

# 马蹄形断面临界水深的一种计算公式

赵延风<sup>1,2</sup>, 王正中<sup>1,2</sup>, 芦琴<sup>2,3</sup>

- (1. 西北农林科技大学水利与建筑工程学院, 杨凌 712100;
2. 西北农林科技大学水工程安全与病害防治研究中心, 杨凌 712100;
3. 杨凌职业技术学院水利系, 杨凌 712100)

**摘要:** 标准马蹄形断面隧洞是农业灌溉等引水工程中经常采用的断面形式, 其临界水深是 1 个超越方程, 不容易直接求解。为了得到该断面隧洞临界水深的一套简捷准确的显函数计算公式, 该文引入准直线函数作为逼近函数, 将马蹄形断面临界水深方程变换为单变量函数方程, 通过对马蹄形两种标准型断面临界水深的单变量函数方程在工程常用范围内 (即无量纲临界水深在 [0.01, 1.80] 范围内) 进行准直线函数逼近, 得到了马蹄形标准 I 型、标准 II 型断面临界水深计算的准直线函数表达式, 并进行了误差分析及评价。结果表明, 准直线函数计算公式在工程常用范围内, 计算临界水深的最大相对误差小于 0.6%, 准直线函数计算公式形式更为简单、精度较高、适用范围广。

**关键词:** 灌溉渠道, 水位, 线性化, 近似理论, 马蹄形断面

doi: 10.3969/j.issn.1002-6819.2011.02.005

中图分类号: TV131.4

文献标志码: A

文章编号: 1002-6819(2011)-02-0028-05

赵延风, 王正中, 芦琴. 马蹄形断面临界水深的一种计算公式[J]. 农业工程学报, 2011, 27(2): 28-32.

Zhao Yanfeng, Wang Zhengzhong, Lu Qin. Simplified calculation formulae for critical water depth of horseshoe cross section[J]. Transactions of the CSAE, 2011, 27(2): 28-32. (in Chinese with English abstract)

## 0 引言

国内外学者在灌溉渠道水力计算研究方面取得了丰硕的成果<sup>[1-11]</sup>, 包括各种渠道断面形式的研究文献超过百篇, 这些研究成果已在工程实践中发挥了重要作用。但仍有一些断面形式的临界水深计算公式存在公式复杂, 计算精度较低, 适用范围狭小等缺点, 无法完全满足实际工程的需要, 如马蹄形过水断面的临界水深计算, 因其条件、计算过程等复杂, 在 20 世纪末以前此方面研究几乎为空白, 直到 1999 年后才相继出现了几种计算方法<sup>[12-14]</sup>。文献[12]对平底马蹄形断面临界流的研究取得了重要结论; 文献[13]给出了标准 I、II 型马蹄形断面临界水深计算的迭代公式, 但其计算过程较为复杂; 文献[14-15]根据最优逼近拟合原理对标准 I、II 型马蹄形断面提出了近似计算方法, 公式最大相对误差分别为 1.6%、1.29%, 然而在小流量时不能适用。为满足工程设计的要求, 该文首先引入准直线函数的概念, 并提出准直线函数的标准模板, 然后把马蹄形断面临界水深方程转化成单变量函数方程, 根据准直线函数模板将单变量函数方程进行函数逼近, 期望得到一个形式简单、计算精度高、适用范围广的准直线直接计算公式。

## 1 准直线的概念

直线函数是描述事物变化规律最简单的函数关系式, 如果能把描述事物变化规律的复杂函数关系式转化成一次函数式即直线关系式, 那么就为研究事物的变化规律提供了简单有效地途径。

一般地, 把形如

$$p = kq + b \quad (k \neq 0) \quad (1)$$

的函数叫做一次函数, 式中,  $p$  为随自变量  $q$  变化的函数;  $q$  为自变量;  $k$  为常数,  $k \neq 0$ , 即直线斜率;  $b$  为常数项。由于一次函数的图象是一条直线, 也称一次函数为直线函数。

然而, 某些事物的变化规律有时不能直接用一次函数来表达, 但是可以用形式相对简单、类似于一次函数的形式来描述。将式 (1) 中自变量  $q$  用  $q^c (c > 0)$  来替换, 得到函数表达式

$$p = kq^c + b \quad (k \neq 0, c > 0) \quad (2)$$

由于式 (2) 中  $c$  在某一取值区间内是个常数, 因此可用  $q'$  来表示自变量  $q^c$ , 函数式 (2) 可变为形如式 (1) 的函数形式

$$p = kq' + b \quad (k \neq 0) \quad (3)$$

可将式 (3) (等同于式 (2)) 所述函数定义为准一次函数, 由于式 (2) 的  $p$  与  $q^c (c > 0)$  的图象也是一条直线, 为了和式 (1) 区分, 故称其为准直线, 式 (2) 即为准直线函数的标准模板。

由于式 (2) 中  $c$  为指数, 是一个常数, 当  $c=1$  时函数即为一次函数, 因此一次函数是准一次函数的特例。

收稿日期: 2010-04-24 修订日期: 2010-09-15

基金项目: 国家“863”高新技术研究与发展计划项目 (2002AA62Z3191); 陕西省水利科技专项计划项目 (2006-01)

作者简介: 赵延风 (1963-), 男, 陕西西安人, 副研究员, 从事工程水力学研究。杨凌 西北农林科技大学水利与建筑工程学院, 712100。

Email: zhyf2009@yahoo.cn

## 2 马蹄形断面临界水深方程

### 2.1 明渠临界水深的基本方程

临界水深的基本方程<sup>[16]</sup>为

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{A_k^3}{B_k} \quad (4)$$

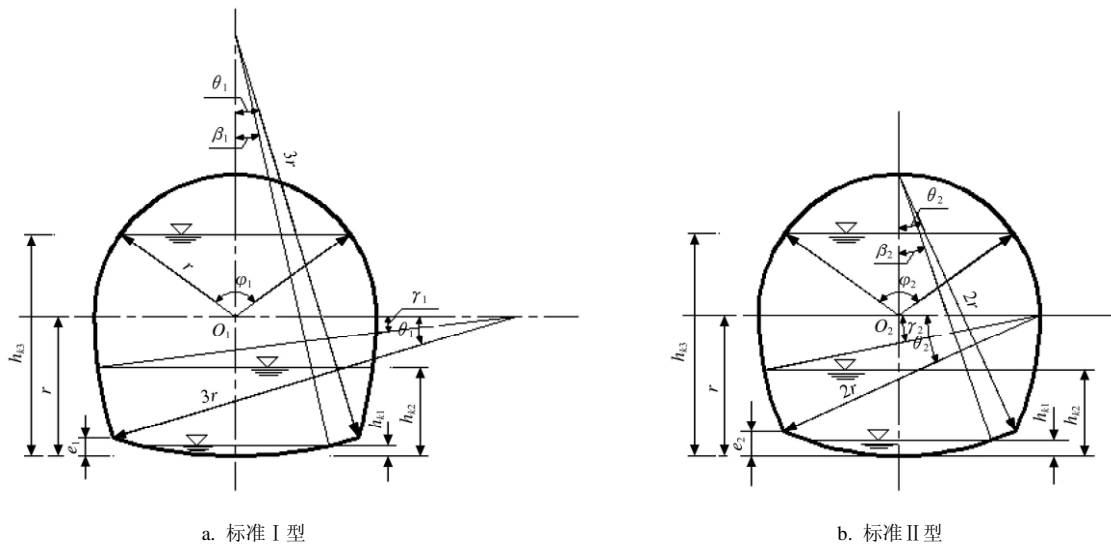
式中,  $\alpha$  为流速分布不均匀系数, 不特殊说明时取 1.0;  $Q$  为流量,  $\text{m}^3/\text{s}$ ;  $g$  为重力加速度, 通常取  $9.81 \text{ m/s}^2$ ;  $A_k$  为过水断面面积,  $\text{m}^2$ ;  $B_k$  为水面宽度,  $\text{m}$ 。

### 2.2 标准马蹄形断面的断面特征

标准 I 型和标准 II 型马蹄形断面, 如图 1 所示, 2 种类型的马蹄形断面都是由 4 段圆弧构成, 即顶弧、2 段侧弧和底弧。

标准 I 型马蹄形断面构成: 是由其上部以  $O_1$  为圆心、以  $r$  为半径的半圆 (顶弧), 和以半圆中轴线上部距离  $O_1$  点  $2r$  处为圆心、以  $3r$  为半径以  $2\theta_1=2 \times 0.294515 \text{ rad}$  为圆心角的底部圆弧 (底弧), 以及以上部半圆水平直径方向两侧距离  $O_1$  点各  $2r$  处为圆心、以  $3r$  为半径以  $\theta_1=0.294515 \text{ rad}$  为圆心角的 2 个等长圆弧 (侧弧) 构成。

标准 II 型马蹄形断面构成: 是由其上部以  $O_2$  为圆心、以  $r$  为半径的半圆 (顶弧), 和以半圆圆弧与中轴线交点为圆心、以  $2r$  为半径以  $2\theta_2=2 \times 0.424031 \text{ rad}$  为圆心角的底部圆弧 (底弧), 以及以上部半圆水平直径方向的两个端点为圆心、以  $2r$  为半径以  $\theta_2=0.424031 \text{ rad}$  为圆心角的 2 个等长圆弧 (侧弧) 构成。



注:  $\beta_1$ 、 $\beta_2$  为当水位位于底弧段内时, 标准 I、II 型过水断面底弧二分之一圆心角,  $\text{rad}$ ;  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  为当水位位于侧弧段时, 标准 I、II 型过水断面侧弧未充水部分所对应的圆心角,  $\text{rad}$ ;  $\phi_1$ 、 $\phi_2$  为当水位位于顶弧段时, 标准 I、II 型过水断面顶弧未充水部分所对应的圆心角,  $\text{rad}$ ;  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  为标准 I、II 型马蹄形断面侧弧部分所对应的圆心角或底弧圆心角之半,  $\theta_1=0.294515 \text{ rad}$ ,  $\theta_2=0.424031 \text{ rad}$ ;  $h_{ki}$  ( $i=1,2,3$ ) 为不同水力条件时临界水深,  $\text{m}$ ;  $r$  为断面顶弧半径,  $\text{m}$ ;  $e_1$ 、 $e_2$  为标准 I、II 型断面底弧矢高,  $e_1 \approx 0.1292r$ ,  $e_2 \approx 0.1771r$ ,  $\text{m}$

图 1 标准马蹄形断面

Fig.1 Standard horseshoe cross section

从构成断面的几何图形可以看出, 标准 I 型马蹄形断面底弧与侧弧半径是顶弧半径的 3 倍, 而标准 II 型马蹄形断面底弧与侧弧半径是顶弧半径的 2 倍。

根据标准马蹄形过水断面的断面特征, 在工程常用范围内, 标准 I 型和标准 II 型马蹄形断面均有 3 种水力条件, 临界水深  $h_k$  (即水位) 所在位置有 3 种情况, 如

图 1 所示, 即对于标准 I 型有  $0 \leq h_k \leq e_1$ ,  $e_1 \leq h_k \leq r$ ,  $r \leq h_k \leq 2r$ ; 对于标准 II 型有  $0 \leq h_k \leq e_2$ ,  $e_2 \leq h_k \leq r$ ,  $r \leq h_k \leq 2r$ 。

### 2.3 标准马蹄形断面临界水深方程

由图 1 可知, 标准 I、II 型马蹄形断面的 3 种水力条件下的水力要素如表 1 所示。

表 1 标准马蹄形断面水力要素

Table 1 Hydraulic elements of standard horseshoe cross section

| 断面类型    | (底弧段第 1 种水力条件) $0 < h_k \leq e_i$    | (侧弧段第 2 种水力条件) $e_i \leq h_k \leq r$                          | (顶弧段第 3 种水力条件) $r \leq h_k \leq 2r$         |
|---------|--------------------------------------|---|---|
| 标准 I 型  | $A_k=9r^2(\beta_1-0.5\sin 2\beta_1)$ | $A_k=r^2[C_1-9(\gamma_1+0.5\sin 2\gamma_1-4/3\sin \gamma_1)]$ | $A_k=r^2[C_1+0.5(\pi-\phi_1+\sin \phi_1)]$  |
|         | $B_k=6r\sin \beta_1$                 | $B_k=2r(3\sin \gamma_1-2)$                                    | $B_k=2r\sin(\phi_1/2)$                      |
|         | $h_k=3r(1-\cos \beta_1)$             | $h_k=r(1-3\cos \gamma_1)$                                     | $h_k=r[1+\cos(\phi_1/2)]$                   |
| 标准 II 型 | $A_k=4r^2(\beta_2-0.5\sin 2\beta_2)$ | $A_k=4r^2[C_2-\gamma_2-0.5\sin 2\gamma_2+\sin \gamma_2]$      | $A_k=r^2[4C_2+0.5(\pi-\phi_2+\sin \phi_2)]$ |
|         | $B_k=4r\sin \beta_2$                 | $B_k=2r(3\cos \gamma_2-1)$                                    | $B_k=2r\sin(\phi_2/2)$                      |
|         | $h_k=2r(1-\cos \beta_2)$             | $h_k=r(1-2\sin \gamma_2)$                                     | $h_k=r[1+\cos(\phi_2/2)]$                   |

注:  $C_1$  为标准 I 型断面特征常数,  $C_1=18[\theta_1-0.5\sin 2\theta_1+\sin^2 \theta_1]=1.8180$ ;  $C_2$  为标准 II 型断面特征常数,  $C_2=2\theta_2-\sin 2\theta_2+2\sin^2 \theta_2=0.4366$ 。

设无量纲临界水深  $y$  为临界水深值与顶弧半径之比, 即

$$y = \frac{h_k}{r} \quad (5)$$

那么 3 种水力条件下 3 个未知的圆弧角就可用无量纲水深  $y$  来表示, 即

$$\text{标准 I 型} \begin{cases} \beta_1 = \arccos(1 - y/3), y \in [0, e_1/r] \\ \gamma_1 = \arcsin[(1 - y)/3], y \in [e_1/r, 1] \\ \phi_1 = 2 \arccos(y - 1), y \in [1, 2] \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{标准 II 型} \begin{cases} \beta_2 = \arccos(1 - y/2), y \in [0, e_2/r] \\ \gamma_2 = \arcsin[(1 - y)/2], y \in [e_2/r, 1] \\ \phi_2 = 2 \arccos(y - 1), y \in [1, 2] \end{cases} \quad (7)$$

将 3 种水力要素分别代入明渠临界水深的基本方程式 (4) 中, 并设

$$x = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gr^5}} \quad (8)$$

可得标准 I、II 型马蹄形断面 3 种水力要素条件时的临界水深方程, 即

$$x = \begin{cases} \frac{9(\beta_1 - 0.5 \sin 2\beta_1)}{(6 \sin \beta_1)^{1/3}}, \beta_1 \in [0.0817, 0.2945] \\ \frac{C_1 - 9(\gamma_1 + 0.5 \sin 2\gamma_1 - 4/3 \cdot \sin \gamma_1)}{(6 \cos \gamma_1 - 4)^{1/3}}, \gamma_1 \in [0, 0.2945] \\ \frac{C_1 + 0.5(\pi - \phi_1 + \sin \phi_1)}{[2 \sin(\phi_1/2)]^{1/3}}, \phi_1 \in [1.287, 3.1416] \end{cases} \quad (9)$$

$$x = \begin{cases} \frac{4(\beta_2 - 0.5 \sin 2\beta_2)}{(4 \sin \beta_2)^{1/3}}, \beta_2 \in [0.1, 0.4240] \\ \frac{4[C_2 - \gamma_2 - 0.5 \sin 2\gamma_2 + \sin \gamma_2]}{(4 \cos \gamma_2 - 2)^{1/3}}, \gamma_2 \in [0, 0.4240] \\ \frac{4C_2 + 0.5(\pi - \phi_2 + \sin \phi_2)}{[2 \sin(\phi_2/2)]^{1/3}}, \phi_2 \in [1.287, 3.1416] \end{cases} \quad (10)$$

从式 (9)、(10) 可以看出, 马蹄形 2 种类型 3 种水力条件下的临界水深方程均是一个有关圆心角与综合参数  $x$  的单变量函数方程, 求出圆心角 ( $\beta$  或  $\gamma$  或  $\phi$ ) 即可求出无量纲水深  $y$  从而求出临界水深。

### 3 临界水深的准直线函数表达式

#### 3.1 临界水深的取值范围

根据文献[14]以及工程实际要求, 无压流断面在输水过程中为避免产生明满流交替的水流现象, 对自由水面以上要求留有净空面积。在通气条件、水流条件较好时, 净空面积可适当减小, 文中无量纲水深  $y$  的取值可达到 1.8, 对应的净空面可到 3% 左右, 远远满足工程要求; 当  $y < 0.01$  时, 一般认为计算临界水深的实际意义不大, 因此无量纲临界水深的取值范围划定在  $y \in [0.01, 1.80]$  范围内。

#### 3.2 临界水深的准直线函数表达式

根据准直线函数的定义, 对临界水深的单变量函数

方程式 (9)、(10) 在工程常用范围内, 即无量纲临界水深  $y \in [0.01, 1.80]$ , 相应的标准 I 型断面的已知量参数  $x \in [0.0041, 3.0351]$  和标准 II 型断面的已知量参数  $x \in [0.0036, 2.9678]$  范围内, 以剩余标准差最小为目标进行优化计算及函数逼近, 确定参数  $c$ 、 $k$ 、 $b$  值, 得到无量纲临界水深的准直线函数计算公式

标准 I 型

$$y = \begin{cases} 0.613x^{0.75}, x \in [0.0041, 0.1252] & (a) \\ 0.679x^{0.96} + 0.037, x \in [0.1252, 1.4429] & (b) \\ 4.019x^{0.23} - 3.378, x \in [1.4429, 3.0351] & (c) \end{cases} \quad (11)$$

标准 II 型

$$y = \begin{cases} 0.679x^{0.75}, x \in [0.0036, 0.1661] & (a) \\ 0.707x^{0.93} + 0.044, x \in [0.1661, 1.3862] & (b) \\ 3.949x^{0.23} - 3.263, x \in [1.3862, 2.9678] & (c) \end{cases} \quad (12)$$

式 (11a)、(11b)、(11c) 的相关系数分别为 0.9990、0.9987 和 0.9997, 式 (12a)、(12b)、(12c) 的相关系数分别为 0.9978、0.9998 和 0.9998, 说明拟合精度非常高, 其拟合效果如图 2。

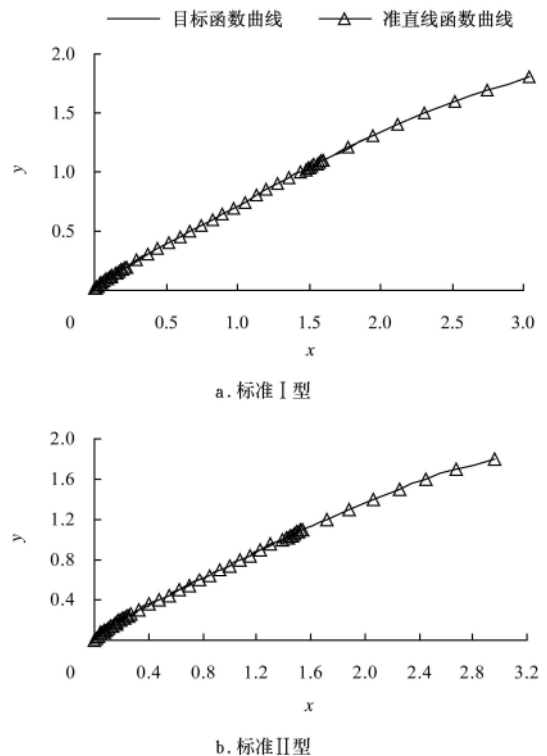


图 2 准直线函数曲线与目标函数曲线拟合效果  
Fig.2 Fitting results between quasi-linear function curve and objective function curve

### 4 公式误差分析及评价

给出无量纲临界水深计算范围  $y \in [0.01, 1.8]$ , 其对应的已知量综合参数  $x$  的范围为: 标准 I 型  $x \in [0.0041, 3.0351]$ , 标准 II 型  $x \in [0.0036, 2.9678]$ , 在此范围内, 对准直线公式进行误差分析, 其方法为: 首先给定不同的  $y$  值, 由式 (6)、(7) 求出  $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $\phi$  值; 根据  $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $\phi$  值,

由式 (9)、(10) 求出  $x$  值；再根据  $x$  值，由式 (11)、(12) 求出  $y$  的近似值；将求出的  $y$  近似值与给定的  $y$  值进行比较，求相对误差。在此对文献[14]、[15]公式也进行了误差分析，结果同绘于图 3 中。

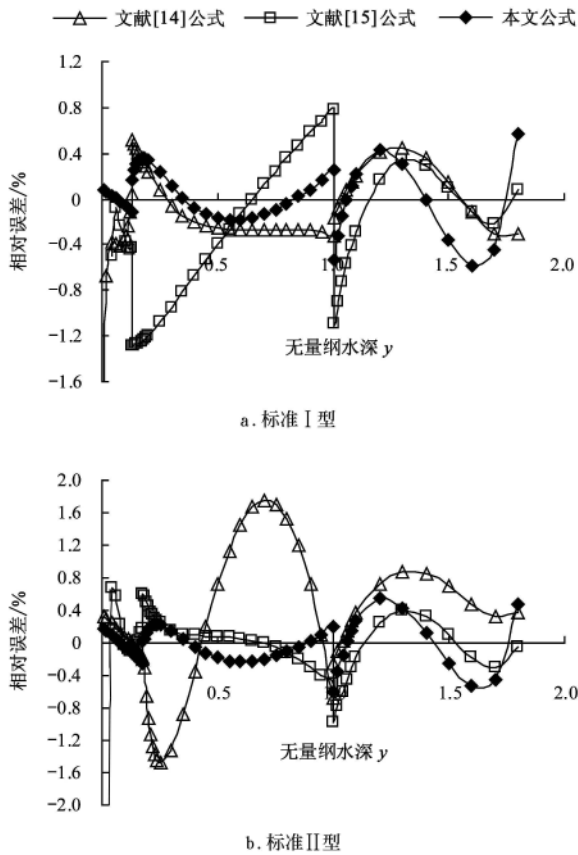


图 3 标准马蹄形断面临界水深相对误差随无量纲水深变化图  
Fig.3 Relative error in critical depth of standard horseshoe cross section versus dimensionless critical depth  $y$

为了便于比较 3 套公式的最大相对误差，将 3 套临界水深的计算公式在小水深情况下，即无量纲水深在  $y \in [0.01, 0.05]$  范围内最大相对误差和在工程中常用范围  $y \in [0.05, 1.8]$  内的最大相对误差求出，列于表 2 中。文献 [14-15] 公式中都存在错误，文献 [14] 中标准 I 型底弧段公式常数项应为 “-0.0004”，文献 [15] 中标准 I 型侧弧段公式常数项应为 “+0.041”，文中误差分析是按公式更正后计算的。

表 2 不同计算公式的最大相对误差  
Table 2 Maximum relative error of different formulas

| 公式名称   | 标准 I 型               |                     | 标准 II 型              |                     |
|--------|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|
|        | $y \in [0.01, 0.05]$ | $y \in [0.05, 1.8]$ | $y \in [0.01, 0.05]$ | $y \in [0.05, 1.8]$ |
| 文献[14] | -1.963               | 0.522               | 0.314                | 1.756               |
| 文献[15] | 30.03                | -1.287              | -22.775              | 0.978               |
| 本文公式   | 0.086                | -0.584              | 0.167                | -0.597              |

从误差分析和图 3、以及表 2 可以看出，在水深  $y \in [0.01, 0.05]$  范围内，文献 [14] 公式对于标准 I 型误差较大，为 1.963%；对于标准 II 型精度较高，为 0.314%；而

文献 [15] 因误差太大，分别达到 30.03% 和 -22.775%，都不能应用。在工程常用范围即无量纲水深  $y \in [0.05, 1.8]$  范围内，文献 [14] 公式对于标准 I 型精度较高，为 0.522%；对于标准 II 型局部误差较大，为 1.756%；而文献 [15] 对于标准 I 型局部误差较大，为 -1.287%；对于标准 II 型精度稍高，为 0.978%。不论是对于标准 I 型还是标准 II 型，本文公式的最大相对误差小于 0.6%，均不超过工程一般要求的精度 1%。

从公式的适用范围来分析，3 套公式在计算最大水深时净空面积都小于 3%，远远小于一般工程要求的 10%~15% 的净空面积，完全满足工程要求；3 套公式在计算较小的水深时，即计算标准 I 型断面在已知量综合参数  $x \in [0.0041, 0.0354]$  时的水深以及计算标准 II 型断面在已知量综合参数  $x \in [0.0036, 0.0309]$  时的水深，文献 [14] 误差达 2% 不适宜应用，文献 [15] 误差达 30% 更不能应用，而本文公式可以应用，而且精度很高；从公式简捷程度来看，文献 [14-15] 均为 3 项式，而本文公式只有两项，显然本文公式最为简捷。

### 5 结论

由于马蹄形断面形式复杂，导致其临界水深计算公式存在公式复杂、精度较低、适用范围小等问题。该文借鉴一次函数的表达形式，通过引入准直线函数的概念，提出了马蹄形断面临界水深的准直线直接计算公式，并进行了误差分析及评价。结果表明：公式适用范围较大，在无量纲临界水深  $y \in [0.01, 1.8]$  范围内均可适用，从隧洞内水面以上的净空面积所占全断面的比例可以看出，公式适用范围远大于一般工程要求的范围；公式精度高，在工程常用范围内，最大误差小于 0.6%，远远高于现有公式的计算精度；公式形式简单，计算过程简捷，在计算马蹄形断面临界水深时只需根据已知条件计算已知量综合参数，然后直接选择相应的计算公式计算。

#### [参 考 文 献]

- [1] 张宽地, 吕宏兴, 王光谦, 等. 普通城门洞形隧洞正常水深直接计算方法[J]. 农业工程学报, 2009, 25(11): 8-12. Zhang Kuandi, Lü Hongxing, Wang Guangqian, et al. Direct calculation method for normal depth of arched section tunnel[J]. Transactions of the CSAE, 2009, 25(11): 8-12. (in Chinese with English abstract)
- [2] 张宽地, 吕宏兴, 赵延风. 明流条件下圆形隧洞正常水深与临界水深的直接计算[J]. 农业工程学报, 2009, 25(3): 1-5. Zhang Kuandi, Lü Hongxing, Zhao Yanfeng. Direct calculation for normal depth and critical depth of circular section tunnel under free flow[J]. Transactions of the CSAE, 2009, 25(3): 1-5. (in Chinese with English abstract)
- [3] 赵延风, 王正中, 芦琴. 梯形断面收缩水深的直接计算公式[J]. 农业工程学报, 2009, 25(8): 24-27. Zhao Yanfeng, Wang Zhengzhong, Lu Qin. Formula for direct calculation of contracted depth of channel with trapezoidal section[J]. Transactions of the CSAE, 2009, 25(8): 24-27. (in Chinese with English abstract)
- [4] Kanani I A, Bakhtiari M, Borghei S M, et al. Evolutionary algorithms for the determination of critical depths in

- conduits[J]. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, ASCE, 2008, 134(6): 847—852.
- [5] Srivastava ajesh. Exact solutions for normal depth problem [J]. *Journal of Hydraulic Research*, 2006, 44(3): 427—428.
- [6] Swamee P K, Rathie P N, Achour B, et al. Exact solutions for normal depth problem[J]. *Journal of Hydraulic Research*, 2006, 44(5): 715—717.
- [7] Swamee Prabhata K, Rathie Pushpa N. Exact solutions for normal depth problem[J]. *Journal of Hydraulic Research*, 2004, 42(5): 541—547.
- [8] Swamee P K, Rathie P N. Exact equations for critical depth in trapezoidal canal[J]. *Journal of Irrigation Drainage Engineering*, 2005, 131(5): 474—476.
- [9] 王正中, 陈涛, 张新民, 等. 城门洞形断面临界水深度的近似算法[J]. *清华大学学报: 自然科学版*, 2004, 44(6): 812—814.  
Wang Zhengzhong, Chen Tao, Zhang Xinmin, et al. Approximate solution for the critical depth of a arched turnel[J]. *Journal of Tsinghua University: Science and Technology*, 2004, 44(6): 812—814. ( in Chinese with English abstract)
- [10] 王正中, 陈涛, 万斌, 等. 明渠临界水深计算方法总论[J]. *西北农林科技大学学报: 自然科学版*, 2006, 34(1): 155—161.  
Wang Zhengzhong, Chen Tao, Wan Bin, et al. Pandect for the calculating methods of the critical depth of opening channel in different typical cross sections[J]. *Journal of Northwest Sci-tech University of Agriculture and Forestry: Natural Science*, 2006, 34(1): 155—161. (in Chinese with English abstract)
- [11] 赵延风, 王正中, 张宽地. 梯形明渠临界水深的直接计算方法[J]. *山东大学学报: 工学版*, 2007, 37(6): 99—105.  
Zhao Yanfeng, Wang Zhengzhong, Zhang Kuandi. Direct calculation method for the critical depth of an open trapezoidal channel[J]. *Journal of Shandong University: Engineering Science*, 2007, 37(6): 99—105. (in Chinese with English abstract)
- [12] 马吉明, 梁海波, 梁元博. 城门洞形及马蹄形过水隧洞的临界水流[J]. *清华大学学报: 自然科学版*, 1999, 39(11): 32—34.  
Ma Jiming, Liang Haibo, Liang Yuanbo. Critical flow in city-gate and horseshoe conduit[J]. *Journal of Tsinghua University: Science and Technology*, 1999, 39(11): 32—34. (in Chinese with English abstract)
- [13] 吕宏兴. 马蹄形过水断面临界水深的迭代计算[J]. *长江科学院院报*, 2002, 19(3): 10—12.  
Lü Hongxing. Calculation on critical depth of horseshoe cross-section by iterative method[J]. *Journal of Yangtze River Scientific Research Institute*, 2002, 19(3): 10—12. (in Chinese with English abstract)
- [14] 王正中, 陈涛, 芦琴, 等. 马蹄形过水断面临界水深的直接计算[J]. *水力发电学报*, 2005, 24(5): 95—98.  
Wang Zhengzhong, Chen Tao, Lu Qin, et al. The direct solution on critical depth of horseshoe section tunnel[J]. *Journal of Journal of Hydroelectric Engineering*, 2005, 24(5): 95—98. (in Chinese with English abstract)
- [15] 张宽地, 吕宏兴, 陈俊英. 马蹄形过水断面临界水深的直接计算法[J]. *农业工程学报*, 2009, 25(4): 15—18.  
Zhang Kuandi, Lü Hongxing, Chen Junying. Direct calculation of critical depth of horseshoe section tunnel[J]. *Transactions of the CSAE*, 2009, 25(4): 15—18. (in Chinese with English abstract)
- [16] 清华大学主编. *水力学(修订本)上册*[M]. 北京: 高等教育出版社, 1980.

## Simplified calculation formulas for critical water depth of horseshoe cross section

Zhao Yanfeng<sup>1,2</sup>, Wang Zhengzhong<sup>1,2</sup>, Lu Qin<sup>2,3</sup>

(1. College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A&F University, Yangling 712100, China;

2. Research Center of Engineering Safety and Disease Prevention, Northwest A&F University, Yangling 712100, China;

3. Yangling Vocational & Technical College, Yangling 712100, China)

**Abstract:** The channel with standard horseshoe cross section was commonly used in diversion tunnel engineering. To get the critical depth in the section, a transcendental equation has to be solved. In order to solve the problem that the calculation formulas of critical depth in the section were not expressed by explicit function, direct calculation formulas with simple form and high efficiency were presented in the current work. The quasi-linear function, which was treated as the approximation function, was introduced. The formulas for the critical depth of the two standard horseshoe cross sections were approximated by the quasi-linear function in engineering scope, when the dimensionless critical depth ranged from 0.01 to 1.80. The expressions of the quasi-linear function for the critical depth of the two sections were also obtained, and the error analysis and evaluation were conducted. The results showed that the maximum error was less than 0.6%, indicating that the direct formulas of the quasi-linear function were much simpler, precise and wider than previous ones in applications.

**Key words:** irrigation canals, water level, linearization, approximation theory, horseshoe cross section