

顺层边坡岩体结构的不稳定性态研究

杨治林

(西安科技大学理学院, 陕西 西安 710054)

摘要: 针对顺层边坡岩体结构的初始缺陷特性和非完善屈曲特征, 应用初始后屈曲理论和突变理论探讨了缺陷结构的后屈曲性态, 分别以载荷和位移的形式确定了边坡结构分岔点附近的邻域, 建立了边坡结构溃屈破坏和剪切滑动的判据, 并以雅砻江下游的霸王山边坡为例给出了工程实例。研究表明: 位能增量泛函中表征结构初始缺陷的零阶余项与尖点突变模型中的剖分因子之间具有确定的关系; 顺层边坡岩体结构在其分岔点处的载荷临界值是由其突变模型的分岔集确定的; 只有考虑了岩体边坡的实际缺陷, 才可得出其溃屈破坏和剪切滑动的极限值。

关键词: 顺层边坡; 初始缺陷; 分岔集; 分岔点邻域; 稳定性判据

中图分类号: P583 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2010)12-1888-04

作者简介: 杨治林(1957-), 男, 陕西榆林人, 教授, 主要从事固体力学与结构稳定方面的教学和研究工作。E-mail: yangzlyzl@163.com。

Instability behavior for side slope with bedding rock mass

YANG Zhi-lin

(College of Sciences, Xi'an University of Science & Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract: Considering the original defect and imperfection buckling characteristics for side slope with bedding rock mass, the post-buckling behavior of defect structure is studied by using the initial post-buckling theory and the cusp catastrophic model, which derives a region near the bifurcation point expressed by the load and displacement. The criteria for buckling failure and shearing slip of rock mass bedding slope are proposed, and an application example of Bawang Mountain slope located in the lower reaches of Yalu River is given. The results indicate that the zero order remainder expressing the original defect in the potential energy incremental function has determined the relation with the ripping factor in the cusp catastrophic model. The critical value at bifurcation point of the side slope with bedding rock mass is determined by its bifurcation set. The critical values of the real significant buckling failure and shearing slip can be obtained only if considering the actual defect for the side slope with bedding rock mass.

Key words: side slope with bedding rock mass; original defect; bifurcation set; region near bifurcation point; stability criteria

0 引言

顺层边坡岩体结构的屈曲并不意味着其承载能力的丧失, 而只是岩体结构的稳定性发生改变的分岔特征^[1]。边坡岩体屈曲后仍具有一定的承载能力, 表明结构的分岔点和后屈曲性态是稳定的^[2]。随着初始后屈曲理论在相关工程领域应用的完善化, 有关顺层边坡岩体结构稳定性性态的研究, 也不再只局限于关注岩体结构的初始屈曲性态和分岔点的平衡稳定性^[3-4]。应用初始后屈曲理论研究岩体结构分岔后在稳定和 unstable 发展的各个阶段的后屈曲性态, 其实质是探讨结构材料性能的演化及可能存在的平衡形式的突变, 因为材料属性决定着分岔时的本构行为和加载路径。人们所关心的正是系统从失稳到失效的演化过程, 关注

边坡在失稳之后到整体失效之前结构和岩体材料承载能力的发挥, 强调系统的不稳定性态^[4-5]。

顺层边坡岩体是一个由其赋存状况决定其缺陷的非完善系统。已有研究成果表明, 关于非完善结构性态的研究, 需要考虑实际结构中总是存在缺陷这一要素, 应该在描述完善结构从基本状态转变为某个相邻构形的位能增量上考虑初始缺陷的影响^[2, 5-6]。大多数问题中, 非完善结构在基本状态下的位移场和应力场都近似地与载荷因子成线性关系^[7-8]。非完善系统的研究对象通常由一组离散化的状态变量所刻画, 这些状态变量往往依赖于多个外在因素参量。当这些参量取某些值时, 系统状态变量呈现出分岔现象^[5-6]。顺层边

基金项目: 教育部科学技术研究重点项目 (207119)

收稿日期: 2009-07-16

坡岩体结构分岔后的平衡路径及演化途径与初始缺陷的关系有待进一步研究。

1 边坡岩体结构的初始后屈曲

1.1 位能增量泛函及其高阶变分

根据文献[9]论证了的用岩梁代替岩板分析层状边坡岩体结构的条件, 在对图 1 所示的边坡岩体结构从未挠曲的基本状态过渡到挠曲了的后屈曲状态进行性态分析时, 需将其位能增量泛函 Π 中的每一项都视为与载荷因子 l 有关的项。

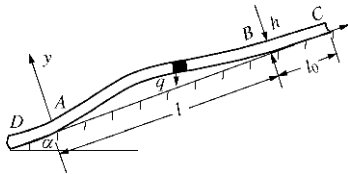


图 1 边坡岩体后屈曲力学模型

Fig. 1 Mechanical model of post-buckling for rock slope

由于边坡岩体后屈曲阶段的性态完全取决于结构在临界载荷下平衡的稳定或不稳定, 而临界点处位能的二阶变分半正定, 为确定边坡岩体结构的屈曲性态, 应研究无量纲化后位能增量泛函 Π 的高阶变分^[5]

$$\Pi = \Pi_2 + \Pi_4 + \Pi_0, \quad (1)$$

式中,

$$\Pi_2 = \int_0^l [w'^2 - \frac{1}{2}(b_2 + lb_3)w'^2 + \frac{1}{2}b_2xw'^2] dx,$$

$$\Pi_4 = \int_0^l [w''^2 w'^2 - \frac{1}{8}(b_2 + lb_3)w'^4 + \frac{1}{8}b_2xw'^4] dx,$$

$\Pi_0 = b_1 \int_0^l w dx$, 分别为泛函 Π 的二阶变分、四阶变分和零阶次项的余项。而 $w = y/l$; $x = x/l$; $l = P/P_k$; $\Pi(w) = \Pi(y)/P_i$; $P_i = E_r I / 2l^2 (1 - m^2)$; $P_k = 8P_i \pi^2 - (lq \sin a) / 2$; $b_1 = lq \cos a / P_i$; $b_2 = lq \sin a / P_i$; $b_3 = P_k / P_i$ 。其中 $q = gh$, 为岩体单宽分布载荷; g 为岩石重度; h 为滑动深度; $P = (gh \sin a - gh \cos a \tan j - c)l_0$, 为单宽下滑力; a 为岩层倾角与水平地面之间的夹角; j 为层间摩擦角; c 为黏聚力; l_0 为可在底层岩石上滑动的下滑段长度; $E_r = 4E_1 E_c / (E_1^{1/2} + E_c^{1/2})^2$ 为岩体不同拉压特性的等效弹性模量^[10], E_1 和 E_c 分别为边坡岩体的拉伸弹性模量和压缩弹性模量; m 为泊松比。

1.2 临界载荷及屈曲路径性态

对于图 1 所示的边坡岩体结构力学模型, 取符合其几何边界条件的变形模态为

$$w_1 = \frac{1}{2} \frac{a_m}{l} (1 - \cos 2\pi x), \quad (2)$$

式中, a_m 为边坡的变形模态幅值。当岩体边坡处于临界平衡状态时, 对于任意的 a_m 值, 泛函的二阶变分应

为零, 即 $\Pi_2 = 0$, 则由式 (1), (2) 可得临界载荷

$$P_{ij} = P_k = \frac{4\pi^2 E_r I}{l^2 (1 - m^2)} - \frac{l}{2} q \sin a. \quad (3)$$

由于式 (1) 中没有三阶变分项, 因此, 由确定临界状态稳定性的 Π_4 恒大于零可知, 在给定的变形模态下屈曲路径平衡稳定。

1.3 模态幅值方程及后屈曲性态

对于一级近似, 仅在泛函能量的二次变分中考虑与 l 有关的项是充分的^[11]。于是, 位能增量泛函对于任意位移场, 考虑 $\Pi_0(w, a_m)$ 影响时的屈曲模态可表示为关于变形模态幅值 a_m 的代数函数^[2]

$$F^l(a_m, l) = (l - l_1) F_2^l(a_m) + \Pi_4^l(w_1, a_m) + \Pi_0(w_1, a_m), \quad (4)$$

式中, l_1 为临界载荷因子, $F_2^l(a_m) = \partial \Pi_2^l(w, l) / \partial l$ 。式 (4) 是近似的, 但它是分岔点附近能量渐近展开式中的主要项。由 $F_2^l(a_m)$ 的表达式和屈曲模态可得

$$\left. \begin{aligned} F_2^l(a_m) &= -P_k \pi^2 (1 - m^2) a_m^2 / 2E_r I, \\ \Pi_4^l(w_1, a_m) &= \pi^6 a_m^4 / 8l^4, \\ \Pi_0(w_1, a_m) &= l^2 q \cos a (1 - m^2) a_m / E_r I. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

分岔点附近的平衡构形由变形模态幅值 a_m 的函数 $F^l(a_m, l)$ 的驻值所确定, 仅当驻值为本征最小时, 平衡构形才是稳定的。由驻值定 $\partial F^l(a_m, l) / \partial a_m = 0$, 可得平衡稳定模态幅值方程

$$a_m^3 + D_1 a_m + D_2 = 0, \quad (6)$$

式中, $D_1 = 2l^4 (1 - m^2) (l_1 P_k - P) / \pi^4 E I$ 为正则因子, 而 $D_2 = 2l^6 q \cos a (1 - m^2) / \pi^6 E I$ 为剖分因子。式 (6) 实际上给出了边坡模态幅值 a_m 与载荷 P 、临界载荷 P_k 及边坡已脱离底层长度 l 间的关系。当 $l = l_1$ 时, 使模态幅值 a_m 减少为零的变形路径是真正的后屈曲平衡路径。

2 边坡岩体结构的后屈曲性态

2.1 分岔点载荷及屈曲模态幅值

由式 (6) 给出的以平衡稳定模态幅值 a_m 为状态变量, 以正则因子和剖分因子为控制变量的尖点突变模型分岔集方程为

$$4D_1^3 + 27D_2^2 = 0. \quad (7)$$

由式 (7) 可知, 只有当 $D_1 \leq 0$ 时, 体系才有可能跨越分岔集。当控制参量 D_1, D_2 满足分岔集方程时, 边坡岩体处于临界状态。将 D_1, D_2 代入式 (7), 得跨越分岔点后的载荷增量

$$\Delta P = P - l_1 P_k = \frac{3}{2} \left(\frac{q^2 E_r I \cos^2 a}{1 - m^2} \right)^{1/3}. \quad (8)$$

式 (8) 以载荷的形式给出了分岔点附近的邻域, 同时表明, 体系稳定性发生分岔的必要条件为 $P \geq l_1 P_k$ 。

由图 1 边坡岩体结构的位移边界条件, 得到非零解载

荷参数的最小值, 即 $I_1 = 1$ 。因此, 由式 (8) 即可得边坡岩体的分岔点载荷为

$$P = \frac{3}{2} \left(\frac{q^2 E_r I \cos^2 a}{1 - m^2} \right)^{1/3} + \frac{4\pi^2 E_r I}{l^2 (1 - m^2)} - \frac{l}{2} q \sin a \quad (9)$$

式 (9) 表明, 对于缺陷结构, 在描述结构从基本状态转变到某一个相邻构形时必须再增加一载荷增量, 即对非完善系统, 表现出结构的实际屈曲载荷偏离了临界值。

在给定单一模态的情形下, 几何非线性方程一般会产生若干不相关的分支解, 有意义的分支将使满足式 (6) 的 a_m 取正实根。当系统跨越分岔集左支时, 由式 (6), (7) 可得边坡的平衡稳定屈曲模态幅值为

$$a_m = (-D_1/3)^{1/2} = \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \left(\frac{q(1 - m^2)}{E_r I} \right)^{1/3} \quad (10)$$

式 (10) 以位移的形式给出了分岔点附近的邻域。

2.2 边坡岩体的溃屈极限长度

根据岩体结构渐近性破坏机理^[12], 随着边坡上部滑动段的下滑, 结构不会出现卸载和中性变载, 单调加载使层状边坡的屈曲模态幅值不断增大, 岩层处于分岔后的大变形溃屈状态。设边坡岩体结构出现塑性变形时的极限值为 M_p , 则由 $Pa_m = M_p$ 和式 (9), (10) 可得

$$al^3 - bl^2 - c = 0 \quad (11)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{q}{2\pi^2} \sin a \left(\frac{q(1 - m^2)}{E_r I} \right)^{1/3}, \quad b = \frac{3q}{2\pi^2} \cos^{2/3} a, \\ c &= 4 \left(\frac{\sqrt{q} E_r I}{1 - m^2} \right)^{2/3} - \frac{h^2 s_c}{4} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中 s_c 为岩层单轴抗压强度。式 (12) 中的 b 表征了顺层边坡岩体结构的初始缺陷和非完善性。根据岩层屈曲的实际情况, 可采用迭代法求出边坡后屈曲状态下的溃屈极限长度为

$$l^* = \sqrt{\frac{c}{al^* - b}} \quad (13)$$

显然, 随着边坡坡角增大, 溃屈极限长度在不断减小, 直立状态下达最小值。

2.3 边坡岩体结构稳定性判据

顺层边坡岩体结构的不稳定性主要表现为边坡整体的溃屈和坡脚处的剪切滑动, 结构在溃屈破坏前期往往具有以岩板或岩梁的形式发生屈曲的特征。式

(13) 给出了顺层边坡岩体在大变形溃屈破坏时的极限长度, 设边坡的实际长度为 l , 显然, 当 $l \geq l^*$ 时, 结构分岔后发生溃屈破坏。

随着边坡上部滑动段继续下滑和边坡的应力调整, 坡脚附近的最大切应力显著增大^[12], 满足一定条

件下的坡脚处岩体沿着早期发育的结构面而扩展, 致使边坡脱离底层的长度由于坡脚处开裂长度的增加而增加。结构处于极值点后屈曲剪切滑动状态。而当 $l < l^*$ 时, 结构极值点后发生剪切破坏。

3 工程算例

位于雅砻江下游的霸王山标高达 1940 m, 江边边坡坡脚标高为 1030 m, 山高 940 m。该山边坡是由灯影灰岩组成的顺层边坡, 边坡间夹有一层泥灰岩夹层, 泥灰岩夹层层层间错动后形成了软弱夹层, 岩层与水平地面之间的倾角 $a = 40^\circ$ 。灯影灰岩层较疏, 其主要物理力学性能参数为: 岩层重度 $g = 27 \text{ kN/m}^3$, 抗拉、抗压弹性模量分别 $E_t = 3.2 \times 10^3 \text{ MPa}$, $E_c = 5 \times 10^4 \text{ MPa}$, 泊松比 $m = 0.25$; 岩层单轴抗压强度 $s_c = 80 \text{ MPa}$, 岩层厚度 $h = 10 \text{ m}$ 。夹层下为巨厚层灰岩, 不可能产生深层滑动。该山坡曾发生过溃屈破坏^[13]。

该层状岩体单宽分布载荷 $q = gh = 270 \text{ kN/m}^2$, 考虑到岩体不同的抗拉、抗压特性, 可得其等效弹性模量 $E_r = 4E_t E_c / (E_t^{1/2} + E_c^{1/2})^{1/2} = 8152 \text{ MPa}$, 则式 (11)

中的 a, b, c 分别为 $a = \frac{q}{2\pi^2} \sin a \left(\frac{q(1 - m^2)}{E_r I} \right)^{1/3} = 6.31 \times 10^{-2} \text{ kN/m}^3$, $b = \frac{3q}{2\pi^2} \cos^{2/3} a = 34.5 \text{ kN/m}^2$,

$c = 4 \left(\frac{q^{1/2} E_r I}{1 - m^2} \right)^{2/3} - \frac{h^2 s_c}{4} = 1.89 \times 10^7 \text{ kN}$ 。由式 (13),

得该顺层边坡岩体后屈曲大变形溃屈极限长度为 $l^* = \sqrt{\frac{c}{al^* - b}} = 909.3 \text{ m}$ 。

过去有一种观点认为, 倾斜层状边坡只要坡脚处岩层不被切断, 就不会破坏。但在我国西南山区见到大量顺层边坡坡脚并未被切断, 照样发生大型滑坡, 雅砻江霸王山便属此类^[13]。霸王山边坡的实际长度为 1462 m, 算例表明, 该山坡可能发生溃屈破坏。

4 结 论

(1) 顺层边坡岩体结构是一个存在初始缺陷的非完善系统, 系统的位能增量泛函关于变形模态的表达式是分岔点附近能量渐近展开式中的主要项。与完善结构不同的是, 非完善结构的临界点与分岔点是不一致的。非完善结构的屈曲是由分岔点表征的。

(2) 结构的非完善性可用其突变模型中的剖分因子来表征, 具有初始缺陷结构的临界值由突变模型的分岔集所确定。初始后屈曲理论中表征初始缺陷的零阶余项与突变模型中的剖分因子间具有对应的关系。边坡岩体中的初始缺陷是由边坡倾角确定的, 缺陷影

响程度与岩体材料有关。

(3) 顺层边坡岩体结构稳定性问题是一个受缺陷影响而从分岔点退化出来的极值点问题, 只有在缺陷结构的位能增量泛函中增加关于缺陷的修正项, 才能确定平衡构形的稳定性, 并进而建立边坡岩体结构溃屈破坏和剪切滑动的稳定性准则。以边坡脱离底层长度为参数, 可作为其溃屈灾害的判据, 也可作为其剪切滑动灾害的判据。

(4) 初始后屈曲理论是针对已知基本状态的分岔点建立的, 除了由于缺陷影响而从分岔点退化出来的极值点问题外, 并不能讨论一般的极值点屈曲问题。探讨初始后屈曲理论中的极值点失稳问题已成为该理论在应用方面的一个重要发展方向。

参考文献:

- [1] 李云鹏, 杨治林, 王芝银. 顺层边坡岩体结构稳定性位移理论[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, **19**(6): 747 - 750. (LI Yun-peng, YANG Zhi-lin, WANG Zhi-yin. Displacement theory of structure stability for rock mass bedding slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, **19**(6): 747 - 750. (in Chinese))
- [2] 杨治林. 顺层边坡岩体结构的模态幅值研究[J]. 岩土力学, 2003, **24**(5): 764 - 770. (YANG Zhi-lin. Research on mode amplitude for side slope with stratified rock mass[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, **24**(5): 764 - 770. (in Chinese))
- [3] 邓荣贵, 周德培, 李安洪, 等. 顺层岩质边坡不稳定岩层临界长度分析[J]. 岩土工程学报, 2002, **24**(2): 178 - 182. (DENG Rong-gui, ZHOU De-pei, LI An-hong, et al. On the critical length of unstable rock stratum on bedrock slope[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, **24**(2): 178 - 182. (in Chinese))
- [4] 朱晗迺, 马美玲, 尚岳全. 顺倾向层状岩质边坡溃屈破坏分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2004, **38**(9): 1144 - 1149. (ZHU Han-ya, MA Mei-ling, SHANG Yue-quan. Analysis of buckling failure of consequent rock slope[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2004, **38**(9): 1144 - 1149. (in Chinese))
- [5] 杨治林. 层状边坡岩体结构的后屈曲[J]. 长安大学学报, 2005, **25**(2): 73 - 76. (YANG Zhi-lin. Post-buckling for side slope with stratified rock mass[J]. Journal of Chang'an University, 2005, **25**(2): 73 - 76. (in Chinese))
- [6] 杨治林, 韩江水. 顺层边坡岩体初始后屈曲性态及其缺陷敏感性[J]. 西安科技大学学报, 2006, **26**(4): 576 - 579. (YANG Zhi-lin, HAN Jang-shui. Initial post-buckling behavior and imperfection sensitivity for side slope with bedding rock mass[J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2006, **26**(4): 576 - 579. (in Chinese))
- [7] ROSS C T F, SADLER J R. Inelastic shell instability of thin-walled circular cylinders under external hydrostatic pressure[J]. Ocean Engineering, 2000, **27**: 765 - 774.
- [8] ROSS C T F, JOHNS C T. Plastic axis-symmetric collapse of thin-walled circular cylinders and cones under uniform external pressure[J]. Thin-Walled Structures, 1998, **30**: 35 - 54.
- [9] 肖 远. 用岩层梁代替岩层板分析顺层岩体边坡结构变形破坏的条件[C]// 第二届全国工程地质力学青年学术讨论会论文集. 北京: 地震出版社, 1992. (XIAO Yuan. Conditions replaced rock plate by rock beam for structural deformation and failure of bedding rock slope[C]// Proceedings of the 2nd National Youth Academic Conference on Engineering Geology Mechanics. Beijing: Earthquake Press, 1992. (in Chinese))
- [10] 李云鹏, 安晓宁, 王芝银. 考虑不同拉压特性边坡岩体结构稳定性位移判据[J]. 西安公路交通大学学报, 1999, **19**(4): 15 - 17. (LI Yun-peng, AN Xiao-ning, WANG Zhi-yin. Displacement criterion of structure stability for rock mass slope by considering different tensile-compressive behavior[J]. Journal of Xi'an Highway University, 1999, **19**(4): 15 - 17. (in Chinese))
- [11] 范钦珊. 初始后屈曲理论及其应用[C]// 中国力学学会, 等. 材料和结构的不稳定性. 北京: 科学出版社, 1993. (FAN Qin-shan. Theory of initial post-buckling and its applications in engineering[C]// Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics, et al. Instability of Material and Structure. Beijing: Science Press, 1993. (in Chinese))
- [12] 程谦恭, 胡厚田, 彭建兵, 等. 高边坡岩体渐近性破坏黏弹塑性有限元数值模拟[J]. 工程地质学报, 2000, **8**(1): 25 - 30. (CHENG Qian-gong, HU Hou-tian, PENG Jian-bing, et al. Visco-elastoplastic finite element simulation of progressive failure of high-slope rock slope[J]. Journal of Engineering Geology, 2000, **8**(1): 25 - 30. (in Chinese))
- [13] 孙广忠. 岩体结构力学[M]. 北京: 科学出版社, 1988: 356 - 369. (SUN Guang-zhong. Structure mechanics for rock mass[M]. Beijing: Science Press, 1988: 356 - 369. (in Chinese))