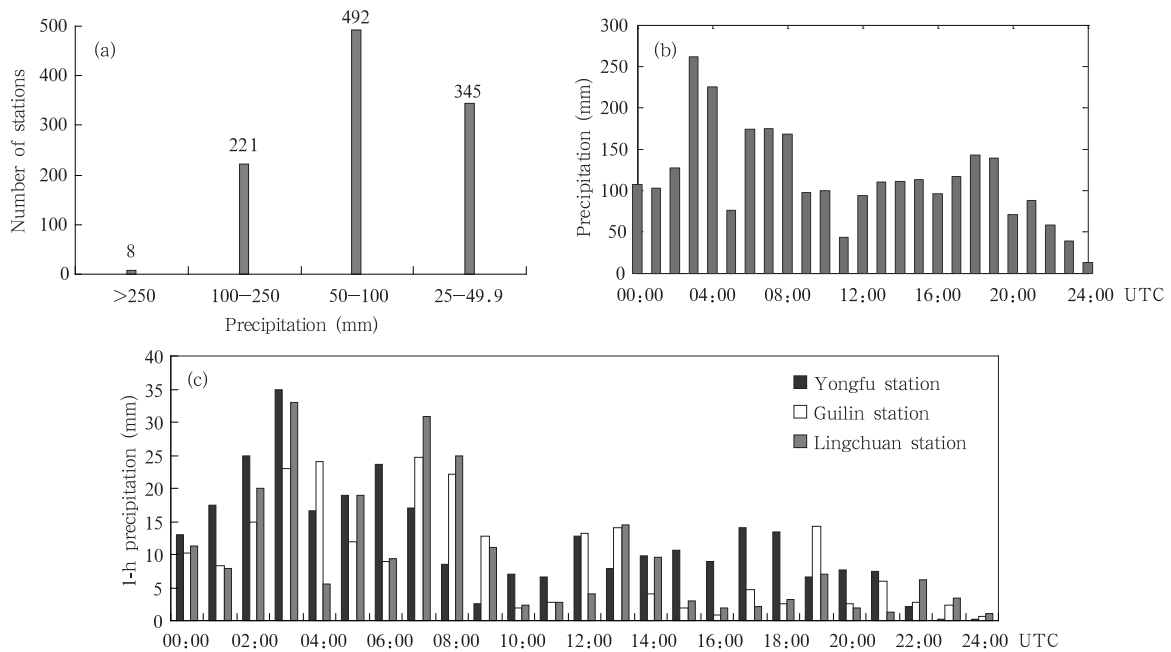


图1 2008年6月12日00时—13日00时(a)各个雨量范围所对应的站点数, (b)(24.5°—25.5°N, 109.5°—110.5°E)区域内1 h雨量总和随时间的分布(单位:mm), (c)永福、桂林、灵川3站1 h雨量随时间的分布(单位:mm)

Fig. 1 (a) Corresponding station number to the various precipitation range, (b) the cumulative 1 h precipitation in the area (24.5°—25.5°N, 109.5°—110.5°E)(mm), and (c) the temporal evolution of the accumulative 1 h precipitation for Yongfu, Guilin and Lingchuan stations (mm) at 00:00 UTC 12 June to 00:00 UTC 13 June 2008

2.2 形势场分析

在对流层低层,从各个时次的 850 hPa 分布图上看(时次演变图略,用时间平均(图 2a)代表),12 日 00 时—13 日 00 时,中尺度低涡一直维持在广西上空,且该低涡位于穿越广西的切变线之上,低空急流很强盛,急流轴位于广西的南部地区,与低涡耦合于广西。该低空急流主要源自孟加拉湾的西南暖湿气流,小部分来自西太平洋副高南侧的东南暖湿气流,

这两支气流带来了大量的水汽和热量,在广西的北部地区,即致洪暴雨发生区形成了一个强水汽辐合中心(图 2b),强度达到了 $-6 \times 10^{-5} \text{ g}/(\text{cm}^2 \cdot \text{hPa} \cdot \text{s})$;该处是假相当位温位于华南地区的高值区与北方低值区过渡的地方,即准静止锋的所在,冷暖空气的交汇,再加上大量水汽的持续输送,非常有利于强降水的发生、发展和持续。

从 500 hPa 环流形势图(图 2c)看,中高纬度

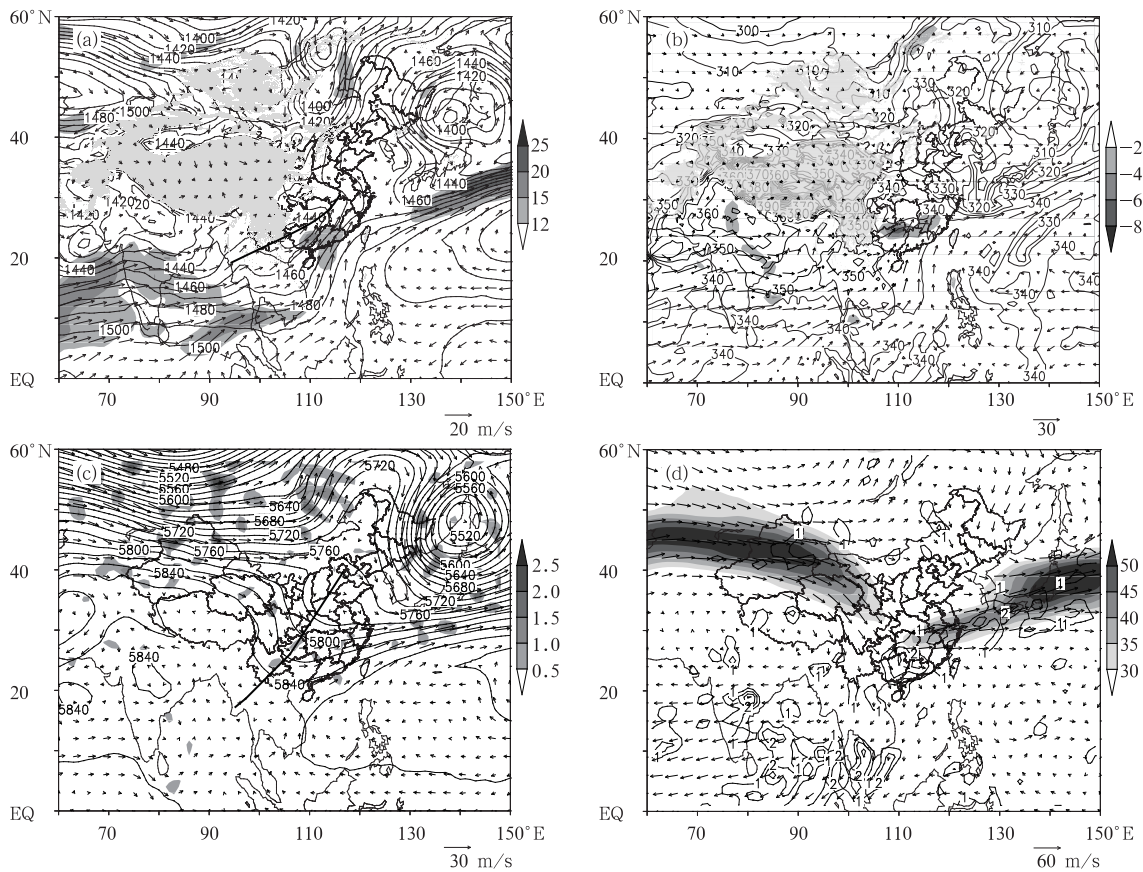


图 2 2008 年 6 月 12 日 00 时—13 日 00 时 (a) 850 hPa 平均的急流带(阴影区,单位:m/s), (箭头),位势高度场(等值线,单位:dagpm),黑色粗实线为切变线; (b) 850 hPa 平均的水汽通量散度辐合中心(阴影区, 单位: $< -2 \times 10^{-5} \text{ g}/(\text{cm}^2 \cdot \text{hPa} \cdot \text{s})$,水汽通量矢(箭头)(青藏高原是灰色阴影区); 2008 年 6 月 12 日 00 时—

13 日 00 时平均的(c) 500 hPa 正涡度平流(阴影区,单位: s^{-1}),位势高度场(实线,单位:dagpm),风场 箭头矢量),(黑色实线为槽线); (d) 200 hPa 急流带(阴影,单位:m/s),风场(箭头),散度正值区(黑色实线,单位: s^{-1})

Fig. 2 Temporal average from 00:00 UTC 12 June 2008 to 00:00 UTC 13 June 2008 on 850 hPa (a) the low-level jet (dark shadings; m/s), the wind field (arrow), the potential height field (contours; dagpm); black thick solid-line shows the position of shear line; (b) the convergent center of water-vapor flux divergence (dark shadings for those less than $-2 \times 10^{-5} \text{ g}/(\text{cm}^2 \cdot \text{hPa} \cdot \text{s})$), and the water-vapor flux vector (arrow) (gray dark shadings area is the Qinghai-Tibet Plateau) averaged over the period from 00:00 UTC 12 June 2008 to 00:00 UTC 13 June 2008 (c) 500 hPa positive vorticity advection (dark shadings; s^{-1}), potential height field (contours; dagpm), wind field (arrow); black solid line shows the position of trough; and (d) 200 hPa jet (dark shadings; m/s), wind field (arrow) and positive divergence (black solid line; s^{-1})

呈两槽一脊型,两槽分别位于巴尔喀什湖附近和日本海附近,脊位于中国东北地区附近;在中国东南部地区低纬度是一个很深的南支槽,且该槽在12日00时—13日00时长时间维持在广西附近,西风槽为暴雨区输送冷暖空气,西风槽前的西南气流不断向降水区输送水汽和热量,而槽后携带的冷空气南下,以东北气流的形式进入降水区,对暴雨的发生和增强有利;槽前的正涡度平流可以使地面和低空的辐合系统强烈发展,从而使暴雨增强。该西风槽经向度很大,它能引导低涡北上,使其增强发展,而西风槽的维持使中尺度低涡在该处准静止。在对流层高层,200 hPa上(图2d)有很强的高空急流带,广西处于高空西风急流核的入口区右侧,在高空对应着强辐散,加上广西位于低空急流带的左后侧,低空对应着强辐合,这种形势有利于水汽的向上抽吸,形成很强的垂直运动,从而引发强降水。

总之,大尺度分析表明,低涡的准静止及其与低空西南暖湿气流在暴雨区的耦合,华南地区准静止锋的存在,深厚南支槽前正涡度平流的维持,以及低层强辐合、高层强辐散的天气尺度形势是此次致洪暴雨在广西持续的背景条件。

3 数值模拟分析

用MM5模式对此次广西暴雨过程进行各个参数的数值敏感性试验,初值场选用时间间隔为6h的NCEP($1^\circ \times 1^\circ$)资料,采用互反馈三重嵌套网格,积分时间从11日12时到13日00时,从各个可行参数化方案组合产生的不同模拟结果中进行筛选,最后得到一个较佳的数值模拟结果,具体参数设置如下

表1 数值模拟参数设定

Table 1 Parameter settings in the numerical simulations

模拟区域	Domain1	Domain 2	Domain 3
x、y 向格点数	130 × 130	193 × 193	193 × 196
格距(km)	45	15	5
积分初始时间	11日12时	11日12时	11日12时
时间步长(s)	90	30	10
地形分辨率	5'	5'	2'
显式水汽方案	Mix phase	Graupel(gsfsc)	Graupel(gsfsc)
积云对流参数化	Kuo	Grell	无
边界层方案	Blackdar	Blackdar	Blackdar
辐射方案	Cloud	Cloud	Cloud

3.1 模拟结果验证

对比实况降水分布和模拟结果(图3)可见,模拟降水基本与实况相符,模拟得到的12日强降水中心位于永福、桂林、柳江($25^\circ\text{N}, 110^\circ\text{E}$)附近,位置及降水量与实况基本一致,此外还模拟出了富川($24.82^\circ\text{N}, 111.27^\circ\text{E}$)降水中心,降水量也与实况一致。6h降水分布中,11日18时—12日00时以及12日00—06时这两个6h时段是本次广西致洪暴雨的最强时段,MM5模式对这两个时段的模拟相当成功,除了广西南部东兴的降水中心值偏大较多以外,模拟结果基本上再现了当时的过程,暴雨区的强度和落区都与实况有很好的对应(图3a、3b)。从沿 25°N 随时间的1h降水量演变(图3c、3d)的对比上也可以看到,模拟的降水中心雨强演变与实况存在较好的一致,即在 110°E 附近,强降水发生在12日00—09时。对比实况和模拟得到的各个时次的形势场(图略),也可以看到模拟的结果几乎与实况一模一样。因此,可以用模式输出的高分辨率的资料来研究此次暴雨持续的中尺度条件。

3.2 结构分析

利用高分辨率(15 km输出资料)的模式资料对影响此次暴雨的中尺度低涡结构进行细致的分析发现,该低涡是从背风涡旋发展而来的,从地面气压以及地面风场分布上可以清楚地看到,背风涡旋是从广西西边的云贵高原上东移发展而来的(图4a),12日00时,移动到广西西林县南边,直径约为200—500 km。由850 hPa上涡旋中心最低位势高度绘制的模式积分时间段内中尺度低涡的移动路径(图4b),可以看到,它有一个先向东南方向移动,后折向东北发展的过程,转折点在12日11时;11日14时—12日00时,低涡基本准静止于广西的西北角上,后缓慢向东南方向移动,它的移动速度非常缓慢,涡旋中心点在36h内只移动了约800 km,而这个涡本身是 α 中尺度的,涡的直径约500 km,因此,它基本上是准静止于广西的,且时长24—36 h,为了介绍的方便,简称为“广西涡”。从广西涡中心最低位势高度分布(图4c)上可以看到该时段内中心位势高度一直在下降,即涡旋在发展加深,到了12日11时移动到($23.9^\circ\text{N}, 108^\circ\text{E}$),此时降低至1403 dagpm,之后折向东北移动发展,气压仍然保持很低。

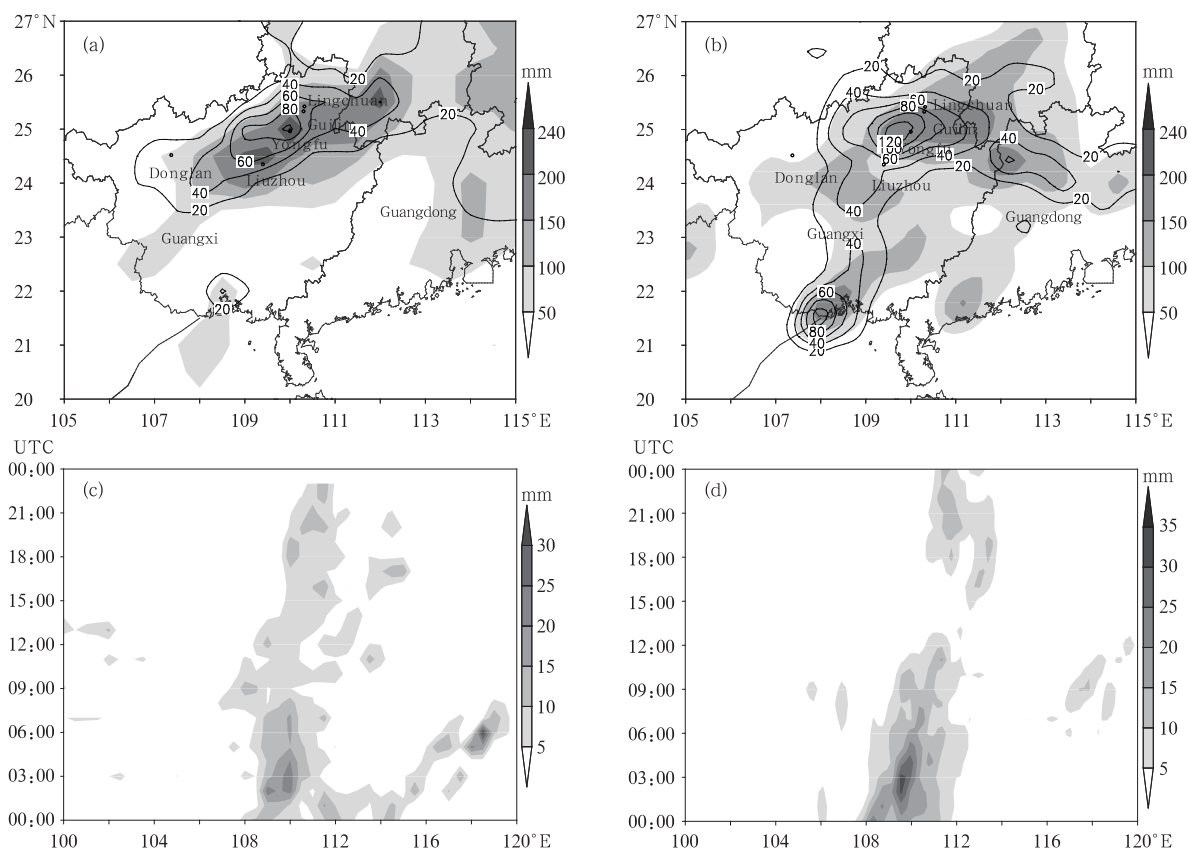


图3 12日00时—13日00时的24 h降水实况(a)和模拟(b)分布(阴影区,单位:mm),12日00—06时6 h降水分布(等值线,单位:mm);实况(c)与模拟(d)沿25°N的1 h降水时间-经度分布(阴影区,单位:mm)

Fig. 3 (a) Observed and (b) simulated distributions of accumulative 24 h precipitation from 00:00 UTC 12 to 00:00 UTC 13 (dark shadings; mm) and the accumulative 6 h precipitation from 00:00 UTC 12 to 00:06 UTC 12 (contours; mm), (c) the observed and (d) the simulated time-longitude distribution of accumulative 1 h precipitation along 25°N (dark shadings; mm)

此外,从各个时次的分布图(图略)上可以看到西南低空急流有一个逐步增强的过程,带来了大量的水汽和非地转能量,西南低空急流中的扰动是一种重力波,它与广西涡长时间耦合于广西上空,广西涡内部及大风速中心内部的非均匀分布的较小尺度的强垂直运动相互耦合形成了强烈的垂直上升运动,且随着广西涡的发展而强烈发展(图4a)。

从沿着25°N的垂直剖面图(图4d)上可以看到,西风基流越过云贵高原形成背风波,它是一种重力波,波长约为50 km,振幅为0.5 km左右,11日12时,山峰附近的下游有弱的垂直上升运动,在地形的作用下,等位温线变得陡峭,重力波开始破碎,对流开始发展壮大并向下游移动,对应着越来越强烈的垂直上升运动(图4e)。此外,背风波与沿着西风基流传播至广西的广西涡相耦合,而广西涡是罗斯贝波在低纬度地区对流层低层诱发的中尺度涡

旋,它与背风波属于两种截然不同的扰动,两者相互作用使对流增强。

这样,西南低空急流中大风速中心的非地转效应产生的重力波和西风基流越过云贵高原形成的重力波与广西涡长时间相互作用于广西,激发出长时间维持的深厚湿对流。

以上是定性的描述,为了更加清楚地分析广西涡的结构的动力学诊断分析。取23.5°—26°N范围进行物理量的纬向平均,研究其对流层低层的分布情况,从图5a中可以看到垂直上升运动中心、正涡度中心以及负散度中心有缓慢东传的趋势,负散度中心与垂直上升运动中心位置基本重合。值得注意的是,在109.5°E(降水中心附近)上一直维持有强的垂直上升运动和强的正涡度及负散度中心;12日00时,垂直运动达到最大值。

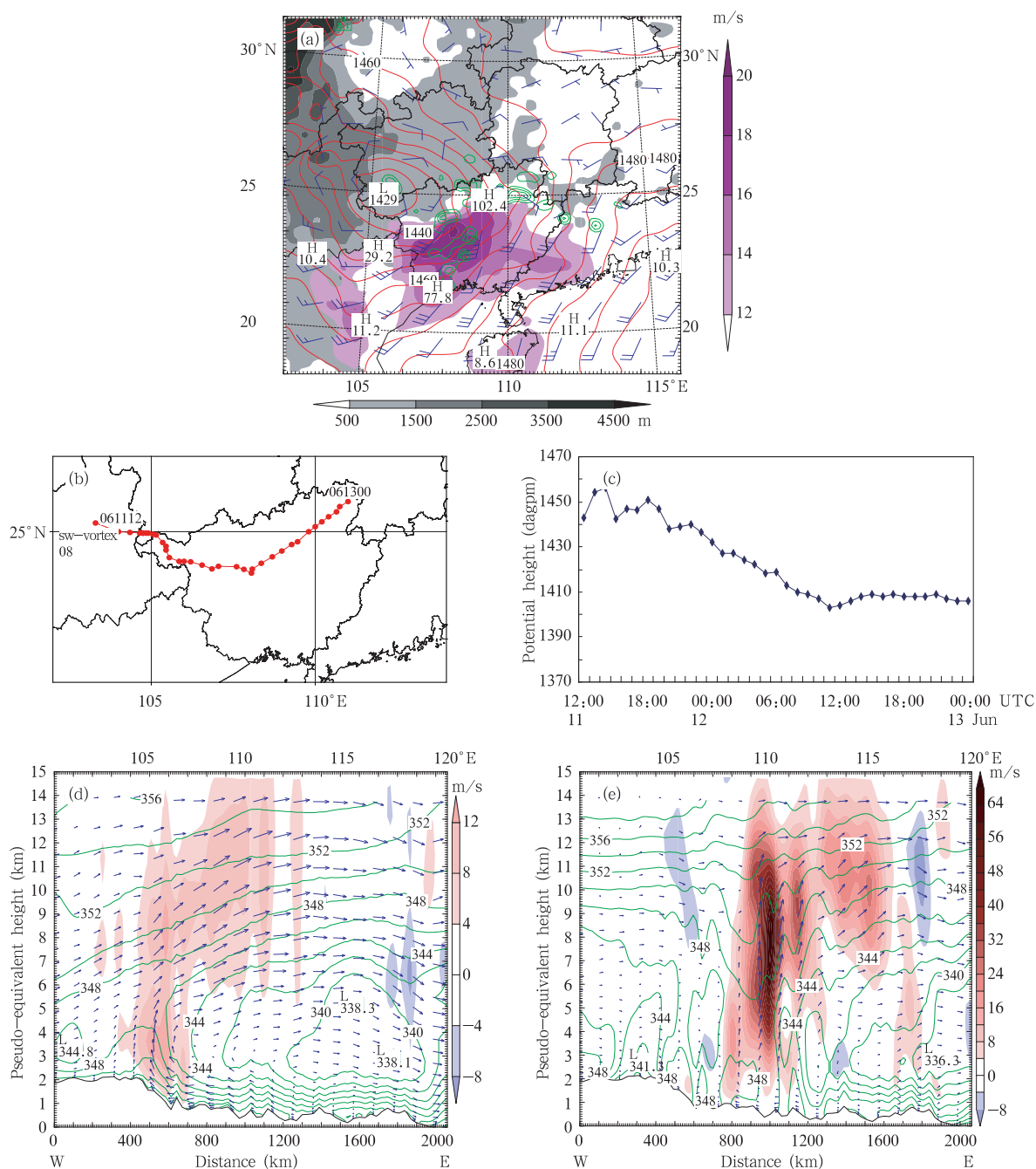


图4 (a) 12日00时850 hPa位势高度场(红色曲线,单位:dagpm)、风速(紫色阴影区,单位:m/s)、地面风场(蓝色风向杆,单位:5 m/s)、地形高度(灰色阴影区,单位:m)、700 hPa垂直速度场(绿色曲线,单位:cm/s);(b)广西涡中心位置路径;(c)广西涡中心位势高度随时间的变化(单位:dagpm), (d) 11日12时、(e)12日00时100°—120°E沿25°N的垂直剖面,

垂直速度(阴影区,单位:m/s),风场(蓝色箭头,单位:cm/s)(低层边界空白处表示地形)

Fig. 4 (a) Potential height field on 850 hPa (red curve; dagpm), wind velocity center on 850 hPa (purple dark shading; m/s), surface wind field (blue wind direction barb; 5 m/s), terrain height (gray shading; m), vertical velocity field on 700 hPa (green curve; cm/s) at 00:00 UTC 12 June 2008, (b) the track of Guangxi vortex's center, (c) temporal evolution of the potential height of Guangxi vortex's center (dagpm), and (d) and (e) are the cross sections along 25°N (y-axis is pseudo-equivalent potential height; km and x-axis is the distance from 100°E to 120°E; km) of the vertical velocity (dark shading; m/s), and the wind field (blue arrow; cm/s) at 12:00 UTC 11 June and 00:00 UTC 12 June 2008, respectively; the blank area near the low-level boundary denotes the topography

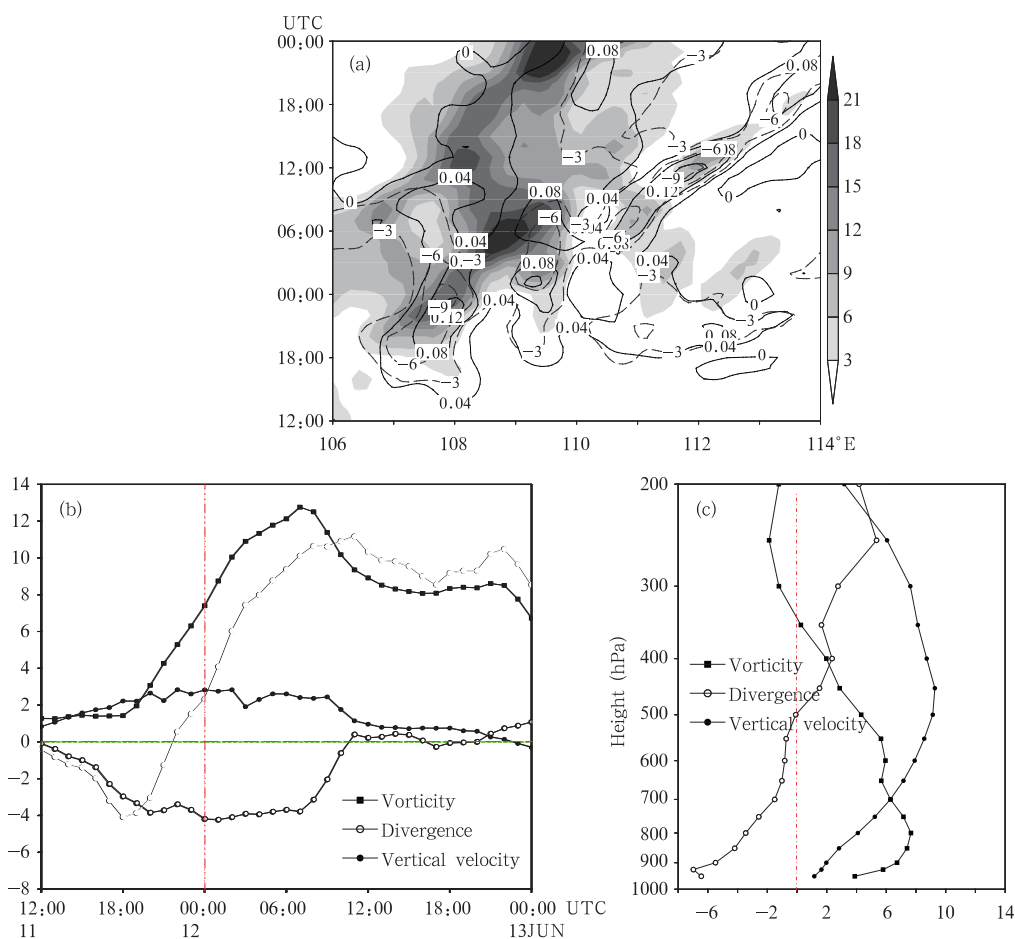


图5 (a) 23.5°—26°N 范围内平均的涡度(阴影区,单位:10⁻⁵s⁻¹)、垂直速度(黑色实线,单位:m/s)、散度(灰色虚线,单位:10⁻⁵s⁻¹)时间演变, (b) 850 hPa 高度上区域平均的物理量随时间的演变(涡度单位:10⁻⁵s⁻¹;散度单位:10⁻⁵s⁻¹;垂直速度单位:50 m/s), (c) 12日00时(23.5°—26°N, 106°—110°E)区域平均的涡度(单位:10⁻⁵s⁻¹)、散度(单位:10⁻⁵s⁻¹)、垂直速度(50 m/s)的垂直分布
Fig. 5 (a) Temporal evolution of the averaged fields over 23.5°N to 26°N, for the vorticity (dark shading; 10⁻⁵ s⁻¹), the vertical velocity (black solid line; m/s), and the divergence (gray dash line; 10⁻⁵ s⁻¹), (b) temporal evolution of the averaged fields on 850 hPa level (vorticity, 10⁻⁵ s⁻¹; divergence, 10⁻⁵ s⁻¹; vertical velocity, ×50 m/s), and the (c) vertical distribution of the averaged files over the area of (23.5°—26°N, 106°—110°E) at 00:00 UTC 12 June 2008 for the vorticity (10⁻⁵ s⁻¹), the divergence (10⁻⁵ s⁻¹) and the vertical velocity (×50 m/s)

针对暴雨区选取(23.5°—26°N, 106°—110°E)进行区域平均,研究区域内各物理量的分布情况(图5b),11日12时—12日06时,涡散度达到了同量级,而涡散度绝对值之差的最小值出现在11日18时—12日00时,该时段内垂直上升运动很强,850 hPa平均垂直速度值为0.05 m/s。即在暴雨最强时刻涡散是同量级的,具有强烈的垂直上升运动。从12日00时的区域平均物理量随高度的分布图(图5c)上可以看到,在对流层低层的涡散度量级基本相当,特别是在900 hPa以下,散度的绝对值甚至超过了涡度,到了500 hPa以上散度转为正值,即辐

散,而涡度转为负值,散度量级和涡度还是相当的,且还是有 2×10^{-5} — 4×10^{-5} 的量值,这说明在低层存在强辐合,高层则是强辐散,必然对应着深厚的湿对流,而垂直速度的分布就很好地验证了这一点,垂直上升运动从底层一直延伸到200 hPa高度,而最大的垂直运动出现在450 hPa上,平均值达到了0.18 m/s,这一点与实况相当吻合(实况的最大垂直运动也是出现在12日00时)。从以上分析可见,暴雨区有着强涡旋运动和强散度运动,涡散达到同量级,对应着组织化的深厚湿对流。

综合上述定性和定量的动力学诊断分析可见,

沿西风带基流东传的罗斯贝波在初夏的低纬度地区的对流层低层诱发出中尺度涡旋,中尺度涡旋在广西长时间准静止形成广西涡,其生成、发展和移动对此次致洪暴雨过程的降水的持续及其强度有着重要作用。西南低空急流带来了大量的水汽和非地转能量,低空急流中的大风速中心的扰动是一种重力波,西风基流越过云贵高原形成的背风波也是一种重力波,这两支重力波与广西涡长时间耦合于广西,内部的较小尺度的垂直环流相互耦合激发出大振幅的组织化的 β 中尺度深厚湿对流,它具有强涡旋运动与强散度运动共存的特征,且涡散达同量级。

4 准平衡流诊断分析

由于平衡模式框架下的流场以涡旋运动为主,散度比涡度小一个量级,因此不适用于我们所要研究的这类具有强烈对流和辐合辐散运动涡散达同量级的垂直对流;非平衡模式是一个快波对能量的辐散过程,是一个快过程,非平衡流是具有瞬时、快变特征的位势流,也不能描述 β 中尺度深厚湿对流的长生命史特征。

根据中尺度平衡动力学的理论,中尺度运动在平衡态与非平衡态之间存在区别于这两种状态的准平衡态,平衡态中旋转风是主要的,非平衡态则主要反映系统的调整变化,该过程伴有快波对能量的频散,而准平衡态适用于描述同时包含辐散风和旋转风效应的中尺度运动。下面就用基于准平衡流分析的 $PV-\omega$ 反演方法对本次暴雨过程中大振幅长生命史的组织化的 β 中尺度深厚湿对流进行诊断。

4.1 方法介绍

本文在Wang等(2003)提出的基于准平衡流分析的 $PV-\omega$ 反演系统的基础上作了一些改动,将其应用于华南暴雨深厚湿对流的研究中。在静力平衡假设条件下,考虑了水汽和降水影响的广义Ertel位涡在假相当高度坐标系下的无量纲形式为

$$q = \frac{1}{\rho_z} \frac{\theta_0}{g} [(f + \nabla_h^2 \psi) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial z} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z}] \quad (1)$$

其中 θ_0 为基态位温, $z = \frac{c_p \theta_0}{g} [1 - (p/p_0)^{R/c_p}]$ 为垂直方向上的假相当高度, g 为重力常数, $\rho_z = \rho_0 (p/p_0)^{R/c_p}$ 为假相当密度。采用的非线性平衡方程是以

$$\left(\varepsilon f + \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial z^2} \right) \nabla_h^2 \psi' = q' - (f + \nabla_h^2 \bar{\psi}) \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial y \partial z} \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial y \partial z} +$$

保留了摩擦项的散度方程出发将水平风场分解为旋转风分量和辐散风分量并引入流函数 ψ 和速度势 χ 得到的,进行尺度分析后非线性平衡方程的无量纲形式为

$$\nabla_h^2 \varphi = \nabla_h (f \nabla_h \psi + 2J \left(\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x}, \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y} \right) + \nabla_h \cdot F_r) \quad (2)$$

由于在实际的反演中,扰动位涡与天气形式关系更加密切,具有更明确的物理意义,因此往往采用扰动 PV 的分布而不是 PV 的分布来反演平衡流场。故可将整个流场视为平均场和扰动量的叠加,即令:

$$\begin{cases} q = \bar{q} + q' \\ \varphi = \bar{\varphi} + \varphi' \\ \psi = \bar{\psi} + \psi' \end{cases} \quad (3)$$

其中, \bar{q} 、 $\bar{\varphi}$ 和 $\bar{\psi}$ 分别表征基态的位涡、位势高度和流函数, q' 、 φ' 和 ψ' 可视为扰动位涡、扰动位势高度和扰动流函数。基态的选择并不是任意的,根据线性化原理,基态量必须满足式(1)和(2)(Wang, et al, 2003)中基态量选择的是梯度风平衡的轴对称基本场)。将式(3)代入式(1)和(2)则有

$$\begin{aligned} \nabla_h^2 \varphi' = & \nabla (f \nabla_h^2 \psi') + \beta \frac{\partial \psi'}{\partial y} + 2 \left(\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y^2} - \right. \\ & \left. 2 \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x^2} \right) + \\ & 2 \left[\frac{\partial^2 \psi'}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] + \frac{\partial f_x}{\partial x} + \frac{\partial f_y}{\partial y} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q' = & (f + \nabla_h^2 \bar{\psi}) \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial z^2} + \nabla_h^2 \psi' \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial z^2} - \\ & \left(\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial z} \right) - \\ & \left(\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial y \partial z} \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial y \partial z} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y \partial z} \right) + \\ & \nabla_h^2 \psi' \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial y \partial z} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y \partial z} \quad (5) \end{aligned}$$

其中, f_x 和 f_y 为摩擦项, f 为惯性参数, $\beta = \frac{\partial f}{\partial y}$,

$\nabla_h^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ 为水平拉普拉斯算子。虽然方程中仍然存在一些非线性项,但是它们均为二阶小量。由于式(4)是典型的椭圆方程形式,求解时需要满足椭圆方程条件,为了计算简便,Wang等(2003)引入参数 ε ,计算 ε 乘以式(4)+式(5),得:

$$\frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial y \partial z} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y \partial z} - \nabla_h^2 \psi' \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial y \partial z} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y \partial z} + \epsilon \left[\nabla_h^2 \varphi' - 2 \left(\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y^2} - \right. \right. \\ \left. \left. 2 \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x^2} \right) - \beta \frac{\partial \psi'}{\partial y} - 2 \left(\frac{\partial^2 \psi'}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial y} \right) - \frac{\partial f_x}{\partial x} - \frac{\partial f_y}{\partial y} \right] \quad (6)$$

取 $\epsilon = 0.5$, 这样即减少了椭圆条件中反气旋涡度的影响, 又控制了利用扰动位涡进行反演时数值计算过程中迭代计算的收敛性。再由式(5) - 式(4)得:

$$\nabla_h^2 \varphi' + (f + \nabla_h^2 \bar{\psi}) \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial z^2} = q' - \nabla_h^2 \psi' \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial z^2} + f \nabla_h^2 \psi' - \nabla_h^2 \psi' \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial y \partial z} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial y \partial z} \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial y \partial z} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y \partial z} + 2 \left(\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial y} + \right. \\ \left. \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x^2} \right) + \beta \frac{\partial \psi'}{\partial y} + 2 \left(\frac{\partial^2 \psi'}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x \partial y} \right) + \frac{\partial f_x}{\partial x} + \frac{\partial f_y}{\partial y} \quad (7)$$

将模式资料中的位涡分解为基态和扰动部分, 本文中基态选取的是积分 36 h 内的时间平均值, 将基态量从模式资料中扣除, 就可以得到扰动位涡 q' , 代入到式(6)和(7)中, 这样式(6)和(7)就构成了可以求解 ψ' 和 φ' 的闭合方程组, 取 φ' 在上下边界处满足诺伊曼边界条件, ψ' 和 φ' 在侧边界处满足狄利克雷边界条件。将求得的 ψ' 和 φ' 加上基态量就得到

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -(\mathbf{V}_\psi + \mathbf{V}_\chi) \cdot \nabla_h \eta - \omega \frac{\partial \eta}{\partial z} - \eta \nabla_h \cdot \mathbf{V}_\chi + \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial f_y}{\partial x} - \frac{\partial f_x}{\partial y} \quad (8)$$

$$\nabla_h^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \omega \right) + f \eta \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (z_a - z)^{-\mu} \frac{\partial}{\partial z} [(z_a - z)^\mu \omega] \right\} - f \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial z} \right) - f \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial^2 \chi}{\partial y \partial z} - \right. \\ \left. \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x \partial z} \right) - \left(f \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\mu}{(z_a - z)} + f \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right) \omega = f \frac{\partial}{\partial z} [\mathbf{V}_h \cdot \nabla \eta] - \nabla_h^2 [\mathbf{V}_h \cdot \nabla_h \frac{\partial \varphi}{\partial z}] - 2 \frac{\partial^2}{\partial t \partial z} \cdot \\ \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] - \beta \frac{\partial^3 \psi}{\partial t \partial y \partial z} + \frac{g}{\theta_0} \nabla_h^2 \dot{q}_\rho - f \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial f_y}{\partial x} - \frac{\partial f_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial^2}{\partial t \partial z} \left(\frac{\partial f_x}{\partial x} + \frac{\partial f_y}{\partial y} \right) \quad (9)$$

$$\nabla^2 \chi = - (z_a - z)^{-\mu} \frac{\partial}{\partial z} [(z_a - z)^\mu \omega] \quad (10)$$

其中, $z_a = (c_p/R_d)H_s$, $H_s = p_0/\rho_0 g = R_d \theta_0/g$ 为特征高度, $\mu = C_v/R_d$, θ_0 为基态位温, \mathbf{V}_ψ 和 \mathbf{V}_χ 分别表征水平风场 \mathbf{V}_h 的旋转部分和位势部分, χ 为速度势, g 为重力加速度, \dot{q}_ρ 为非绝热加热项。方程中 ζ 、 η 、 ψ 和 φ 均为非线性平衡方程约束下的平衡流场的相对涡度、绝对涡度, 流函数以及位势高度场。

式(8)、(9)和(10)构成了关于 ω 、 $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ 以及 χ 的闭合方程组, 可以求得准平衡条件下的垂直速度场和水平风场的辐合辐散分量, 从而诊断准平衡条件下的垂直运动分布, 加上前面反演得到的扰动风场和位势场, 就构成了能够表达包含基本涡旋场特征、长生命史的组织化深厚湿对流以及强辐合辐散运动的三维准平衡流场。

4.2 准平衡流诊断分析

利用 15 km 水平分辨率, 1 h 一次的模式输出资料进行 PV- ω 反演。由于 PV 反演得到的风压场

描述了准水平涡旋性质的平衡流场, 但是由于得到的平衡流场是基于非线性平衡方程的, 而非线性平衡方程中仅保留了很少部分的辐散风分量, 不能描述具有强垂直运动的深厚湿对流。为了描述具有强涡旋和强位势共存特征的组织化的深厚湿对流, Wang 等(2003)引入假相当高度坐标系下的涡度方程、准平衡 ω 方程和连续方程:

加上基态的基本物理量场均满足非线性平衡方程, 因此, 反映的是平衡场的特征。加入 ω 方程和连续性方程之后, 进一步考虑了水平流场的辐散风分量和上升运动, 就得到了准平衡流; 而从模式输出结果中减去准平衡分量则可视为准平衡流场相对实际流场的偏差, 即为非平衡流部分。

从 12 日 00 时沿 24.9°N 所作模式输出、准平衡及非平衡物理量的垂直剖面图(图 6a、6b、6c)上看, 准平衡部分在暴雨区即 109.4°E 附近有一支深厚的垂直上升运动, 伸展高度达 15 km 左右, 上升运动中心位于 6 km 处, 其值约为 1.6 m/s, 与模式大气中的雷达反射率的高值区相对应, 模式大气在该处的垂直上升运动中心也是位于 6 km 处, 中心值为 2.8 m/s 左右, 而非平衡部分的垂直运动伸展高度只有 10 km 左右, 其中心也位于 6 km 高度上, 值为 1—1.2 m/s; 此外, 可以看到在 111.5°E 处即富川降水中心也有一个高雷达反射率区, 对应着较强的垂

直上升运动,在模式大气中的垂直速度为 1.6 m/s 左右,而准平衡部分为 1 m/s,非平衡部分为 0.4 m/s左右。因此,反演得到的垂直环流结构中

有 50%—70%属于准平衡流部分,这与 Wang 等(2003)在对称性飓风及钟玮等(2008)在非对称型飓风中反演得到的结果相似。

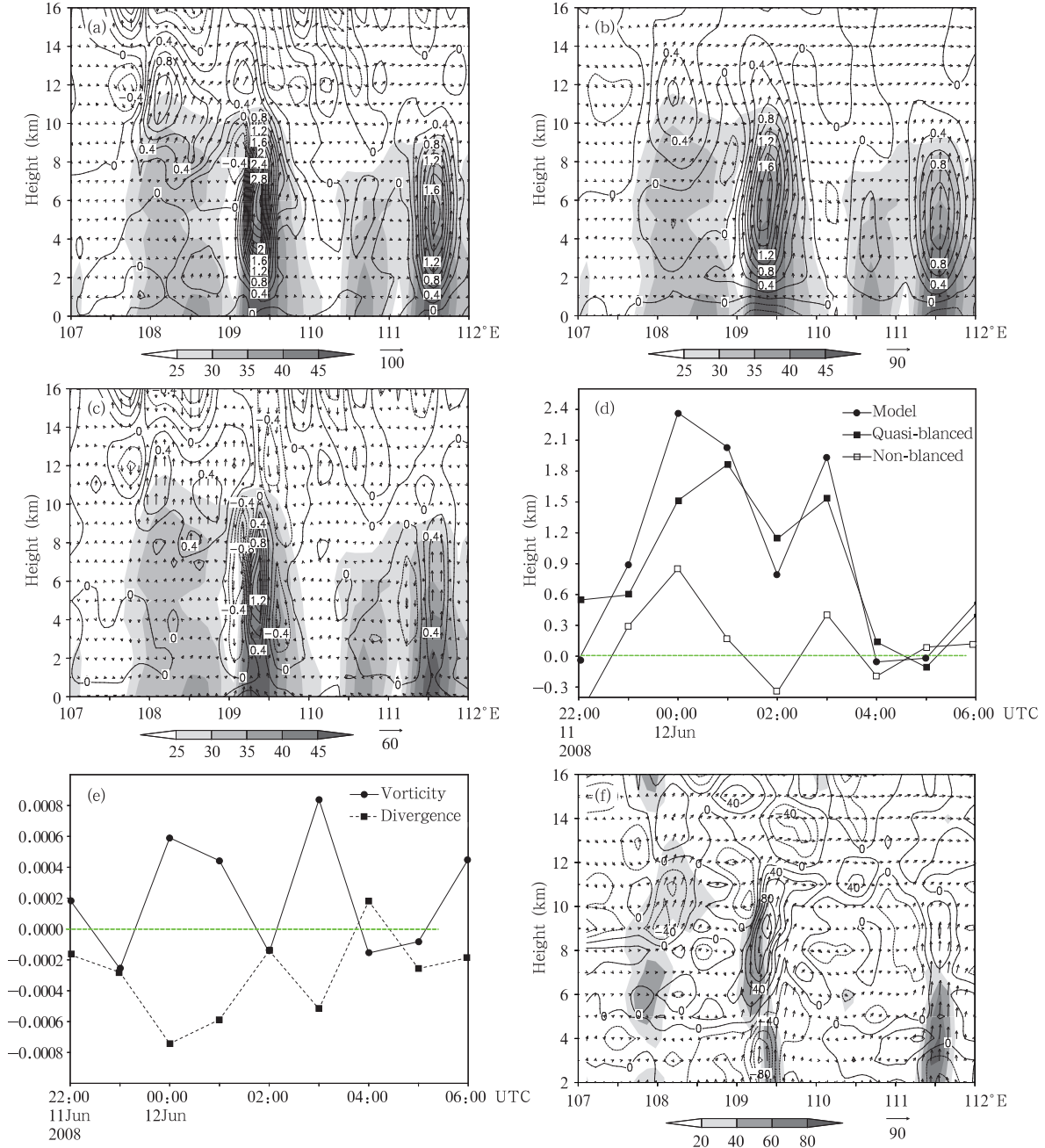


图6 12日00时沿 24.9°N 的(a)模式输出、(b)准平衡部分、(c)非平衡部分的雷达反射率(阴影区,单位:dBz)、垂直速度(等值线,单位:m/s)及相应的风矢量(箭头);(d)涡度(阴影区,单位: 10^{-5} s^{-1})、散度(等值线,单位: 10^{-5} s^{-1})垂直剖面;(e)4 km高度上的模式输出、准平衡、非平衡部分的垂直速度随时间的演变(单位:m/s), (f)暴雨中心($24.9^{\circ}\text{N}, 109.4^{\circ}\text{E}$)对应的4 km高度上的准平衡的涡、散度随时间的演变(单位: s^{-1})

Fig. 6 Radar reflectivity (dark shading; dBz), the vertical velocity (contour; m/s) and the corresponding wind vector (arrow) output by the model (a), with their quasi-balanced part (b) and the non-balanced part (c), (d) the cross-section of vorticity (10^{-5} s^{-1}) and divergence (contour; unit: s^{-1}) along 24.9°N at 00:00 UTC 12 June 2008; (e) temporal evolution of the vertical velocity on 4 km height from the model outputs and the parts of, quasi-balance and non-balance (m/s), (f) temporal evolution of the quasi-balanced vorticity and divergence on 4 km height above the rainstorm center ($24.9^{\circ}\text{N}, 109.4^{\circ}\text{E}$) (10^{-5} s^{-1})

图 6e 是 4 km 高度上暴雨中心(24.9°N, 109.4°E)处的模式输出、准平衡、非平衡部分的垂直速度时间变化。模式资料显示暴雨区在 11 日 22 时至 12 日 06 时这 8 h 内有 7 h 一直维持着垂直上升运动,其中 11 日 23 时至 12 日 05 时对应着强垂直上升运动;准平衡部分在 11 日 23 时—12 日 05 时也对应着强垂直上升运动,且垂直速度值的变化趋势基本与模式大气相一致;非平衡部分的垂直运动分布具有明显的上升运动和下沉运动相间分布的特征,具有与重力波传播相类似的特征,即是一个快过程。因此,准平衡流能够很好地反映模式大气的垂直运动变化情况,并且能够描述较长生命史、组织化的深厚湿对流。为了进一步说明这一点,我们来验证一下准平衡部分的涡度散度分布情况。从 4 km 高度上暴雨中心准平衡部分的涡度散度随时间的演变(图 6f)上看,涡度散度是同量级、反位相分布的,其中 12 日 00 时的散度绝对值最大,对应着与之相当的涡度,此时的垂直运动是最强的,而从随高度变化的垂直剖面(图 6d)上我们可以看到,暴雨中心对应着伸展高度为 10 km 的涡度柱,低层是强辐合,中高层对应着强辐散,能够很好地反映实况。

从上面的分析可见,准平衡流场中保留了平衡模式中略去的与中尺度深对流相联系的辐散风分量,因此可以描述广西致洪暴雨过程中具有较长生命史、大振幅组织化的深厚湿对流系统,与其相联系的散度和涡度同量级,准平衡流场具有涡散运动共存特征。

5 结 论

本文在对“6.12”广西暴雨过程进行数值模拟得到较好模拟结果的基础上,结合中国南方暴雨野外科学试验得到的加密观测资料分析表明,影响 2008 年 6 月中旬广西致洪暴雨的主要中尺度天气系统是准静止的中尺度涡旋,它是中纬度天气尺度西风带波动与低纬度暖湿气流带在地形效应下相互作用的结果,其生成、发展和移动对此次致洪暴雨过程的降水强度和持续有重要作用,一方面,它与不断增强的西南低空暖湿急流在广西耦合产生深厚的垂直环流;另一方面,西风气流越过云贵高原形成的重力波性质的背风波与广西涡相耦合,这两种不同的扰动相互作用在暴雨区产生了强烈的垂直上升运动。

上述两种不同性质的耦合共同作用激发出大振幅的组织化的 β 中尺度深厚湿对流,它具有强涡旋运动与强散度运动共存特征。由于平衡态中旋转

风是主要的,非平衡态则主要反映系统的调整变化,该过程伴有快波对能量的频散,而准平衡态适用于描述同时包含辐散风和旋转风效应的中尺度运动。因此,为了描述这种强涡散共存且涡散同量级的具有较长生命史的深厚湿对流,本文引进台风研究中的基于准平衡流分析的 $PV-\omega$ 方法,对广西致洪暴雨过程华中的深厚湿对流进行反演诊断分析,结果表明:准平衡流能真实反映涡散共存的大振幅垂直运动,50%—70%的垂直运动归于准平衡流,准平衡流描述了具有较长生命史组织化过程的深厚湿对流系统,证明了准平衡流场具有涡散运动共存特征。

本文对于背风涡旋以及背风波生成和发展的过程及与中尺度涡旋的相互作用只作了初步的定性描述,没有进行详细的诊断分析和计算,后面的工作将以此为重点,在进行动力学机理研究的基础上探索它们发生发展的原因。

致谢:感谢张大林教授提供 $PV-\omega$ 反演方法的源程序。

参 考 文 献

- 高守亭,周非凡. 2006. 基于螺旋度的中尺度平衡方程及非平衡流诊断方法. 大气科学, 30(5): 854-862
- 陆汉城,寇正,费建芳等. 2004. 中尺度对流系统演变中的一些非平衡动力学问题. 气象科学, 24(1): 120-126
- 蔡建利,王建捷,李泽椿. 2008. 2005 年 6 月华南特大连续性暴雨的环境条件和中尺度扰动分析. 气象学报, 66(3): 437-451
- 孙健,赵平,周秀骥. 2002. 一次华南暴雨的中尺度结构及复杂地形的影响. 气象学报, 60(3): 332-342
- 汪永铭,苏百兴,常越. 2000. 1998 年试验期间华南暴雨的系统配置和环流特点. 热带气象学报, 16(2): 123-130
- 薛纪善. 1999. 1994 年华南夏季特大暴雨研究. 北京: 气象出版社, 68-69
- 赵玉春,李泽春,肖子牛等. 2007. 准静止梅雨锋连续暴雨两个例的位涡反演诊断. 气象学报, 65(3): 353-371
- 赵玉春,李泽春,肖子牛等. 2007. 一次热带系统北上引发华南大暴雨的诊断分析和数值研究. 气象学报, 65(4): 561-577
- 钟玮,陆汉城,张大林. 2008. 非对称型强台风中的准平衡流特征分析. 地球物理学报, 51(3): 657-667
- Charney J G. 1955. The use of primitive equations of motion in numerical prediction. Tellus, 7: 22-26
- Raymond D J. 1992. Nonlinear balance and potential vorticity thinking at large Rossby number. Quart J Roy Meteor Soc, 118(507): 987-1105, Doi:10.1002/qj.49711850708
- Wang X B, Zhang D L. 2003. Potential vorticity diagnosis of a simulated hurricane. Part I: Formulation and quasi-balanced flow. J Atmos Sci, 60: 1593-1607
- Zhang D L, Chanh Q K. 2006. Potential vorticity diagnosis of a simulated hurricane. Part II: Quasi-balanced contribution to forced secondary. J Atmos Sci, 63: 2898-2914