

堆载 - 电渗联合作用下的耦合固结理论

李 瑛¹, 龚晓南¹, 卢萌盟², 郭 彪¹

(1. 浙江大学软土与环境工程教育部重点实验室, 浙江 杭州 310058; 2. 中国矿业大学建筑工程学院, 江苏 徐州 221008)

摘 要: 该理论考虑了水流和电流的相互作用以及地基中孔隙水压力的发展过程, 利用等应变等考虑堆载 - 电渗联合作用的假设建立了轴对称模型的耦合固结方程, 并给出了地基中平均孔压和径向固结度的解析解和工程中常用的电极梅花形排布向轴对称排布转化的方法。最后通过参数分析, 研究了电源电压和土体的水力渗透系数对平均孔压消散和径向固结度的影响。结果表明: 对于堆载 - 电渗联合作用而言, 电源电压越大越好, 电渗渗透系数和水力渗透系数比值合适的范围是 $10^2 \sim 10^3$ 。

关键词: 电渗; 堆载; 耦合固结; 等应变; 砂井

中图分类号: TU447

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 4548(2010)01 - 0077 - 05

作者简介: 李 瑛(1985 -), 男, 江西九江人, 博士研究生, 从事软黏土地基处理及土力学研究。E-mail: liying3104@163.com。

Coupling consolidation theory under combined action of load and electro-osmosis

LI Ying¹, GONG Xiao-nan¹, LU Meng-meng², GUO Biao¹

(1. MOE Key Laboratory of Soft Soil and Geoenvironmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. School Architecture & Civil Engineering, China University of Mining & Technology, Xuzhou 221008, China)

Abstract: The coupling consolidation equations for axisymmetric model are established on the basis of the equal strain assumption under the combined action of the load and electro-osmosis. The analytical solutions for average excess pore pressure and radial average degree of consolidation are provided. The present theory considers the interaction between water flows and electrical currents as well as the development of excess pore pressure in the foundation. The method of conversion from hexagonal array of electrodes to axisymmetric array is also provided. Finally, the effect of supply voltage and hydraulic permeability of soil on the dissipation of the excess pore pressure and the radial average degree of consolidation is investigated by use of the method of parametric analysis. For the combined action of load and electro-osmosis, the results show that better consolidation effect can be gained by higher supply voltage, and that the appropriate ratio of electro-osmosis permeability coefficient to hydraulic permeability coefficient ranges from 10^2 to 10^3 .

Key words: electro-osmosis; load; coupling consolidation; equal strain; sand drain

0 前 言

为解决沿海地区饱和软黏土排水固结缓慢的问题, 近年来有人将堆载预压和电渗联合应用于软黏土地基的加固处理, 取得了良好的效果。实践证明, 相较于真空预压法或单纯的堆载预压, 堆载 - 电渗联合法不仅具有更快的固结速度, 而且能产生更好的密实效果。堆载和电渗同时应用于工程实践时, 先在软土地基中按一定的排布方式插入电渗管和井点管, 然后在其上铺设一定厚度的填料用作堆载预压, 最后接通电路进行堆载下的电渗排水固结。电渗管排布的方式主要有梅花形和排形两种, 排形布置是阳极和阴极成排插入土中。而梅花形布置则是在六边形的角点上插

入钢筋并连接直流电源正极作为电渗阳极, 中心插入预先处理过的钢管作为电渗阴极。阴极管同时也是排水的井点管, 通过与真空泵相连, 排出土体中的水。

目前, 堆载 - 电渗联合法的施工主要靠工程技术人员经验, 而设计计算缺乏合适的理论。Esrig^[1]最早进行了电渗固结理论的研究, 但是他没有考虑上部荷载的影响。Wan 等^[2]在 Esrig 的基础上提出的固结理论, 虽然考虑了堆载的影响, 但是它是仅适用于一维固结情况。苏金强等^[3]采用分块处理的方法建立的电渗二维固结理论, 虽然可以用于电极排形排布的情况,

基金项目: 国家自然科学基金项目 (50879076)

收稿日期: 2008 - 11 - 05

但对梅花形排布的情况无能为力。利用电场等效的方法,电极以梅花形排布的情况可以转化为类似理想砂井的轴对称形式,即中轴处为兼作阴极和排水通道的有孔钢管,外围为环状阳极。综合已有的研究结果和笔者前期的试验结果,本文在采用了几点既不违反实际又便于理论推导和应用的假设后建立了等应变条件下考虑堆载-电渗联合作用的耦合固结理论,以期能对工程建设有所裨益。

1 堆载-电渗耦合固结理论的建立

1.1 模型的建立

图1所示即为堆载-电渗联合作用下耦合固结的轴对称模型。图中 k_v , k_r 分别为地基的竖向渗透系数和径向渗透系数;选取阴极管中心为坐标原点, r , z 分别为径向和竖向坐标; r_w 为阴极半径, r_e 阳极半径; p_0 为均布荷载; q 为单位时间内堆载-电渗联合作用排出的水量。

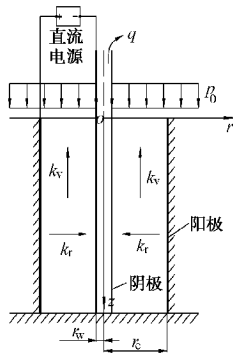


图1 堆载-电渗耦合固结的轴对称模型

Fig. 1 Axisymmetric model for the coupling consolidation of load and electro-osmosis

1.2 基本假定

(1) 土体均匀饱和,水平各向同性,土颗粒和水本身的压缩忽略不计;单位时间内从土体单元排出的水量等于土体体积的压缩量。

(2) 等应变条件成立,即地基的侧向变形可以忽略不计,同一深度平面上的垂直变形相等。

(3) 径向渗流和竖向渗流可以单独考虑,考虑竖向渗流时用 Terzaghi 一维固结理论,考虑径向渗流时 $k_v=0$ 。径竖向组合渗流可以按 Carillo^[4]的方法考虑。

(4) 土体的水力渗透系数 k_v , k_r 和电渗渗透系数 k_e 不随时间而改变。

(5) 土中的电势分布不随时间变化,但是从接通电源到形成稳定的超静孔压分布需要时间 t_0 ,在此时间内以线性变化。

(6) 电极没有电压损耗,不考虑电化学反应以及各种浓度差和热差引起的水流移动。

(7) 不考虑涂抹效应。

1.3 径向固结方程及其求解条件

Mitchell^[5]的研究表明:只要水流的过程不改变土的形态,土体中诸如水、电、化学物和热量等流量或通量与其驱动力成线性关系,对于水流即 Darcy 定律 $q_1 = k_h i_h$ 。他的研究还发现一种类型的驱动力可以引起另一类型的流,例如电流引起的水流可以表示为 $q_2 = k_e i_e$ 。将水头引起的水流和电势引起的水流叠加即可以得到电渗过程中的总水流^[3]:

$$q = k_h i_h + k_e i_e, \quad (1)$$

式中, i_h 为水头梯度, $i_h = \text{grad}(u)/g_w$, i_e 为电势梯度, $i_e = \text{grad}(f)$, f 土体中某一点的电势。式(1)即为堆载和电渗耦合固结下的总水流表达式。

根据假设(3),本文可只考虑径向固结。同时由于排水过程中不存在井阻问题,等应变下的三维问题可以简化为二维平面问题。根据其他假设,可得到以下方程^[6-7]:

$$\frac{\partial e_v}{\partial t} = -\frac{1}{E_s} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t}, \quad (2)$$

$$-\frac{k_r}{g_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial x}{\partial r} \right) = \frac{\partial e_v}{\partial t} \quad (r_w \leq r \leq r_e), \quad (3)$$

$$x = u_r + \frac{k_e g_w}{k_r} f(r) Q(t), \quad (4)$$

$$f(r) = \frac{f_a}{\ln r_e - \ln r_w} \ln \frac{r}{r_w} \quad (r_w \leq r \leq r_e), \quad (5)$$

$$Q(t) = \begin{cases} \frac{t}{t_0} & (0 \leq t \leq t_0) \\ 1 & (t_0 \leq t) \end{cases}. \quad (6)$$

式中 ε_v 为仅考虑径向渗流时影响区内任一点的体积应变(与垂直应变相等), $\varepsilon_v = \varepsilon_v(t)$; E_s 为地基压缩模量; u_r 为仅考虑径向渗流时影响区内任一点的孔压, $u_r = u_r(r,t)$; \bar{u}_r 为仅考虑径向渗流时影响区内任一深度的平均孔压, $\bar{u}_r = \bar{u}_r(t)$; g_w 为水的重度; t 为时间; f_a 为电源电压; $Q(t)$ 定义为在电势作用下地基中超静孔压的变化函数; t_0 为从接通电源到土中形成稳定的负超静孔压所需时间,它取决于土体的性质,可由试验确定。而表示电势分布的方程(5)的具体推导过程见文献[8]。

方程(2)~(6)即为等应变条件下堆载-电渗耦合固结的控制方程。其边界条件和初始条件为

$$x|_{r=r_w} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial x}{\partial r} \Big|_{r=r_e} = 0, \quad (8)$$

$$x|_{t=0} = u_0 = p_0. \quad (9)$$

1.4 方程的求解

将方程(3)作简单的变形后左右两边同时对 r 积分,并利用求解条件(7),可得

$$-\frac{k_r}{g_w} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial x}{\partial r} \right) = r \frac{\partial e_v}{\partial t}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial x}{\partial r} = \frac{g_w}{2k_r} \left(\frac{r_c^2}{r} - r \right) \frac{\partial e_v}{\partial t} \quad (11)$$

式(11)两边再次对 r 积分, 并利用求解条件(8), 可得

$$x = \frac{g_w}{2k_r} \left(r_c^2 \ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2 - r_w^2}{2} \right) \frac{\partial e_v}{\partial t} \quad (12)$$

根据方程(4), 某一点的孔压为

$$u_r = \frac{g_w}{2k_r} \left(r_c^2 \ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2 - r_w^2}{2} \right) \frac{\partial e_v}{\partial t} - \frac{k_e g_w}{k_r} f(r) Q(t), \quad (13)$$

而地基内的平均孔压可表示为

$$\bar{u}_r = \frac{1}{\pi(r_c^2 - r_w^2)} \int_{r_w}^{r_c} 2\pi r u_r dr \quad (14)$$

将式(13)代入式(14)并经适当的变形得

$$\bar{u}_r = \frac{g_w r_c^2}{2k_r} F_i \frac{\partial e_v}{\partial t} - \frac{2k_e g_w Q(t)}{(r_c^2 - r_w^2) k_r} \int_{r_w}^{r_c} f(r) r dr, \quad (15)$$

式中,

$$F_i = \frac{n^2}{n^2 - 1} \left(\ln n - \frac{3}{4} \right) + \frac{1}{n^2 - 1} \left(1 - \frac{1}{4n^2} \right), \quad (16)$$

其中, n 为井径比 $n = \frac{r_c}{r_w}$ 。

将式(2)、(5)、(6)代入式(15), 有

$$\bar{u}_r = \begin{cases} -B \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} - M f_a \frac{t}{t_0} & (0 \leq t \leq t_0) \\ -B \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} - M f_a & (t \geq t_0) \end{cases}, \quad (17)$$

式中,

$$B = \frac{g_w d_e^2 F_i}{8k_r E_s}, \quad (18)$$

$$M = \frac{k_e g_w}{k_r} F_j, \quad (19)$$

$$F_j = \frac{n^2}{n^2 - 1} - \frac{1}{2 \ln n}. \quad (20)$$

利用初始条件式(9), 并考虑到 t_0 前后孔压连续, 可得地基中某一时间的平均孔隙水压力的表达式为

$$\bar{u}_r = \begin{cases} \left(u_0 - \frac{MB}{t_0} f_a \right) e^{-\frac{t}{B}} - \frac{M}{t_0} f_a (t - B) & (0 \leq t \leq t_0) \\ \left[u_0 - \frac{MB}{t_0} f_a (1 - e^{-\frac{t_0}{B}}) \right] e^{-\frac{t}{B}} - M f_a & (t \geq t_0) \end{cases}. \quad (21)$$

重力固结完成后土体中的超静孔压消散为 0, 而对于堆载 - 电渗耦合固结, 固结完成后的超静孔压并不等于 0 而是一个取决于土体性质和电源电压的负值, 故必须将径向固结度的公式重新定义^[2]为

$$U_r = 1 - \frac{\bar{u}_r - \bar{u}_f}{u_0 - u_f} = 1 - \frac{\bar{u}_r + M f_a}{u_0 + M f_a}, \quad (22)$$

式中, \bar{u}_f 为土体中最终的平均孔压, 为一负值, 即 $\bar{u}_f = -M f_a$ 。

将式(21)代入式(22)即可以得到堆载 - 电渗联合作用下地基中某点的径向固结度表达式为

$$U_r = \begin{cases} 1 - \frac{\left(\frac{u_0}{M} - \frac{B}{t_0} f_a \right) e^{-\frac{t}{B}} - \frac{f_a}{t_0} (t - B) + f_a}{\frac{u_0}{M} + f_a} & (0 \leq t \leq t_0) \\ 1 - \frac{\left[\frac{u_0}{M} - \frac{B}{t_0} f_a (1 - e^{-\frac{t_0}{B}}) \right] e^{-\frac{t}{B}}}{\frac{u_0}{M} + f_a} & (t \geq t_0) \end{cases}. \quad (23)$$

当电源电压 $f_a = 0$ 时, 式(23)便变成了等应变条件下理想井径向固结度表达式:

$$U'_r = 1 - e^{-\frac{t}{B}} = 1 - e^{-\frac{8}{F_i} T_r}, \quad (24)$$

式中, T_r 为径向固结时间因子, $T_r = \frac{g_w d_e^2}{k_r E_s}$ 。

式(24)与谢康和等^[6]推导出的等应变条件下砂井理想井的径向固结度公式完全一致。

1.5 梅花形排布和轴对称排布之间的转换

室内试验中采用的阳极是环状的, 而在工程现场则是在正六边形角点上插入角钢或铁管。为了使本文建立的轴对称条件下的固结理论能够适用于工程实际的梅花形排布形式, 可以采用图 2 所示的方法进行变换^[9]。以阳极到中心点的距离为半径在电纸上画一个圆, 然后以圆心作为正六边形的中心, 以半径的 1.10 倍(根据面积相等计算得)为边长画出正六边形。一个正六边形可以分解成 12 个直角三角形, 任选其中一个, 在两个锐角顶点上接通直流电源, 测量电场强度分布。Nicholls 等^[10]的结果表明正六边形排布电极的电流强度和排水速率只有轴对称形式的 0.6 倍, 并且这个数字基本上和井径比无关。即要求正六边形排布下的孔压和固结度, 可通过只把本文推导出的公式中的 f_a 用 $0.6 f_a$ 取代得到。

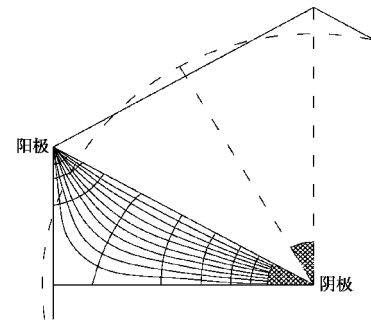


图 2 梅花形排布和轴对称排布的转换计算简图

Fig. 2 Conversion from hexagonal array of electrodes to axisymmetric array

2 对解的分析

为了研究和评价本文建立的固结理论及了解堆载 - 电渗耦合固结的性状, 选取饱和软黏土的典型物理

力学指标和工程常见的电极排布参数： $k_r=5.0 \times 10^{-7}$ cm/s, $E_s=4.0$ MPa, $k_e=5.0 \times 10^{-5}$ cm²·V⁻¹·s⁻¹, $t_0=10.0$ h, $p_0=100$ kPa, $d_w=3.5$ cm, $d_e=91$ cm, $n=26$, $F_i=2.51$, $F_j=0.85$, $B=36.1$ h, $M=8.5$ kPa/V, $f=0, 6, 12, 24$ V。 f 表示电极以梅花形排布时施加的电源电压。

将参数代入式(21)、(23), 计算出的平均孔压消散曲线和固结度曲线如图3~5所示。 $f=0$ 的情况即等应变条件下理想砂井的平均孔压消散曲线。

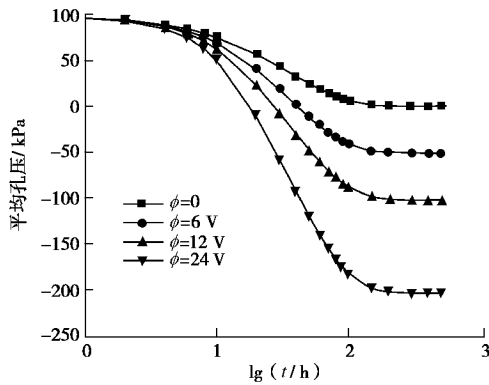


图3 不同电压作用下平均孔压消散曲线

Fig. 3 Curves of dissipation of average pore pressure under different supply voltages

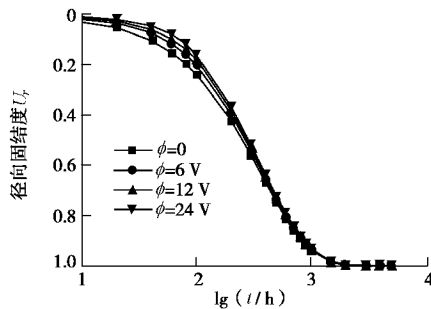


图4 不同电压作用下土体的径向固结度变化曲线

Fig. 4 Curves of radial consolidation degree under different supply voltages

图3是施加不同的电源电压时地基中平均孔压随通电时间 t 消散的过程。从图中可以看出,电压越大,超静孔压消散的速度越快,最终在地基中形成的负超静孔压也越大,相应土体的固结沉降也会越大。而图4显示的是径向固结度随时间变化的曲线。值得注意的是,施加的电压高时,孔压虽然消散快,径向固结度反而小。这是由于在电渗-堆载联合作用下土体的固结度不同于单纯重力固结下的固结度定义,见式(22)。如果不从孔压的角度而是从沉降的角度来理解,这样的径向固结度曲线也是合情合理的。施加的电源电压大,超静孔压消散快,相同时间产生的固结沉降也大,但是最终的固结沉降也大。其次,对比图3,4还可以发现,电源电压对径向固结度的影响要比对平均孔压的影响小得多。

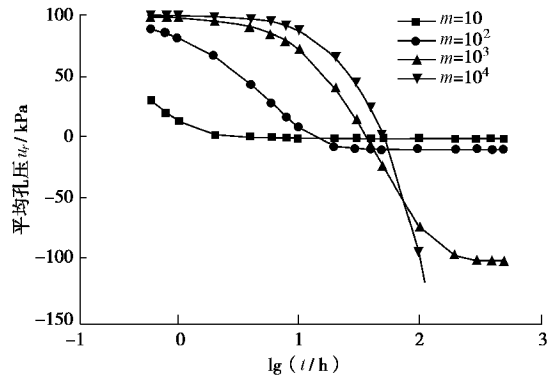


图5 m 值对平均孔压消散的影响

Fig. 5 Curves of dissipation of average pore pressure for different m

黏土的电渗透系数与构成土颗粒的矿物、化学成分和粒径、电解质、酸碱度(pH)、温度、通电方式等有关。但由于土的粒径不同, k_e 并未出现多大的差别, Casagrande 等发现,对适合电渗处理的土,在常用的电压梯度下 k_e 的代表性的数值约为 10^{-5} cm²/(V·s)^[5, 11]。而土的水力渗透系数 k_r 则在 $10^{-9} \sim 10^{-5}$ cm/s 变化。为研究土体水力渗透系数对电渗固结效果的影响,以电渗透系数和水力渗透系数的比值 $m=k_e/k_r$ 为横坐标,平均孔压为纵坐标,绘制了图5。图5显示的结果并不支持一般的理论:“ m 值越大,电动排水相对于水力排水的优势越大”^[11]。究其原因,以往的看法只看到了这个比值对电渗排水速率的提高,而没有注意到水力渗透系数对土体孔压消散的影响,水力渗透系数越小土体的固结就越慢,如图6所示。图6显示的是 m 值对径向平均固结度的影响,可以看出,在电渗透系数相等的情况下,水力渗透系数越小,固结越慢。此外还必须注意到土体的水力渗透系数过大,会有相当大的比例的电流随着水流散失,变成对排水固结无效的电流,使得电渗变得不经济^[9]。这两点说明对于堆载-电渗法而言,电渗透系数与水力渗透系数的比值 m 既不是越大越好,也不是越小越好,而是在 $100 \sim 1000$ 的范围内才能使堆载-电渗联合法既快速又经济合理。

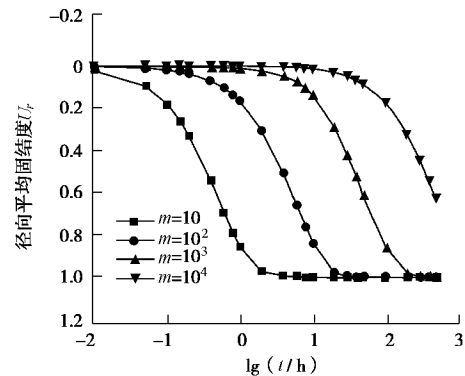


图6 m 值对径向固结度的影响

Fig. 6 Curves of radial consolidation degree under m

3 讨 论

本文理论的建立是基于以上 7 点假设的, 而这些假设与室内试验结果以及现场实测结果并不完全一致, 故有必要进行讨论:

(1) 单纯电渗作用的后期, 土体实际上已经是非饱和土, 压缩的体积等于排出水的体积的假设是不成立的。而堆载的压密作用能够保证这一条件一直成立, 这也是堆载 - 电渗的优点之一。

(2) 上部堆载的作用可以使等应变条件成立, Bjerrum 等^[12]的工程实测已经证实了这一点, 室内电渗 - 加载联合固结试验更加能说明。室内试验结果表明电渗作用最终形成的负超静孔压大小与施加的电压成正比, 即靠近阳极的越大, 靠近阴极的越小, 相应地, 阳极部分的土体的固结程度会比阴极部分的大。但是在现场的地基处理中, 并不是只有一套阳极和阴极, 而是许多套阳极和阴极交替排布, 对于整个工程认为孔压平均分布是可以接受的。

(3) 在电渗作用的同时, 土体中肯定会有电化学反应, 一个明显的例子是阳极的腐蚀, 也会有浓度差和热差, 但是这些作用不仅规模很小而且速度缓慢^[1], 只要电渗作用排出的水量没有达到是一般固结排水方法的好几倍以上^[13], 它们对土体固结的影响都可以忽略。同样, 在电渗过程中认为土体的电渗渗透系数 k_e 不变也是合理的。

(4) 本文假设从电源接通到稳定孔隙水压力分布的形成需要时间 t_0 , 并且在此时间内孔压的变化是线性的, 而作者的试验结果显示这个变化更接近于反正切曲线, 但是为了公式的简洁, 本文采取了近似。 t_0 与土体本身的性质有关, 具体是离子浓度、含水率等, 对于某一种土可以认为是不变的。

4 结 语

本文采用等应变等假设, 建立了堆载和电渗联合作用下的耦合固结理论, 推导出了平均孔压和径向固结度的计算公式。利用典型参数进行分析后得出结论: 施加的电源电压越大, 地基中的孔压消散越快, 但是径向固结度却越小; 并且电压的大小对孔压消散的影响大于它对径向固结度的影响。对于堆载 - 电渗联合作用而言, 电渗渗透系数 k_e 和水力渗透系数 k_r 的比值既不是越大越好, 也不是越小越好, 它的合适范围是 $10^2 \sim 10^3$ 。此外, 本文的工作是建立在大量文献阅读和前期少量试验的基础上的, 尚需要室内试验和现场试验的验证。这些内容将是进一步研究的主要部分。

参考文献:

- [1] ESRIG M I. Pore pressure, consolidation and electrokinetics[J]. Journal of the SMFD, American Society of Civil Engineers, 1968, **94**(SM4): 899 - 921.
- [2] WAN T Y, MITCHELL J K. Electro-osmotic consolidation of soils[J]. J of the Geotechnical Engineering Division, 1976, **GT5**(5): 473 - 491.
- [3] 苏金强, 王 钊. 电渗的二维固结理论[J]. 岩土力学, 2004, **25**(1): 125 - 131. (SU Jin-qiang, WANG Zhao. Theory of two-dimensional electro-osmotic consolidation of soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **25**(1): 125 - 131. (in Chinese))
- [4] CARRILLO N. Simple two and three-dimensional cases in the theory of consolidation of soils[J]. J Math Phys, 1942, **21**: 1 - 5.
- [5] MITCHELL J K. Conductive phenomena: from theory to geotechnical practice[J]. Geotechnique, 1941, **41**(3): 299 - 340.
- [6] 谢康和, 曾国熙. 等应变条件下的砂井地基固结解析理论 [J]. 岩土工程学报, 1989, **11**(2): 3 - 16. (XIE Kang-he, ZENG Guo-xi. Consolidation theories for drain wells under equal strain condition[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1989, **11**(2): 3 - 16. (in Chinese))
- [7] BARRON R A. Consolidation of fine-grained soils by drain wells[J]. Transactions, 1948, **113**: 718.
- [8] RITTIRONG A, SHANG J Q, MOHAMEDELHASSAN E. Effects of electrode configuration on electrokinetic stabilization for caisson anchors in calcareous sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2008, **134**(3): 352 - 365.
- [9] MOOM P H, SPENCE D E. Field theory for engineers[M]. New York: D Van Nostrand Inc, 1961.
- [10] NICHOLLS R L, HERBST R L. Consolidation under electrical-pressure gradient[J]. SMFD, ASCE, 1967, **93**(SM5): 139 - 151.
- [11] GLENDINNING S, BLACK J L, JONES C J F P. Treatment of sewage sludge using electrokinetic geosynthetics[J]. Journal of Hazardous Materials, 2007, A139: 491 - 499.
- [12] BJERRUM L, MOUM J, EIDE O. Application of electro-osmosis to a foundation problem in a norwegian quick clay[J]. Geotechnique, 1967, **17**: 214 - 235.
- [13] ROLLINS R L. Effect of calcium on the continuity of electroosmotic flow rate, Bulletin 108, Highway Research Board, National Research Council, 1955: 120.