

文章编号: 1007-7294(2011)04-0389-05

# 塑性区模型损伤修正及其对 声发射活动的影响

王慧晶, 林 哲

(大连理工大学船舶工程学院, 辽宁 大连 116024)

**摘要:** 文章采用损伤力学方法对 Dugdale 塑性区模型进行修正, 研究损伤分布对裂尖塑性区的影响。修正的塑性区模型与 Dugdale 模型、Irwin 模型进行了比较, 结果令人满意。又通过该模型, 研究声发射总计数  $N$  与应力强度因子  $K$  及塑性区半径  $r_y$  之间的关系, 与实验结果一致。说明可采用宏观变量  $r_y$  来描述声发射活动中的微观损伤变化, 有利于从多角度揭示产生声发射源的机理, 适于工程应用。

**关键词:** 损伤; 塑性区; 声发射

**中图分类号:** TG115.28      **文献标识码:** A

## Modification of plastic zone damage model and its effect on the Acoustic Emission Activities

WANG Hui-jing, LIN Zhe

(Department of Naval Architecture, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** A modified Dugdale plastic zone model is proposed using damage mechanics technique. Damage distributions in the region of crack tip are considered. Comparisons are made among the damage model, Dugdale plastic model and Irwin model. The results are satisfactory. Based on the modified model, the correlation of acoustic emission (AE) total counts  $N$ , stress intensity factor  $K$  and plastic zone size  $r_y$  was made. Good agreement is observed by experiment. It is indicated that the micro-damage changes in the acoustic emission activities can be described by macro variables  $r_y$ . It is beneficial from multi-aspects to reveal the source mechanisms of acoustic emission and is suited for engineering applications.

**Key words:** damage; plastic zone; acoustic emission (AE)

## 1 引 言

塑性区尺寸是描述金属材料断裂行为的重要参数之一, 它在材料裂纹尖端塑性变形、裂纹扩展及断裂过程中起着重要的作用。通过对含切口试件的声发射检测发现: 塑性区的扩展是主要的声发射源, 这说明塑性区尺寸与声发射之间存在关系。本文通过引入损伤概念对塑性区模型进行了修正, 考虑材料中分布的细观缺陷的发展演化对塑性区的影响, 并在塑性区参数与声发射参数之间建立联系。

收稿日期: 2010-12-28

作者简介: 王慧晶(1978-), 女, 大连理工大学船舶工程学院博士生, E-mail:wanghuijing67@sina.com。

## 2 损伤演变方程及塑性区修正模型

### 2.1 损伤变量与有效应力

损伤变量<sup>[1]</sup>定义为

$$\beta = \int_{A_0}^A \frac{dA}{A} = \ln \frac{A}{A_0} \quad (1)$$

$\beta$  反映了材料面积衰减的实际情况,可称之为真实损伤变量或对数损伤变量。式中  $A$  为无损状态时横截面积,  $A_0$  为损伤后有效承载面积,相应的有效应力为

$$\sigma_y' = \sigma_y \frac{A}{A_0} = \sigma_y \exp \beta \quad (2)$$

式中  $\sigma_y$  为屈服应力。

### 2.2 损伤演变方程

Dugdale<sup>[2]</sup>通过拉伸试验,提出了裂纹尖端的窄塑性区沿裂纹线向两边延伸并呈尖劈带状的假设,如图 1 所示。文献[3]假设窄塑性区中的损伤  $\beta$  是与新裂尖距离  $x' = x - a$  有关的函数:

$$\beta = F\left(\frac{x-a}{R}\right) \quad (3)$$

式中  $R$  是塑性区的长度。文献[4]提出窄塑性区中的损伤与裂纹尖端应变存在关系

$$\beta = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right) \quad (4)$$

Davidson 和 Lankford<sup>[5]</sup>的实验结果表明塑性区内应变变化遵循:当  $x > a$  时,  $\varepsilon \propto (x-a)^{-1/2}$ 。设

$$\varepsilon = \frac{C_0}{(x-a)^{1/2}} \quad (5)$$

由(4)式简化后得

$$\beta = \frac{1}{4} \ln\left(\frac{R}{x-a}\right) \quad (6)$$

### 2.3 塑性区修正模型

考虑到在  $x=c$  处应力强度因子为零,有

$$\sigma \sqrt{\pi c} = 2 \sqrt{\frac{c}{\pi}} \int \frac{\sigma_y'}{\sqrt{c^2 - x^2}} dx \quad (7)$$

由于塑性区内存在孔洞,  $d\sigma_y'$  可通过  $d\sigma_y$  乘以权函数得到

$$d\sigma_y' = \omega(x) d\sigma_y \quad (8)$$

令  $\tilde{v}=0.3$ , 根据文献[6], 得到权函数为

$$\omega(x) = 1 - 0.1425 \ln\left(\frac{R}{x-a}\right) \quad (9)$$

为方便计算,采用如下简化权函数:

$$\tilde{\omega}(x) = \left(\frac{x-a}{R}\right)^{1/6} \quad (10)$$

由图 2 可以看出,简化的权函数与原权函数基本吻合。

将(2)式和(10)式代入(7)式得:

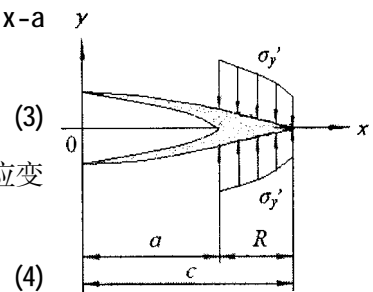


图 1 Dugdale 损伤模型

Fig.1 Dugdale's damage model

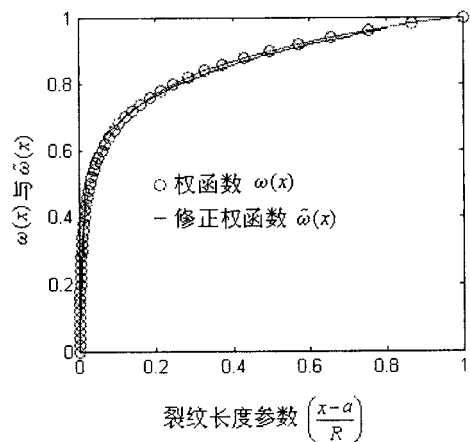


图 2  $\omega(x)$  与  $\tilde{\omega}(x)$  的比较图

Fig.2 Comparison of  $\omega(x)$  and  $\tilde{\omega}(x)$

$$\frac{\pi\sigma}{2\sigma_y} = \int_a^{\tilde{c}} \tilde{\omega}(x) \exp\left\{\frac{1}{4} \ln\left(\frac{R}{x-a}\right)\right\} \frac{dx}{\sqrt{c^2-x^2}}$$

令  $x=a+R(1-\lambda)=c-R\lambda$ ,

$$\frac{\pi\sigma}{2\sigma_y} = \sqrt{\frac{R}{2c}} \int_0^1 (1-\lambda)^{-(1/12)} \lambda^{-(1/2)} \left(1-\frac{R}{2c}\lambda\right)^{-(1/2)} dx$$

$$\frac{\pi}{2} \frac{\sigma}{\sigma_y} - \sqrt{\frac{R}{2c}} B\left(\frac{1}{2}, \frac{11}{12}\right) F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{17}{12}, \frac{1}{2} - \frac{R}{2c}\right) = 0$$

其中,  $B(p, q)$  为 beta 函数,  $F(\alpha, \beta; \gamma; z)$  为超几何函数<sup>[7]</sup>。即

$$B(p, q) = \frac{1}{q} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{q(q-1)\cdots(q-k)}{k!(p+k)}$$

$$F(\alpha, \beta; \gamma; z) = \frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha+n)\Gamma(\beta+n)}{\Gamma(\gamma+n)} \frac{z^n}{n!}$$

$$\frac{R}{a} = \frac{H^2\left(\frac{1}{2} - \frac{a}{2c}\right)}{H^2\left(\frac{1}{2} - \frac{a}{2c}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\pi\sigma}{\sigma_y}\right)^2} - 1 \tag{11}$$

式中,  $H\left(\frac{1}{2} - \frac{a}{2c}\right) = B\left(\frac{1}{2}, \frac{11}{12}\right) F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{17}{12}, \frac{1}{2} - \frac{R}{2c}\right)$ 。

图 3 为外加载荷与屈服应力不同应力比情况下, 由上式计算的塑性区与 Dugdale 模型、Irwin 模型<sup>[2]</sup>之间的比较。其中, Irwin 模型塑性区尺寸与裂纹长度之比为

$$\frac{R_I}{a} = \frac{\sigma^2}{\sigma_y^2} \tag{12}$$

Dugdale 模型为

$$\frac{R_D}{a} = \left(\sec \frac{\pi\sigma}{2\sigma_y}\right) - 1 \tag{13}$$

可以看出, Dugdale 模型的塑性区大于本文提出的损伤修正 Dugdale 模型, 而损伤塑性区修正模型又大于线弹性 Irwin 模型的塑性区。据文献[8]指出, 实际测量的 R 值均比大范围塑性屈服区的 Dugdale 模型值小。这表明, 本文的修正使得裂尖塑性区长度的计算值更接近实际。工程中常采用 Irwin 模型计算塑性区尺寸。为方便工程应用, 本文基于损伤修正的 Dugdale 模型对 Irwin 模型作出修正, 如图 4 所示, 修正的 Irwin 模型与损伤的修正 Dugdale 模型吻合较好。修正的 Irwin 模型的塑性区尺寸为

$$\frac{R_y}{a} = \frac{\sigma^2}{\sigma_y^2} + 1.5 \frac{\sigma^4}{\sigma_y^4}$$

与原 Irwin 模型比较, 有

$$\bar{R} = \frac{R_y}{R_I} = 1 + 1.5 \frac{\sigma^2}{\sigma_y^2}$$

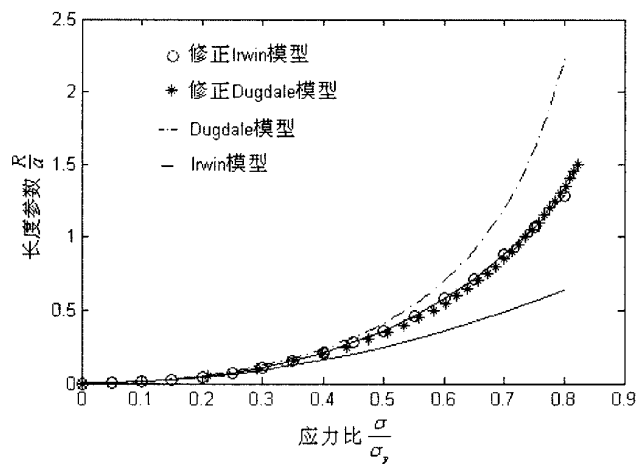


图 3 塑性区长度参数的比较

Fig.3 Comparison of the length parameters of plastic zone

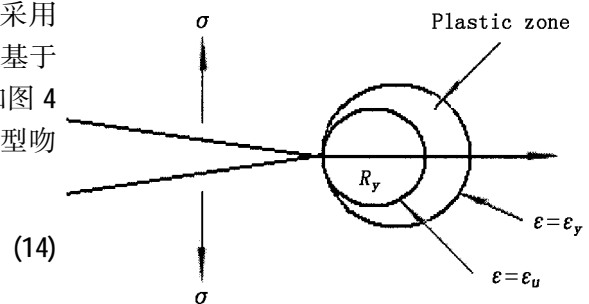


图 4 裂纹尖端塑性区示意图

Fig.4 Schematic illustration of plastic zone at crack tip

### 3 塑性区参数与声发射参数的关系

切口或含裂纹试件裂纹尖端塑性区内的变形和断裂活动是主要声发射源,产生声发射 AE 的应力级远远低于总屈服应力,故 AE 活动与裂纹尖端周围的塑性应变有关,而裂纹尖端应变与塑性区半径及应力强度因子有关,所以声发射活动与塑性区半径和应力强度因子有关。考虑损伤对裂纹尖端塑性区的影响,通过上述修正 Irwin 模型的方程可求出塑性区的尺寸。塑性区尺寸和半径分别为

$$R_y = \bar{R} \frac{K^2}{\pi \sigma_y}, r_y = \bar{R} \frac{K^2}{2\pi \sigma_y}$$

由于塑性区内应变变化遵循<sup>[6]</sup>:当  $x' > 0$  时,  $\varepsilon \propto (x')^{-1/2}$ ,  $x'$  为距新裂尖的长度。根据假设声发射计数率与屈服应变  $\varepsilon_y$  和最终拉伸强度  $\varepsilon_u$  之间的材料塑性区体积增长率成正比<sup>[9]</sup>,即  $N \propto V_p$ 。

当  $x' = r_y = \bar{R} K^2 / (2\pi \sigma_y^2)$ ,  $\sigma_y / E \approx \varepsilon_y$ 。则

$$\varepsilon_y = \frac{C_0}{\sqrt{x'}} = \frac{\sigma_y}{E}, C_0 = \frac{K}{E} \sqrt{\frac{\bar{R}}{2\pi}}$$

当  $\varepsilon = \varepsilon_u$  时,有  $r_u = \frac{\bar{R}}{2\pi} \left( \frac{K}{E \varepsilon_u} \right)^2$ ,代入后得到塑性区体积为

$$V_p \approx \pi (r_y^2 - r_u^2) B = \frac{B}{4\pi E^4} \left( \frac{1}{\varepsilon_y^2} - \frac{1}{\varepsilon_u^2} \right) \bar{R}^2 K^4$$

其中  $B$  为板厚。比较假设  $N \propto V_p$ , 则

$$N \propto V_p = r_y^2 = (\bar{R} K^2)^2 \tag{15}$$

### 4 计算结果与实验数据比较

从(15)式可以看出,声发射总计数  $N$  与塑性区半径  $r_y$  的函数关系为  $N \propto r_y^2$ , 与应力强度因子  $K$  的函数关系为  $N \propto K^4$ 。文献[10]对两组单边切口拉伸试件核级不锈钢( $\sigma_y = 232\text{MPa}$ )和工业级不锈钢( $\sigma_y = 207\text{MPa}$ )做拉伸实验,根据试验建立的声发射总计数与塑性区半径、应力强度因子间的定量关系为  $N \propto r_y^{1.3}$ 、 $N \propto K^{2.1}$ , 这与由(15)式建立的关系  $N \propto r_y^m$ 、 $N \propto K^{2m}$  近似一致。

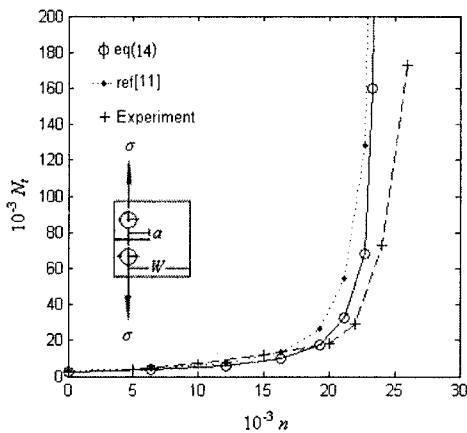


图 5 Trip 钢的理论结果与试验值的比较  
Fig.5 Comparison of theoretical and experimental results for trip steel

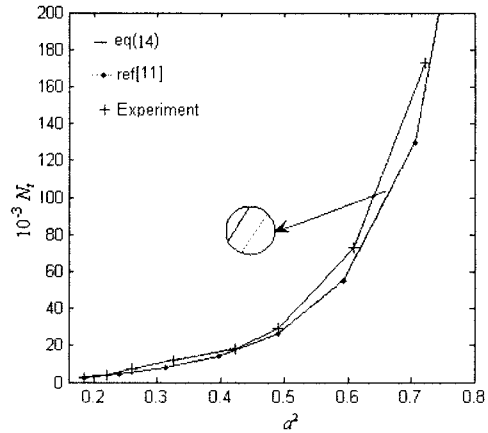


图 6 Trip 钢裂纹长度与声发射总计数之间的关系  
Fig.6 Relationship between AE total counts and crack length of trip steel

声发射总计数  $N$  与应力强度因子  $K$  的理论关系为  $N \propto K^4$ 。在多数试验过程中,材料内形成的微裂纹和裂纹的突进现象引起试样塑性变形,使指数超出理论值。例如,文献[11]中承受楔力张开加载(WOL)的 trip 钢,试验测得  $N$  与  $K$  之间的关系为  $N=3.96 \times 10^{-5} K^{4.62}$ ,相应的关系如图 5 所示,可以看出采用本文提出的塑性区损伤简化模型得出的计算结果更接近试验值。由于  $K=\sigma\sqrt{\pi a}$ ,其中  $\sigma$  为应力, $a$  为裂纹尺寸,当确定应力和几何因素后, $K \propto \sqrt{a}$ ,代入(15)式后,得到声发射总计数  $N$  与裂纹长度之间的关系为  $N \propto a^2$ ,即裂纹越长,声发射总计数越多,如图 6 所示。

## 5 结 论

(1) 基于 Dugdale 塑性区模型,研究裂尖塑性区的损伤分布,存在的孔洞通过权函数表征损伤的演变。修正的塑性区模型能更好地诠释材料由于微缺陷的产生和发展而引起的逐步劣化。

(2) 通过修正的塑性区模型,提出声发射总计数  $N$  与应力强度因子  $K$  及塑性区半径  $r_y$  之间的关系,与实验结果一致。说明考虑损伤的塑性区模型,更好地反映声发射活动中损伤材料破坏的实际过程,有利于从力学行为和物理过程进一步阐述声发射源机制。

### 参 考 文 献:

- [1] Broberg H. Creep damage and rupture[D]. Dissertation of Chalmers University of Technology, Gothenburg, 1975.
- [2] 王 铎. 断裂力学[M]. 南宁: 广西人民出版社, 1982.
- [3] Francois D. Fracture and damage[M]. Elastic-Plastic Fracture Mechanics, edited by Larsson L H, 1985: 285-302.
- [4] Luo A, Mou Y, Han R P S. A large anisotropic damage theory based on an incremental complementary energy equivalence model[J]. International Journal of Fracture, 1995, 70: 19-34.
- [5] Davidson D L, Lankford J, J R. Plastic strain distribution at the tips of propagating the cracks[J]. Transactions of the ASME, 1976: 24-29.
- [6] Budiansky B, O'Connell R J. Elastic moduli of a cracked solid[J]. International Journal of Solids and Structures, 1976, 12: 81-97.
- [7] 《数学手册》编写组编. 数学手册[M]. 北京: 高等教育出版社, 1979.
- [8] Theocaris P S, Gdoutos E E. The modified Dugdale-Barenblatt model adapted to various fracture configurations in metals [J]. International Journal of Fracture, 1974, 10(4): 549-564.
- [9] Dunegan H L, Harris D O, Tatro C A. Fracture analysis by use of acoustic emission[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1968, 13: 105-122.
- [10] Mukhopadhyay C K, Jayakumar T. Correlation of acoustic emission with stress intensity factor and plastic zone size for notched tensile specimens of AISI type 304 stainless steel[J]. Materials Science and Technology, 2002, 18: 1133-1141.
- [11] 王祖荫. 声发射技术基础[M]. 济南: 山东科学技术出版社, 1990.