

基于分形理论的土壤优先流运动控制方程

盛 丰^{1,2}, 张仁铎³, 刘会海⁴

(1. 长沙理工大学水利工程学院, 长沙 410114; 2. 水沙科学与水灾害防治湖南省重点实验室, 长沙 410114;
3. 中山大学环境科学与工程学院, 广州 510275; 4. 美国劳伦斯伯克利国家实验室, 伯克利 94720)

摘 要: 为表征土壤优先流的快速非平衡运动、更准确地预测非饱和带土壤中的水流运动和溶质运移过程, 该文在活动流场模型基本理论和土壤优先流表现出的分形特征的基础上, 将分形理论引入到连续性模型, 根据质量守恒原理建立了描述土壤优先流形式下水流运动和溶质运移过程的控制方程, 发展和完善了活动流场模型理论; 对比分析了活动流场模型理论与二域模型理论和活动裂隙模型理论之间的联系和区别。研究成果为运用活动流场模型解决优先流条件下土壤水流运动和溶质运移等相关问题提供了参考。

关键词: 分形, 溶质运移, 土壤, 优先流, 活动流场模型, 控制方程, 二域模型

doi: 10.3969/j.issn.1002-6819.2011.02.009

中图分类号: S152.7

文献标志码: A

文章编号: 1002-6819(2011)-02-0052-05

盛 丰, 张仁铎, 刘会海. 基于分形理论的土壤优先流运动控制方程[J]. 农业工程学报, 2011, 27(2): 52-56.
Sheng Feng, Zhang Renduo, Liu Huihai. Governing equations for modeling preferential flow in unsaturated soil based on fractal theory[J]. Transactions of the CSAE, 2011, 27(2): 52-56. (in Chinese with English abstract)

0 引 言

由于土壤高度的空间变异性及各向异性以及流体运动的非线性, 使得非饱和带土壤中的水流运动和溶质运移具有很大的不确定性, 从而使非饱和带土壤中水和溶质运动的研究十分具有挑战性^[1]。目前为止, 考虑流动非均匀性的模型和理论可以归为 2 类: 连续性模型和离散模型^[1]。传统的连续性模型可用来表征大尺度的实际问题, 但是这类方法不能用来预测非饱和系统中流体运动的一些局部的但非常重要的特征^[1-2]。而另一方面, 离散模型却能捕捉着到这些小尺度上的、重要的运移特征, 但这类方法还不能用来解决大尺度的实际问题^[3-4]。分形是自然界的普遍特征^[5]。近年来的试验研究不断观测到非均匀流动表现出明显的分形特征。Liu 等^[6]报道了具有分形性质的裂隙介质中水分的空间分布, 指出离散模型之所以能被用来描述优先流的细部特征, 正是在于这类模型具有与优先流所表现出来的分形特征相一致的分形(多重分形)特征, 并在此基础上提出了描述裂隙介质中水流和溶质运动的活动裂隙模型(active fracture model, AFM)^[2,6]。该模型现已被选为模拟美国内华达州亚克山(Yucca Mountain, Nevada)的非饱和裂隙介质中水流及溶质运移的基础模型。美国能源部拟将利用亚克山作为具有高放射性的核废料堆积地, 为了预测将来核废料对周围环境的影响, 进行了这一美国历史上迄今

为止最大的非饱和带研究项目^[7]。活动流场模型(active region model, ARM)是 Liu 等^[1]在活动裂隙模型基础上根据土壤介质和土壤水流运动自身的特点建立起来的用于描述非饱和土壤中水流和溶质运动的分形模型。活动流场模型将分形理论引入连续性模型, 兼具连续性模型解决大尺度实际问题和离散模型捕捉小尺度下流动细部特征的优点。但目前对活动流场模型的研究主要限于对模型参数表征优先流运动非均匀程度的有效性及其与入渗条件之间的关系^[8-11], 尚未建立起系统的理论, 特别是尚未建立起优先流条件下土壤水流运动和溶质运移的控制方程, 还无法有效运用该模型来模拟预测土壤优先流运动的过程和结果。本论文的研究目的是建立优先流条件下土壤水流运动和溶质运移的控制方程, 为运用活动流场模型解决非饱和土壤水流运动和溶质运移方面的相关问题提供理论和方法。

1 本构方程

活动流场模型^[1]认为整个流场可以分成活动流场和不活动流场 2 个部分, 水和溶质的输移只发生在活动流场中, 不活动流场不产生流动和运移; 活动流场具有分形特征, 活动流场占整个流场的比例可表示为土壤含水率与活动流场模型分形特征参数的函数, 即

$$f = (S_e^*)^\gamma \quad (1)$$

式中, f 为活动流场占整个流场的比例, 简称为活动流场比例; γ 为活动流场模型分形特征参数; S_e^* 为整个研究区域上的平均活动水饱和度, 它与活动流场含水率的关系可用以下 2 个公式表示

$$S_e^* = fS_a \quad (2)$$

$$S_a = \frac{\theta_a - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (3)$$

收稿日期: 2010-08-29 修订日期: 2010-11-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 50528910, No. 50609019); 湖南省教育厅优秀青年基金资助项目(10B006)

作者简介: 盛 丰(1981-), 男, 湖南株洲人, 博士, 主要从事非饱和带土壤水动力学与水土环境方面的研究。长沙 长沙理工大学水利学院, 410114。Email: shengf.china@gmail.com

式中, S_a 为流动区域 (即活动区域) 的平均活动水饱和度; θ_a 为活动流场的平均体积含水率, cm^3/cm^3 ; θ_s 和 θ_r 分别为土壤的饱和体积含水率和剩余体积含水率, cm^3/cm^3 。

活动流场模型分形特征参数 (γ) 是用来描述优先流运动非均匀程度的参数^[1]: γ 越大, 表明流动的非均匀程度越强; $\gamma=0$, 表明流动为均匀流形态, 活动流场模型转变为传统的连续性模型。 γ 与优先流流场的分形维数之间的关系可以表示为^[1]

$$\gamma = 1 - \left(\frac{d_f}{D} \right)^n \quad (4)$$

式中, d_f 为非均匀流场的分形维数; D 为欧拉维数; n 为特征参数。

式 (4) 提供了活动流场模型分形特征参数 (γ) 与非均匀流场分形维数 (d_f) 之间的理论关系, 因此, 活动流场模型在本质上抓住了小尺度上流体运动的细部 (分形) 特征^[1]。 Sheng 等^[11] 通过系统的试验研究证明活动流场模型很好地捕捉到了不同入渗条件下优先流运动整体的非均匀信息, 并且用于描述优先流非均匀特征的模型参数 (γ) 表现出一定的标度不变性。 该研究结果表明通过小尺度试验获得的研究结果可用于解决大尺度的实际问题。

2 控制方程

2.1 土壤水流运动控制方程

根据活动流场模型基本理论和质量守恒原理, 可以推导出活动流场模型下的土壤水流运动控制方程。 图 1 为一微小矩形土块 (即单元土体) 中发生的土壤水流运动和溶质运移示意图。 由于活动流场模型中使用的土壤含水率都在水平方向上进行了平均 (即计算时取各深度上土壤含水率的平均值^[1]), 因此仅考虑一维垂直土壤水流运动情形。

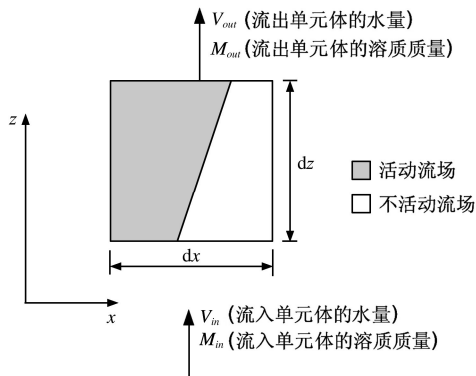


图 1 用于推导土壤水流运动和溶质运移控制方程的单元土体
Fig.1 Unit soil volume used to derive the governing equations for soil water flow and solute transport

根据质量守恒原理, 从任意时刻 t (s) 开始的一个微小时间段 dt 内, 系统内的土壤水量平衡方程可表示为

$$V_{in} = V_{out} + V_{inc} + V_{sk} \quad (5)$$

式中, V_{in} 为 dt 时段内流入单元土体的土壤水体积, cm^3 ;

V_{out} 为 dt 时段内流出单元土体的土壤水体积, cm^3 ; V_{inc} 为 dt 时段内存储在单元土体的土壤水体积的增量, cm^3 ; V_{sk} 为 dt 时段内外界消耗 (如根系吸收, 正) 或补充 (如灌溉, 负) 的土壤水量 (体积), cm^3 。

一维垂直水流运动条件下, dt 时段内流入单元土体的土壤水体积可表示为断面土壤水流达西流速、断面面积和时间段 dt 的函数, 即

$$V_{in} = q_a f dx dt \quad (6)$$

式中, q_a (单位时间单位面积上的流量) 为活动流场区 z 方向上的土壤水流达西流速 (正号向上), cm/s ; x 为水平坐标, cm 。

同理, dt 时段内流出单元土体的土壤水体积可表示为

$$V_{out} = \left(q_a + \frac{\partial q_a}{\partial z} dz \right) \left(f + \frac{\partial f}{\partial z} dz \right) dx dt \quad (7)$$

式中 z 为垂直坐标 (向上为正), cm 。

dt 时段内存储在单元土体的土壤水体积的增量可表示为

$$V_{inc} = \left(\theta_a + \frac{\partial \theta_a}{\partial t} dt \right) \left(f + \frac{\partial f}{\partial t} dt \right) dx dz - \theta_i f dx dz - \theta_i \frac{\partial f}{\partial t} dx dz dt \quad (8)$$

式中 θ_i 为不活动流场区内的土壤含水率, cm^3/cm^3 。

活动流场模型下, 土壤水流运动仅发生在活动流场区域, 不活动流场对土壤水流运动不做贡献^[1]。 因此, 活动流场模型下土壤水的消耗和补充也仅发生在活动流场区域。 仅考虑活动流场区内土壤水的消耗和补充的源汇项可表示为

$$V_{sk} = r_{aw} f dx dz dt \quad (9)$$

式中 r_{aw} 为活动流场区域内土壤水耗散 (正) 和补充 (负) 的速率, $1/\text{s}$ 。

将式 (6) ~ (9) 带入式 (5) 并忽略高阶无穷小项, 可得

$$f \frac{\partial q_a}{\partial z} dx dz dt + q_a \frac{\partial f}{\partial z} dx dz dt + f \frac{\partial \theta_a}{\partial t} dx dz dt + \theta_a \frac{\partial f}{\partial t} dx dz dt - \theta_i \frac{\partial f}{\partial t} dx dz dt + r_{aw} f dx dz dt = 0 \quad (10)$$

各项同除以 $dx dz dt$ 后合并, 式 (10) 可化为

$$\frac{\partial(fq_a)}{\partial z} + \frac{\partial(f\theta_a)}{\partial t} - \theta_i \frac{\partial f}{\partial t} + fr_{aw} = 0 \quad (11)$$

引入达西定律, 则式 (11) 可以化为

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left[fK_a \left(\frac{\partial h_a}{\partial z} + 1 \right) \right] + \frac{\partial(f\theta_a)}{\partial t} - \theta_i \frac{\partial f}{\partial t} + fr_{aw} = 0 \quad (12)$$

式中 K_a 和 h_a 分别为活动流场区的非饱和水力传导度 (cm/s) 和水势头 (cm)。 根据 van Genuchten 土壤水分特征函数方程^[12], h_a 和 K_a 均可表示为活动流场区内土壤含水率 θ_a 的函数^[1]

$$h(S_a) = \frac{1}{\alpha} \left[(S_a)^{-1/m} - 1 \right]^{1/n} = \frac{1}{\alpha} \left[(S_e^*)^{(\gamma-1)/m} - 1 \right]^{1/n} \quad (13)$$

和

$$K_a = K_s S_a^{1/2} \left[1 - \left\{ 1 - S_a^{1/m} \right\}^m \right]^2$$

$$= K_s (S_e^*)^{(1-\gamma)/2} \left[1 - \left\{ 1 - (S_e^*)^{1/m} \right\}^m \right]^2 \quad (14)$$

式中, α (cm^{-1})、 n 、和 $m=1-1/n$ 均为 van Genuchten 土壤水分特征函数方程中的参数; K_s 为土壤的饱和水力传导度, cm/s 。

2.2 溶质运移控制方程

按土壤水流运动控制方程的推导过程可以得出溶质运移控制方程。根据质量守恒原理, t 时刻开始的一个微小时间段 dt 内, 系统内的溶质质量守恒方程可表示为

$$M_{in} = M_{out} + M_{inc} + M_{sk} \quad (15)$$

式中, M_{in} 为 dt 时段内进入单元土体的溶质质量, g ; M_{out} 为 dt 时段内流出单元土体的溶质质量, g ; M_{inc} 为 dt 时段内存储在单元土体的溶质质量的增量, g ; M_{sk} 为 dt 时段内外界消耗 (如根系吸收, 正) 或补充 (如灌溉, 负) 的溶质质量, g 。

一维垂直水流运动条件下, dt 时段内流入单元土体的溶质质量可表示为

$$M_{in} = J_a f dx dt \quad (16)$$

式中, J_a (单位时间单位面积上的溶质通量) 为活动流场区 z 方向上的溶质输移速率 (正号向上), $g/(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$; J_a 可表示为活动流场区溶质的对流速率和扩散-弥散速率之和, 即

$$J_a = q_a c_a - \theta_a D_a \frac{\partial c_a}{\partial z} \quad (17)$$

式中, c_a (单位体积土壤溶液中的溶质质量) 为活动流场区溶解在土壤水中的溶质溶度, g/cm^3 ; D_a 为活动流场区溶质的扩散-弥散系数, cm^2/s 。

类似, dt 时段内流出单元土体的溶质质量可表示为

$$M_{out} = \left(J_a + \frac{\partial J_a}{\partial z} dz \right) \left(f + \frac{\partial f}{\partial z} dz \right) dx dt \quad (18)$$

dt 时段内存储在单元土体的溶质质量的增量可表示为

$$M_{inc} = \left(C_a + \frac{\partial C_a}{\partial t} dt \right) \left(f + \frac{\partial f}{\partial t} dt \right) dx dz - C_a f dx dz - C_i \frac{\partial f}{\partial t} dx dz dt \quad (19)$$

式中, C_a 和 C_i 分别为活动流场区和不活动流场区的溶质总浓度 (包括溶解的溶质和被吸附的溶质), g/cm^3 。假定溶质只存在于固相 (被吸附) 和液相 (被溶解), 则 C_a 和 C_i 可分别表示为

$$C_a = \theta_a c_a + \rho_b s_a \quad (20)$$

和

$$C_i = \theta_i c_i + \rho_b s_i \quad (21)$$

式中, c_i (单位土壤溶液中的溶质质量) 为不活动流场区溶解的溶质浓度, g/cm^3 ; s_a 和 s_i (单位质量干土吸附的溶质质量) 分别为活动流场区和不活动流场区被吸附的溶质质量分数, g/g ; ρ_b 为土壤体积质量, g/cm^3 。

假定溶质的源汇项也仅发生在活动流场区域, 则被消耗 (如根系吸收, 正) 和补给 (如灌溉, 负) 的溶质质量可表示为

$$M_{sk} = c_{as} r_{aw} f dx dz dt \quad (22)$$

式中 c_{as} 为活动流场区域内土壤水源汇项中的溶质浓度, g/cm^3 。

将式 (16) ~ (22) 带入式 (15), 忽略高阶无穷小项, 各项同除以 $dx dz dt$ 后合并, 可得溶质运移控制方程为 (向上为正)

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left(f \theta_a D_a \frac{\partial c_a}{\partial z} \right) + \frac{\partial (f q_a c_a)}{\partial z} + \frac{\partial (f \theta_a c_a)}{\partial t}$$

$$+ \frac{\partial (f \rho_b s_a)}{\partial t} - (\theta_i c_i + \rho_b s_i) \frac{\partial f}{\partial t} + f r_{aw} c_{as} = 0 \quad (23)$$

式 (12) 和 (23) 分别为活动流场模型下的土壤水流运动控制方程和溶质运移控制方程。式中活动流场模型面积 (f) 根据活动流场内的土壤含水率 (θ_a) 和活动流场模型分形特征参数 (γ) 值由活动流场模型本构方程 (即式 (1) ~ (3)) 所确定的函数关系计算。

3 模型比较

3.1 与二域模型比较

假定活动流场比例 (f) 为一与时间 (t) 无关的常数, 则式 (12) 和 (23) 可化为

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left[f K_a \left(\frac{\partial h_a}{\partial z} + 1 \right) \right] + f \frac{\partial \theta_a}{\partial t} + f r_{aw} = 0 \quad (24)$$

和

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left(f \theta_a D_a \frac{\partial c_a}{\partial z} \right) + \frac{\partial (f q_a c_a)}{\partial z} + f \frac{\partial (\theta_a c_a)}{\partial t}$$

$$+ f \frac{\partial (\rho_b s_a)}{\partial t} + f r_{aw} c_{as} = 0 \quad (25)$$

式 (24) 和 (25) 分别为二域模型 (mobile-immobile region model, MIM) [13-15] 下土壤水流运动和溶质运移的控制方程。本文所研究的活动流场模型和二域模型均不考虑活动流场区域和不活动流场区域之间的土壤水和溶质的交换作用, 因此活动流场模型与二域模型的根本区别即在于它们对活动流场的处理上: 活动流场模型中, 活动流场是随着优先流发展而不断变化的; 而在二域模型中, 活动流场是固定的。许多研究表明 [1, 16-17], 优先流场在运动过程中是随着入渗的发展而不断变化的。因此, 活动流场模型在对优先流场的处理和描述上更接近于实际的优先流情况。此外, 采用二域模型进行模拟计算时, 必须首先确定优先流流场的分布, 将优先流流场分布模式作为已知量输入程序才能模拟预测土壤水和溶质的运动过程, 因此模型的实用性较差。而活动流场模型分形特征参数 (γ) 仅为土壤质地、入渗的初始条件和边界条件的函数, 在入渗过程中不随时间变化 [1, 11]; 此外, 由于活动流场模型分形特征参数不随尺度变化, 通过小尺度试验获得的活动流场模型分形特征参数值可用于解决大尺度的实际问题 [1, 11]。因此, 通过拟合小尺度试验条件下获得的 (如通过染色示踪方法 [11]) 活动流

场区土壤含水率分布和活动流场面积分布结果, 可以求得相同入渗条件(即相同土壤质地、入渗水量和土壤初始含水率分布)下大尺度试验的活动流场模型分形特征参数值, 以此作为模型的输入参数, 通过计算机程序可产生优先流流场(即活动流场)、土壤含水率和溶质浓度分布及其随时间的变化过程。因此, 相对于二域模型, 活动流场模型具有更好的实际意义和用途。

3.2 与活动裂隙模型的比较

活动流场模型是在活动裂隙模型的基础上根据土壤介质和土壤水流运动自身的特点建立起来的, 因此 2 个模型有许多共同点。首先, 活动流场模型和活动裂隙模型都假定整个流场可划分成有水流运动和溶质运移的活动流场和没有水流运动和溶质运移的不活动流场; 其次, 2 个模型都假定活动流场表现出分形特征, 并可表示成活动流场区域内介质含水率的函数。基于以上 2 个基本假设, 活动流场模型和活动裂隙模型具有形式几乎相同的本构方程。但是, 这 2 个模型本质上是不同的。首先, 2 个模型建立的基础不同: 活动流场模型和活动裂隙模型是分别根据土壤介质和岩石裂隙介质的介质特性以及产生在这两种介质中的流动特征所建立起来的, 只能描述各自介质条件下的水流运动和溶质运移过程。其次, 在活动裂隙模型中, 不活动流场区域的裂隙介质都处于剩余含水率状态; 而对活动流场模型中不活动流场区域的土壤含水率却没有此要求, 活动流场模型中不活动流场区的土壤含水率一般都要高于土壤的剩余含水率。此外, Liu 等^[2,6]的研究表明, 活动裂隙模型的分形特征参数可视为仅为裂隙介质性质的函数而与其他入渗条件无关; 而 Sheng 等^[11]的研究表明, 活动流场模型分形特征参数是土壤介质性质和入渗条件(初始含水率和入渗水量)的复杂函数。

4 结 论

活动流场模型中, 活动流场区域(即实际的优先流流场区域)具有分形特征, 活动流场区域面积可表示成流场内土壤含水率的函数; 不活动流场区域对土壤水流运动和溶质运移不产生贡献。根据这一理论基础和质量守恒原理, 通过研究微小单元土体内的水流和溶质运动, 建立了活动流场模型下描述和模拟非饱和带土壤中水流运动和溶质运移过程的控制方程。当将活动流场比例视为与时间无关的常数时, 活动流场模型下的控制方程可转化为二域模型下土壤水运动和溶质运移的控制方程。相对于二域模型, 活动流场模型对优先流流场的处理更能反映实际的优先流情况; 此外, 活动流场模型比二域模型具有更好的实际意义和用途。活动流场模型是在活动裂隙模型的基础上建立起来的, 2 个模型之间有许多共同点, 但是两者建立的介质基础和适用范围是不同的, 不能相互替代。

[参 考 文 献]

- [1] Liu H, Zhang R, Bodvarsson G S. An active region model for capturing fractal flow patterns in unsaturated soils: Model development[J]. *Journal of Contaminant Hydrology*, 2005, 80(1/2): 18—30.
- [2] Liu H, Doughty C, Bodvarsson G S. An active fracture model for unsaturated flow and transport in fractured rocks[J]. *Water Resources Research*, 1998, 34(10): 2633—2646.
- [3] Meakin P, Tolman S. Diffusion-limited aggregation. *Fractals in the Natural Sciences*[C]//Princeton University Press, Princeton NJ, 1989: 133—148.
- [4] Ewing R P, Berkowitz B. Stochastic pore-scale growth models of DNAPL migration in porous media[J]. *Advances in Water Resources*, 2001, 24(3/4): 309—323.
- [5] Mandelbrot B B. *Fractals. Encyclopedia of Physical Science and Technology*[C]//Academic Press, Inc., San Diego CA, 1987: 579—593.
- [6] Liu H, Zhang G, Bodvarsson G S. The active fracture model: Its relation to fractal flow behavior and a further evaluation using field observations[J]. *Vadose Zone Journal*, 2003, 2(2): 259—269.
- [7] DOE. A national roadmap for the vadose zone science and Technology[EB/OL]. <http://www.inel.gov/vadosezone/2001>.
- [8] 李萼, 王康, 张仁铎, 等. 多孔介质中非均匀流活动性流场模型本构关系研究[J]. *水利学报*, 2008, 39(2): 151—157.
Li E, Wang Kang, Zhang Renduo, et al. Analysis of constitutive relations of active region model for heterogeneous water flow in the porous media[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2008, 39(2): 151—157. (in Chinese with English abstract)
- [9] 盛丰, 王康, 张仁铎, 等. 用分形特征参数定量描述土壤水流运动的非均匀程度[J]. *水利学报*, 2009, 40(12): 1432—1439.
Sheng Feng, Wang Kang, Zhang Renduo, et al. Characterize soil water heterogeneity using fractal characteristic parameter[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2009, 40(12): 1432—1439. (in Chinese with English abstract)
- [10] Liu H, Zhang R. Macroscopic relationship for preferential flow in the vadose zone: Theory and validation[J]. *Science in China Series E: Technological Science*, 2009, 52(11): 3264—3269.
- [11] Sheng F, Wang K, Zhang R, et al. Characterizing soil preferential flow using iodine-starch staining experiments and the active region model[J]. *Journal of Hydrology*, 2009, 367(1/2): 115—124.
- [12] van Genuchten M Th. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. *Soil Science Society of America Journal*, 1980, 44(5): 892—898.
- [13] van Genuchten M Th, Wierenga P J. Mass transfer studies in sorbing porous media. I. Analytical solutions[J]. *Soil Science Society of America Journal*, 1976, 40(4): 473—481.
- [14] van Dam J C, Hendrickx J H M, van Ommen H C, et al. Water and solute movement in a coarse-textured water-repellent field soil[J]. *Journal of Hydrology*, 1990, 120(1/4): 359—379.
- [15] Šimůnek J, Jarvis N J, van Genuchten M Th, et al. Review

- and comparison of models for describing non-equilibrium and preferential flow and transport in the vadose zone[J]. *Journal of Hydrology*, 2003, 272(1/4): 14—35.
- [16] van Dam J C, Wosten J H M, Nemes A. Unsaturated soil water movement in hysteretic and water repellent field soils[J]. *Journal of Hydrology*, 1996, 184(3/4): 153—173.
- [17] Larsson M H, Jarvis N J, Torstensson G, et al. Quantifying the impact of preferential flow on solute transport to tile drains in a sandy field soil[J]. *Journal of Hydrology*, 1999, 215(1/4): 116—134.

Governing equations for modeling preferential flow in unsaturated soil based on fractal theory

Sheng Feng^{1,2}, Zhang Renduo³, Liu Huihai⁴

(1. *School of Hydraulic Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, China;*

2. *Hunan Provincial Key Laboratory of Water and Sediment Science and Water Hazard Prevention, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, China;*

3. *School of Environmental Science and Engineering, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China;*

4. *Earth Sciences Division, Lawrence Berkeley National Laboratory, Berkeley, CA 94720, USA)*

Abstract: To characterize the quick and non-equilibrium movement of preferential flow, and to represent the flow and transport in the unsaturated soil-water system more accurately, fractal theory was incorporated into the continuum approach based on the fundamental theories of active region model (ARM) and the fractal properties of the preferential flow patterns which were observed widely in lab and field studies. The governing equations for controlling preferential soil water flow and solute transport were derived from the mass conservation principle in this research. Furthermore, the ARM was compared with the mobile-immobile region model (MIM) and the active fracture model (AFM) to show the differences and relationship between these approaches. This research provided theoretical directions and effective approaches for using ARM to solve the related flow and transport processes resulted from preferential flow in the unsaturated soil-water system.

Key words: fractal, solute transport, soils, preferential flow, active region model, governing equation, mobile-immobile region model