# 三轴压缩下含瓦斯煤岩弹塑性损伤耦合本构模型

王登科<sup>1</sup>, 尹光志<sup>2,3</sup>, 刘 建<sup>1</sup>, 王俯标<sup>2,3</sup>, 秦 虎<sup>2,3</sup>

(1.中国科学院武汉岩土力学研究所岩土力学与工程国家重点实验室,湖北 武汉 430071; 2.重庆大学资源及环境科学学院,重

庆 400030; 3.重庆大学西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室,重庆 400030)

**摘** 要:通过引入与塑性屈服准则相关联的各向异性损伤因子和损伤准则来描述含瓦斯煤岩的塑性变形及损伤演化过程。在多孔介质有效应力原理中引入瓦斯吸附的膨胀应力,得出了适用于含瓦斯煤岩的有效应力计算公式。利用不可逆热力学原理,对含瓦斯煤岩的损伤演化规律及塑性变形与损伤之间的耦合效应进行了有效描述。根据实验结果,采用非关联塑性流动法则,建立了能反映含瓦斯煤岩在各种应力条件下力学行为的弹塑性损伤耦合本构模型,并给出了本构模型的参数确定方法。通过理论与实验的比较可知:所提出的弹塑性损伤耦合本构模型能真实有效地描述含瓦斯煤岩在不同应力条件下的力学特性。

关键词: 三轴压缩; 各向异性损伤; 弹塑性本构模型; 多孔介质; 含瓦斯煤岩

中图分类号: TU452; TD313 文献标识码: A 文章编号: 1000 - 4548(2010)01 - 0055 - 06 作者简介: 王登科(1980 - ),男,湖南祁阳人,博士,主要从事矿业工程与岩石力学研究。E-mail: wangdengke99@ yahoo.com.cn。

# Elastoplastic damage coupled model for gas-saturated coal under triaxial compression

WANG Deng-ke<sup>1</sup>, YIN Guang-zhi<sup>2, 3</sup>, LIU Jian<sup>1</sup>, WANG Fu-biao<sup>2, 3</sup>, QIN Hu<sup>2, 3</sup>

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2. College of Resource and Environmental Sciences, Chongqing University Chongqing 400030,

China; 3. Key Laboratory for the Exploitation of Southwest Resources and the Environmental Disaster Control Engineering, Ministry of

Education, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

**Abstract**: An anisotropic damage, which is related to the plastic yield criterion, and a damage criterion are introduced to adequately describe the plastic deformation and the damage evolution of gas-saturated coal. The effective stress formulation for gas-saturated coal is derived by introducing the swell stress of gas adsorption into the effective stress principle of porous media. The damage law and the coupling effect between plastic deformation and material damage are represented sufficiently by using the framework of irreversible thermodynamics. On the basis of the experimental results, a general coupled elastoplastic damage constitutive model is developed for describing the mechanical responses of gas-saturated coal under various loading conditions by adopting a non-associated plastic flow rule. Moreover, the method for determining the constitutive model's parameters is discussed. The comparison between simulation data and experimental data shows that the proposed model is able to depict effectively the main features of mechanical behaviors observed in gas-saturated coal.

Key words: triaxial compression; anisotropic damage; elastoplastic constitutive model; porous medium; gas-saturated coal

# 0 前 言

三轴压缩条件下,随着载荷的逐渐增加,岩石材 料内部微裂纹的传播与错动不断加剧,从而导致材料 的损伤,材料损伤反过来导致不可逆塑性变形、非线 性应力 - 应变关系、材料软化及体积膨胀等一系列结 果,这些诱发现象可以看成是材料损伤与塑性变形之 间的耦合效应,一般可以利用连续介质损伤力学及塑 性理论来描述<sup>[1]</sup>。塑性变形与损伤的耦合效应一般是 利用各向同性损伤或各向异性损伤因子在各向同性损 伤强化假设基础上建立起来的。各向同性损伤模型由 于其简单易行的优点而得到了广泛的应用,如文献 [2~7]等建立的都是各向同性的损伤模型。然而各向 异性损伤模型却要复杂的多,如文献[8~12]等所建立 的模型,这些模型也不是绝对意义上的各向异性损伤

基金项目:国家自然科学基金项目(50874124,40672192):国家重点 基础研究发展计划(973计划)项目(2005CB221502);国家自然科学基 金重点项目(50534080);重庆市科技攻关计划项目(CSTC,2008BA6028) 收稿日期:2008-11-10

模型,而是作了一定的假设及简化的等效各向异性损 伤模型。因为完全各向异性模型不但建模复杂,而且 应用起来也很困难,况且在处理实际工程问题时做一 些相应的简化是可行也是必要的。

采矿工程领域中,煤岩材料往往处于一种被瓦斯 气体饱和或部分饱和的受压应力状态。因此描述煤岩 材料的力学行为过程中,需要考虑瓦斯压力变化和瓦 斯吸附效应所带来的影响。根据前人研究成果,岩石 类材料变形过程中的微裂纹扩展方向几乎是垂直于正 的最大主应力方向的<sup>[13]</sup>,文章作者在多孔介质塑性理 论和连续损伤力学的构架中,利用有效应力原理,建 立了含瓦斯煤岩弹塑性损伤耦合本构模型,用于描述 含瓦斯煤岩各种不同载荷条件下的力学特性和行为。

# 1 含瓦斯煤岩有效应力原理

煤岩介质是一种具有强吸附性的多孔材料,当煤 岩内部微孔隙表面吸附瓦斯气体后会发生体积膨胀, 并表现出外在的膨胀应力。因此在建模过程中,不但 需要考虑瓦斯压力的影响,还要考虑瓦斯吸附的膨胀 应力所带来的影响。

$$s_{s} = \frac{2arRT(1-2n)\ln(1+bp)}{3V_{m}}$$
, (1)

式中, a, b 为瓦斯吸附常数, p 为瓦斯压力, v 为煤 岩泊松比,  $\rho$  为密度, R 为摩尔气体常数 (8.3143), T 为绝对温度,  $V_{\rm m}$ =22.4×10<sup>-3</sup> m<sup>3</sup>/mol 为摩尔体积。

对于饱和多孔介质而言,其有效应力可以利用 Terzaghi 所提出的有效应力原理来计算<sup>[15]</sup>。考虑到瓦 斯吸附后膨胀应力,根据有效应力原理,含瓦斯煤岩 的有效应力可表示为<sup>[16-17]</sup>

$$\mathcal{G}_{0} = \mathbf{S} - \left(f_{p} + \frac{2ar(1-2u)\ln(1+bp)}{3V_{m}}\right)d_{ij} \quad , \qquad (2)$$

式中, $\delta_{ij}$ 为 Kronecker 符号,f为孔隙度。

因此,就可以通过式(2)在有效应力空间建立含 瓦斯煤岩的本构模型。

# 2 含瓦斯煤岩弹塑性损伤耦合本构模型的建立

#### 2.1 热力学构架

在小变形假设条件下,含瓦斯煤岩的总应变可以 表示为弹性应变 e<sup>e</sup> 与塑性应变 e<sup>p</sup> 的之和:

$$e = e^{e} + e^{p} \quad . \tag{3}$$

根据连续介质力学和不可逆热动力学理论,可以 利用内变量来描述材料的变形等物理现象。根据不可 逆热力学原理,热力学第二定律可表示为

$$\boldsymbol{\mathscr{H}} : \boldsymbol{\mathscr{A}} - \boldsymbol{r}(\boldsymbol{y} \boldsymbol{\mathscr{A}} + \boldsymbol{s} \boldsymbol{\mathcal{T}}) - \frac{1}{T} \boldsymbol{q} \nabla T \ge 0 \quad , \tag{4}$$

式中, %为有效应力张量, e 为应变张量, y 为自由

能, s为熵, q为热流矢量。

视含瓦斯煤岩的变形为等温过程,则式(4)可以 表示为

$$\mathcal{S} = \mathcal{C} + ry \geq 0 \quad . \tag{5}$$

视 Helmholtz 自由能为热力势,同时假设弹性应 变 e<sup>e</sup>、等效剪切塑性应变g<sup>e</sup>和各向异性损伤张量 D 为 能描述含瓦斯煤岩变形的内变量。于是 Helmholtz 自 由能可表示为

$$y = y(e^{e}, g^{p}, D) , \qquad (6)$$

式中,  $g^{\mathrm{p}} = \int_{0}^{t} g^{\mathrm{q}} dt = \int_{0}^{t} \sqrt{\frac{2}{3}} g^{\mathrm{q}} dt$  用来描述含瓦斯煤

岩的塑性强化过程。其中 e<sup>p</sup> 为偏斜塑性应变。

假设 Helmholtz 自由能可以分解为弹性部分和塑性部分:

$$y = y^{e} \left( e^{e}, D \right) + y^{p} \left( g^{p}, D \right) , \qquad (7)$$

对式(7)求时间导数得

$$\mathbf{y} \mathbf{\&} = \frac{\partial \mathbf{y}^{e}}{\partial e^{e}} : \mathbf{\&} + \frac{\partial \mathbf{y}^{p}}{\partial g^{p}} \mathbf{\&} + \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial D} : \mathbf{\&} \quad . \tag{8}$$

于是式(5)可写为

$$\mathscr{G}: \mathscr{G} + (\mathscr{G} - r\frac{\partial y^{e}}{\partial e^{e}}): \mathscr{G} - r\frac{\partial y^{p}}{\partial g^{p}} \mathscr{G} - r\frac{\partial y}{\partial D}: \mathscr{G} \ge 0, \quad (9)$$

式中, & 为塑性应变率。

于是可得到与内变量相关的热力学广义力[18]:

$$\mathscr{S}_{0} = r \frac{\partial y^{e}}{\partial e^{e}}, \qquad (10a)$$

$$K = r \frac{\partial y^{\rm p}}{\partial g^{\rm p}} , \qquad (10b)$$

$$Y = -r\frac{\partial y}{\partial D}$$
 (10c)

由热动力学第二定律,可以将耗散势 $\Omega$ 分解为塑性部分 $\Omega^{P}$ 和损伤部分 $\Omega^{d}$ :

$$W = W^{p}(\mathcal{G}_{q}g^{p}) + W^{d}(D) \ge 0$$
, (11)

式中,  $W^{\mathsf{p}}(\mathscr{G}_{\mathsf{q}}g^{\mathsf{p}}) = \mathscr{G}_{\mathsf{c}} \mathscr{G} - K \mathscr{G}_{\mathsf{q}} \ge 0$ ,  $W^{\mathsf{d}}(D) = Y : \mathscr{B}_{\mathsf{c}} \ge 0$ .

值得注意的是,耗散势面对于热动力学广义力 (**%**, *K*, *Y*)必须是外凸的。根据 Voyiadjis 等所提出 的方法<sup>[19]</sup>,可定义目标函数为

$$P = W - \mathbf{k}^{\mathbf{k}} g^{\mathbf{p}} - \mathbf{k}^{\mathbf{k}} g^{\mathbf{d}} \quad , \tag{12}$$

式中, ▲ 为塑性乘子, ▲ 为损伤乘子, g<sup>P</sup> 为塑性耗 散势能, g<sup>d</sup> 为损伤耗散势能。

根据最大耗散原理<sup>[20-21]</sup>,通过以下运算便可使目标函数取极大值:

$$\frac{\partial P}{\partial S} = 0,$$

$$\frac{\partial P}{\partial Y} = 0,$$

$$\frac{\partial P}{\partial Y} = 0,$$

$$\frac{\partial P}{\partial Y} = 0,$$
(13)

将式(11)、(12)代入到式(13),便可得到热力学演化准则:

$$\mathbf{d} = \mathbf{k} \frac{\partial g^{\mathrm{p}}}{\partial \mathbf{s}} , \qquad (14a)$$

$$g = I^{\mathbf{k}} \frac{\partial g^{\mathbf{p}}}{\partial K} \quad , \tag{14b}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{I}^{\mathbf{A}} \frac{\partial g^{d}}{\partial Y} \,. \tag{14c}$$

考虑到  $f^{p} = f^{p}(\mathscr{S}_{4}K, D) = 0$  为塑性加载条件,  $f^{d} = f^{d}(Y, D)$  为损伤加载条件,因此便得到塑性和损伤的一致性条件:

$$\boldsymbol{\beta}^{\mathbf{p}} = \frac{\partial f^{\mathbf{p}}}{\partial \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{0}}} : \boldsymbol{\beta}^{\mathbf{p}} + \frac{\partial f^{\mathbf{p}}}{\partial K} \boldsymbol{k}^{\mathbf{p}} + \frac{\partial f^{\mathbf{p}}}{\partial D} : \boldsymbol{\beta}^{\mathbf{p}} = 0 \quad , \qquad (15)$$

$$\int^{\mathbf{k}_{d}} = \frac{\partial f^{d}}{\partial y} : Y + \frac{\partial f^{d}}{\partial D} : \mathbf{b}^{\mathbf{k}} = 0 \ . \tag{16}$$

#### 2.2 弹塑性描述

在增量型的本构模型中,可以通过塑性屈服准则、 塑性强化准则和塑性流动法则来确定塑性变形率。对 于岩石类材料,在三轴压缩实验中随着围压的增加, 脆性到延性的转化程度就越明显。也就是说材料的力 学行为在很大程度上依赖于围压的大小。为描述这种 现象,在此采用 Pietruszczak 提出的非线性的屈服准 则<sup>[22]</sup>。为简单起见,该准则可表达为

$$f^{\mathrm{p}}\left(\mathscr{B}_{\mathbf{q}}\boldsymbol{a}_{\mathrm{p}},\mathrm{D}\right) = \mathscr{P}_{\mathbf{q}}-\boldsymbol{a}_{\mathrm{p}}R_{\mathrm{c}}\sqrt{A\left(C_{\mathrm{s}}+\frac{\mathscr{P}_{\mathbf{q}}}{R_{\mathrm{c}}}\right)}=0,$$
 (17)

式中, 为有效平均应力( $\beta_0 = \frac{1}{3}$ tr*s*<sup>6</sup>), 为等效偏斜 应力( $\beta_0 = \sqrt{3N_2}$ ), *R*<sub>c</sub>为单轴抗压强度, *C*<sub>s</sub>为材料黏聚 力系数, *A* 为破坏面的曲率。

塑性强化可以利用函数  $a_p$ 来描述,  $a_p$ 为等效剪切 塑性应变 $g^p = \sqrt{\frac{2}{3}}e^p : e^p$ 的单调递增函数。假设损伤是 导致岩石材料软化的唯一原因。根据前人的工作,塑 性强化能可表示为<sup>[23]</sup>

$$\mathbf{r}\mathbf{y}^{\mathrm{p}}\left(\mathbf{g}^{\mathrm{p}}, D\right) = \left(1 - D_{\mathrm{H}}\right)\mathbf{r}\mathbf{y}_{0}^{\mathrm{p}}\left(\mathbf{g}^{\mathrm{p}}\right) \quad , \qquad (18)$$

式中,  $D_{\text{H}} = \frac{1}{3} \text{tr} D$  为平均损伤,  $ry_0^{\text{p}}(g^{\text{p}})$ 为无损材料 的塑性强化能<sup>[23-24]</sup>

$$ry_{0}^{p} = \left[a_{p}^{0} + \left(a_{p}^{m} - a_{p}^{0}\right)\right]g^{p} - \left(a_{p}^{m} - a_{p}^{0}\right)\ln\frac{B + g^{p}}{B}, \quad (19)$$

其中, **a**<sup>0</sup><sub>p</sub>为塑性屈服启动阀值, **a**<sup>m</sup><sub>p</sub>为强化函数的最 大值, **B** 为控制塑性强化率的常数。

根据式 (10b),有损伤材料的塑性强化准则可以 表示为

$$K = a_{p} = r \frac{\partial y^{p}}{\partial g^{p}} = \left(1 - D_{H}\right) \left[a_{p}^{0} + \frac{\left(a_{p}^{m} - a_{p}^{0}\right)g^{p}}{B + g^{p}}\right] \quad (20)$$

对于大多数地质材料来说,用非关联流动法则来 描述材料的体积压缩和体积膨胀是合理的。这里采用 Chiarelli 提出的塑性势<sup>[24]</sup>,简化后为

$$g^{\mathrm{p}} = \mathcal{U} - \left(a_{\mathrm{p}} - b_{\mathrm{p}}\right) \left(\mathcal{U} + C_{s} R_{c}\right) \quad , \tag{21}$$

式中, $\beta_p$ 表示体积膨胀起始点。

随着载荷的不断增加,当材料变形达到屈服面 时,塑性流动法则表示为

$$\boldsymbol{\mathscr{R}} = \boldsymbol{R} \frac{\partial g^{\mathrm{P}}}{\partial \boldsymbol{\mathscr{S}}} \quad , \tag{22}$$

式中, 🎤 表示塑性乘子。

Helmholtz 自由能的表达式为

$$ry^{e}(e^{e},D) = \frac{1}{2}(e-e^{p}):E:(e-e^{p}) \quad . \tag{23}$$

由式 (10a) 可得  
*S*= 
$$r \frac{\partial y^{e}}{\partial e^{e}} = E: (e - e^{p})$$
, (24)

式中, 
$$E = E_0 (I - D)$$
为损伤弹性张量,  $I = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix}$ 

为单位矩阵。

从而容易得到式(24)的率形式为  
**第**= **A**: 
$$(e - e^{p}) + E: (a - a)$$
  
 $= -B [E_0: (e - e^{p})] + E: (a - a)$ , (25)

式中, E<sub>0</sub>为无损伤材料的初始弹性张量。

将式(14c)、(17)、(20)和(25)代入到式(15), 就可以得到塑性一致性条件:

$$\left\{2\frac{\partial f^{p}}{\partial a_{p}}\left(\frac{\partial a_{p}}{\partial D}:\frac{\partial g^{d}}{\partial Y}\right)-\frac{\partial f^{p}}{\partial \mathbf{S}}:\left[\left(\frac{\partial g^{d}}{\partial Y}\right)\left(E_{0}:e^{e}\right)\right]\right\}\mathbf{I}^{\mathbf{S}} + \left[\left(\frac{\partial f^{p}}{\partial a_{p}}\frac{\partial a_{p}}{\partial g^{p}}\left(\frac{\partial g^{p}}{\partial \boldsymbol{\epsilon}^{p}}:\frac{\partial g^{p}}{\partial \mathbf{S}}\right)-\frac{\partial f^{p}}{\partial \mathbf{S}}:E:\frac{\partial g^{p}}{\partial \mathbf{S}}\right]\mathbf{I}^{\mathbf{S}} + \frac{\partial f^{p}}{\partial \mathbf{S}}:E:e^{\mathbf{S}}=0.$$
(26)

#### 2.3 各向异性损伤描述

损伤变量可用来描述材料的刚度退化过程。实验 结果表明,材料的损伤本质上是各向异性的<sup>[25]</sup>。对于 地质材料来说,损伤通常通过拉应变来定义<sup>[26]</sup>。 Chiarelli等<sup>[9]</sup>、Pellet等<sup>[10]</sup>和 Desmorat等<sup>[27]</sup>也都采用 了这种处理方法。压缩应力条件下的材料的变形,只 有在横向(径向)才会可能出现拉应力和拉应变。根 据这种思想,可假定在轴对称压应力载荷条件下的材 料只存在横向(或径向)上的损伤,表示为

$$\begin{array}{c}
D_{11} = 0, \\
D_{22} = D_{33} \neq 0;
\end{array}$$
(27)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11}^{\mathbf{g}} = \mathbf{0}, \\ \mathbf{B}_{22}^{\mathbf{g}} = \mathbf{B}_{22}^{\mathbf{g}} \neq \mathbf{0}_{0} \end{bmatrix}$$
(28)

根据 Helmholtz 自由能,利用式 (10c),与损伤

因子相关联的共轭应力可表示为

$$Y = -r\frac{\partial y}{\partial D} = -\frac{1}{2}(e - e^{p}): E': (e - e^{p}) - r\frac{\partial y^{p}(g^{p}, D)}{\partial D},$$
(29)

式中,  $E' = \frac{dE}{dD}$ 为损伤张量导数。

$$f(Y,D) = Y - K(D) I \le 0$$
, (30)  
式中,  $k(D)$ 为损伤函数,

$$k(D) = Y_0 + mD_{\rm H} \quad , \tag{31}$$

其中, Y<sub>0</sub>是损伤启动阀值, m 是控制损伤发展的常数。 这里采用关联的耗散准则,于是有 f<sup>d</sup>=g<sup>d</sup>。因此

便可通过式(14c)得到损伤演化方程:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}^{\mathbf{A}} \frac{\partial f^{a}}{\partial Y} = \mathbf{I}^{\mathbf{A}} \mathbf{I} \quad , \tag{32}$$

式中的损伤乘子可利用损伤一致性条件确定。将式 (29)、(30)代入到式(16),就可得损伤一致性条件:

$$\boldsymbol{k}'(D): \boldsymbol{R}^{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{I} + \boldsymbol{I}: \left(\boldsymbol{E}'(D): \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{k}}\right): \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{k}} + \left[\frac{\partial Y}{\partial \boldsymbol{e}^{\mathrm{e}}}: \frac{\partial g^{\mathrm{p}}}{\partial \boldsymbol{s}_{\mathrm{o}}} - \frac{\partial Y}{\partial \boldsymbol{g}^{\mathrm{ep}}} \left(\frac{\partial g^{\mathrm{ep}}}{\partial \boldsymbol{e}^{\mathrm{p}}}: \frac{\partial g^{\mathrm{p}}}{\partial \boldsymbol{s}_{\mathrm{o}}}\right)\right]: \boldsymbol{R}^{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{I} = 0 \quad , \quad (33)$$

式中, 
$$k'(D) = \frac{dk(D)}{dD}$$
。  
经过数学运算后,式(33)变为  
 $G - (C+F) \not P d_{u} + \frac{m}{D} \not P = 0$ , (34)

式中, 
$$G = I: (E': \mathfrak{K}): \mathfrak{K}, C = \left(\sqrt{\frac{3}{2}} + k_1\right) I: (E': e^{\circ}): I,$$
  
 $F = 3d_{ij} \left[ a_p^0 + \frac{(a_p^m - a_p^0)g^p}{B + g^p} \right] \left( 1 + \sqrt{\frac{2}{3}}k_1 \right)^{\circ}$   
于是有:

$$\mathbf{I}^{\mathbf{k}} = \frac{3}{m} \Big[ \big( C + F \big) \mathbf{I}^{\mathbf{k}} - G \Big] \circ$$
(35)

$$(H-L)K - (M+N)K + Q = 0$$
, (36)

式中,

$$H = 2R_{\rm c}\sqrt{A\left(C_{\rm s} - \frac{p}{R_{\rm c}}\right)} \left[a_{\rm p}^{0} + \frac{\left(a_{\rm p}^{\rm m} - a_{\rm p}^{0}\right)g^{\rm p}}{B + g^{\rm p}}\right],\qquad(37)$$

$$L = \left[ \sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{Aa_{\rm p}}{6\sqrt{A\left(C_{\rm s} + \frac{{\rm tr}s}{3R_{\rm c}}\right)}} \right] I : \left[ \left(E_{\rm 0} : e^{\rm e}\right) I \right], \quad (38)$$

$$M = \frac{3BR_{c}\sqrt{A\left(C_{s} - \frac{p_{0}}{R_{c}}\right)\left(1 - D_{H}\right)\left(a_{p}^{m} - a_{p}^{0}\right)}}{\left(B + g^{p}\right)^{2}}\left(1 + \sqrt{\frac{2}{3}}k_{1}\right),$$
(39)

$$N = \left[\sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{Aa_{\rm p}}{6\sqrt{A\left(C_{\rm s} - \frac{\mathrm{tr}s}{3R_{\rm c}}\right)}}\right]I : E : \left(\sqrt{\frac{3}{2}} + k_{\rm 1}\right)I, \quad (40)$$
$$Q = \left[\sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{Aa_{\rm p}}{6\sqrt{A\left(C_{\rm s} - \frac{\mathrm{tr}s}{3R_{\rm c}}\right)}}\right]I : E : \mathbf{a}_{\rm s}$$
(41)

将式 (35) 代入式 (36) 可得  

$$\mathbf{P} = \frac{\frac{3}{m}G(H-L)-Q}{\frac{3}{m}(H-L)(C+F)-(M+N)}$$
. (42)

由式(42)求出产后,再代入式(35),便可求 得产。求出塑性乘子与损伤乘子之后,再由式(22) 求得产,将求出的产代入式(24)最终获得含瓦斯 煤岩的本构方程表达式。

### 3 模型参数确定与实验验证

为描述不同应力条件下的含瓦斯煤岩的力学性质 和行为,模型中的各个参数需要根据实验结果来确定。 模型中所涉及到的所有参数都可以通过瓦斯吸附实验 和常规三轴实验来获取。参数 a, b 可以通过瓦斯吸附 实验数据拟合得到,弹性模量 $E_0$ 与泊松比v的平均值 可以利用应力 - 应变曲线的线性段的数据得到, 与破 坏面相关的常数 A, C, 和 R, 可以在有效应力 %- %平 面中得到,初始体积膨胀点 $\beta_p$ 可以用体积膨胀起始点 的应力值确定。a,°可以利用应力 - 应变曲线上的塑性 变形启动应力确定,常数a<sup>m</sup>可以利用拟合峰值强度 值得到, 塑性强化常数 B 可以根据式 (20) 拟合  $\alpha_p$ 与g<sup>p</sup>两者之间的关系得到,初始损伤阀值 Y<sub>0</sub>可由无损 材料在卸载过程中开始出现弹性模量减小时的应力值 得出, m 的值可以通过比较加卸载过程中弹性模量的 变化来拟合得出。与该模型相关的含瓦斯煤岩的典型 参数: 值孔隙度 f = 0.085; 弹性参数 E<sub>0</sub>=420 MPa, v=0.34; 瓦斯吸附常数 a=0.0134 m<sup>3</sup>/kg, b=1.67 MPa; 塑性参数  $a_p^0 = 13.2$  MPa,  $a_p^m = 18.4$  MPa,  $\beta_p = 17.5$ MPa, B=0.001, R<sub>c</sub>=0.52 MPa, C<sub>s</sub>=0.1, A=3.2; 损伤 参数 $Y_0 = 0.005$  MPa, *m*=1.6 MPa。

图 1 中给出了在 0.2 MPa 瓦斯压力时的两种不同 围压的试验结果与模型结果的比较。不难看出,实验 值与理论值吻合的很好。

图 2 给出了两种给定围压条件下,改变瓦斯压力 时实验与理论结果的比较。显然,两者同样吻合很好。

因此可以说,所提出的弹塑性损伤耦合模型能很 好的反映含瓦斯煤岩的主要力学性质和行为。



图 1 不同围压时的试验与理论结果比较

Fig. 1 Comparison between test and theoretical values under different confining pressures



图 2 不同瓦斯压力时的试验与理论结果比较

Fig. 2 Comparison between test and theoretical values under different gas pressures

## 4 结 语

根据试验结果,含瓦斯煤岩的力学行为主要受塑 性变形的控制。具有方向性的微裂纹的产生和传播导 致了材料中的塑性变形。在实验结果基础上,建立了 用于描述含瓦斯煤岩力学行为的弹塑性损伤耦合本构 模型。本构模型中所包含的所有物理参数都可以通过 相关实验结果来获取。该模型能有效描述含瓦斯煤岩 力学性质及行为,揭示了含瓦斯煤岩变形的本质关系, 为含瓦斯煤岩本构模型的实际应用做好了铺垫。

值得注意的是,实验室内所得到的含瓦斯煤岩的 本构模型与实际含瓦斯煤岩的本构模型之间将会存在 较大差异,实际岩体的本构模型不但要考虑结构面和 节理的影响<sup>[28-30]</sup>,还应考虑温度及流体非饱和状态的 影响,因此,本文所得出的含瓦斯煤岩弹塑性损伤耦 合本构模型要应用到实际工程中还需做更多的工作。

#### 参考文献:

- CICCKLI U, VOYIADJIS G Z, ABU Al-Rub R K. A plasticity and anisotropic damage model for plain concrete[J]. International Journal of Plasticity, 2007, 23: 1874 - 1900.
- [2] HANSEN N R, SCHREYER H L. A thermodynamically consistent framework for theories of elastoplasticity coupled with damage[J]. International Journal of Solids and Structures,

1994, **3**1(3): 359 - 389.

- [3] SHAO J F, RUDNICKI J W. A microcrack based continuous damage model for brittle geomaterials[J]. Mechanical of Materials, 2000, 32: 607 - 619.
- [4] SHAO J F, JIA Y, KONDO D, CHIARELLI A S. A coupled elastoplastic damage model for semi-brittle materials and extension to unsaturated conditions[J]. Mechanical of Materials, 2006, 38: 218 - 232.
- [5] SALARI M R, SAEB S, WILLAM K J, et al. A coupled elastoplastic damage model for geomaterials[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2004, 193: 2625 - 2643.
- [6] JIA Y, SONG X C, DUVEAU G, et al. Elastoplastic damage modeling of argillite in partially saturated condition and application[J]. Physics and Chemistry of the Earth, 2007, 32: 656 – 666.
- [7] MOHAMAD-HUSSEIN A, SHAO J F. Modeling of elastoplastic behavior with non-local damage in concrete under compression[J]. Computers & Structures, 2007, 85: 1757 - 1768.
- [8] QI W, BERTRAM A. Anisotropic continuum damage modeling for single crystals at high temperatures[J]. International Journal of Plasticity, 1999, 15: 1197 – 1215.

- [9] CHIARELLI A S, SHAO J F, HOTEIT N. Modeling of elastoplastic damage behavior of a claystone[J]. International Journal of Plasticity, 2003: 23 - 45.
- [10] PELLET F, HAJDU A, DELERUYELLE F, et al. A viscoplastic model including anisotropic damage for the time dependent behavior of rock[J]. International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2005, 29: 941 - 970.
- [11] CHALLAMEL N, LANOS C, CASANDJIAN C. Strain-based anisotropic damage modeling and unilateral effects[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2005, 47: 459 - 473.
- [12] MENZEL A, EKH M, RUNESSON K, et al. A framework for multiplicative elastoplasticity with kinematic hardening coupled to anisotropic damage[J]. International Journal of Plasticity, 2005, 21: 397 - 434.
- [13] LEMAITRE J, DESMORAT R. Engineering damage mechanics[M]. New York: Spinger, 2005.
- [14] 吴世跃,赵 文. 含吸附煤层气煤的有效应力分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(10): 1674 1678. (WU Shi-yue, ZHAO Wen. Analysis of effective stress in adsorbed methane-coal system[J]. Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(10): 1674 1678. (in Chinese))
- [15] TERZAGHI K. Theory soil mechanics[M]. New York: Wiley, 1943.
- [16] CHUANLIANG L, XIAOFAN C, ZHIMIN D. A new relationship of rock compressibility with porosity[C]// SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition, APOGCE, 2004: 163 - 167.
- [17] 李培超, 孔祥言, 卢德唐. 饱和多孔介质流固耦合渗流的数学模型[J]. 水动力学研究与进展, 2003, 18(4): 419 426.
  (LI Pei-chao, KONG Xiang-yan, LU De-tang. Mathematical modeling of flow in saturated porous media on account of fluid-structural coupling effect[J]. Journal of Hydrodynamics, 2003, 18(4): 419 426. (in Chinese))
- [18] CHABOCHE J L. Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity[J]. International Journal of Plasticity, 1989, 5: 247 - 302.
- [19] VOYIADJIS G Z, TAQIEDDIN Z N, KATTAN P I.
   Anisotropic damage-plasticity model for concrete[J].
   International Journal of Plasticity, 2008, 24: 1946 1965.
- [20] SIMO J C, HONEIN T. Variational formulation, discrete conservation laws, and path domain independent integrals for elasto-viscoplasticity[J]. Journal of Applied Mechanics;

Transaction of the ASME, 1990, 57: 488 - 497.

- [21] SIMO J C, HUGHES T J R. Computational inelasticity[M]// Interdisciplinary Applied Mathematics. New York: Spinger, 1998.
- [22] PIETRUSZCZAK S, JIANG J, MIRZA F A. An elastoplastic constitutive model for concrete[J]. International Journal of Solids and Structures 1988, 24(7): 705 - 722.
- [23] SHAO J F, JIA Y, KONDO D, et al. A coupled elastoplastic damage model for semi-brittle materials and extension to unsaturated conditions[J]. Mechanics of Materials, 2006, 38: 218 - 232.
- [24] CHIARELLI A S. Experimental investigation and constitutive modeling of coupled elastoplastic damage in hard claystones[D]. Lille: University of Lille, 2000.
- [25] GATELIER N, PELLET F, LORET B. Mechanical damage of an anisotropic rock under cyclic triaxial tests[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2002, 39(3): 335 – 354.
- [26] ANDRIEUX S, BAMBERGER Y, MARIGO J J. Un modèle de matériau microfissuré pour les bétons et les roches[J]. J Méca Théor, 1986, 5(3): 471 - 513. (ANDRIEUX S, BAMBERGER Y, MARIGO J J. A model of material micrafisssre for coneretes and rocks[J]. Journal of Mechanical Theory, 1986, 5(3): 471 - 513. (in French))
- [27] DESMORAT R, GATUINGT F, RAGUENEAU F. Nonlocal anisotropic damage model and related computational aspects for quasi-brittle materials[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2007, 74: 1539 - 1560.
- [28] 徐 磊, 任青文, 王 威, 等. 岩体结构面非线性弹性 塑性软化本构模型研究[J]. 应用力学学报, 2008, 25(3):
  462 465. (XU Lei, REN Qing-wen, WANG Wei, et al. Nonlinear elasto-plastic softening constitutive model for rock interfaces and joints[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2008, 25(3): 462 465. (in Chinese))
- [29] DONG J J, PAN Y W. A hierarchical model of rough rock joints based on micromechanics[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science Geomechanics Abstracts, 1996, 33(2): 111 - 123.
- [30] 陈 新,杨 强. 深部节理岩体塑性损伤耦合微面模型[J]. 力学学报, 2008, 40(5): 672 - 683. (CHEN Xin, YANG Qiang. A coupled elasto-plastic microplane damage model for jointed rock masses at great depth[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2008, 40(5): 672 - 683. (in Chinese))