

## 分布式残余频偏信道中的 Alamouti STBC-OFDM 功率分配

孙 科 唐友喜 邵士海

(电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室 成都 611731)

**摘 要:** 在具有不同残余频偏的分布发射天线多径瑞利衰落信道中, 该文使用 Cholesky 判决反馈检测的 Alamouti STBC-OFDM 链路, 提出了一种抑制残余频偏影响的发射功率分配方法: 以最小化残余频偏下链路的平均误比特率下界为准则, 为发射天线分配功率。首先推导了残余频偏下链路的平均误比特率下界, 然后给出了发射天线间最优功率分配因子的闭合解。仿真结果表明, 与传统的假设频率理想同步的功率分配方法相比, 在残余频偏对性能影响占主导作用的场景中, 该文方法提升了链路性能, 提升程度随着两根发射天线到接收机间平均信道功率增益之比增加而增大。

**关键词:** 正交频分复用; 空时分组码; 分布式发射天线; 发射功率分配; 残余频偏

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)12-2935-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.01152

## On Power Allocation for Alamouti STBC-OFDM Systems with Distributed Transmit Antennas in the Presence of Residual Frequency Offsets

Sun Ke Tang You-xi Shao Shi-hai

(National key Lab. of Science and Technology on Communications,  
University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

**Abstract:** In this paper, a transmit power allocation method is proposed for distributed transmit antenna Alamouti Space-Time Block Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing (STBC-OFDM) systems based on Cholesky-decision-feedback detector in multipath Rayleigh fading channels with multiple Residual Frequency Offsets (RFOs). The method is designed by minimizing the lower bound of the average Bit Error Ratio (BER) so as to reduce the influence of RFOs. Theoretical analysis of the lower bound on the average BER performance is presented and the closed-form expression of the optimal power allocation factor is derived. Simulation results show that in the scenario where the performance is dominated by the RFOs, the proposed method provides increasing performance gain compared with the conventional power allocation method ignoring the existence of RFOs as the ratio between the average channel gains from the two transmit antennas to receiver increasing.

**Key words:** Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM); Space-Time Block Code (STBC); Distributed transmit antennas; Transmit power allocation; Residual Frequency Offsets (RFOs)

### 1 引言

在基于分布式发射天线结构<sup>[1,2]</sup>的 Alamouti 空时分组码(Space-Time Block Code, STBC)正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)链路中, 由于各个分布发射天线本地晶振间的差异以及多个多普勒频移的存在, 导致各分布发射天线到接收机间具有不同的载波频偏, 造成子载波间干扰(Inter-Carrier

Interference, ICI)<sup>[3]</sup>。为了消除频偏, 文献[4-6]提出了基于均衡的频偏消除方法, 但这些方法存在频谱利用率过低或复杂度过高的缺点。因而, 人们通常选择的频偏消除方案是: 接收机估计出各频率偏移量并反馈给发射机, 发射机根据反馈值调整对应发射天线的载波频率补偿频偏<sup>[7]</sup>。但由于频偏的时变特性以及存在反馈延迟, 频偏补偿后各分布发射天线到接收机间的信道仍存在不同的残余频偏, 形成分布式残余频偏信道。

研究表明, 在基于分布式发射天线结构的无线链路中, 利用接收机反馈信息进行发射功率分配能够有效提高性能<sup>[2]</sup>。目前, 各国学者对分布发射天线 STBC 链路的功率分配问题进行了广泛研究。例如,

2009-09-01 收到, 2010-08-25 改回

国家自然科学基金(60832007, 60901018, 60902027), 国家重大科技专项基金(2009ZX03003-008-01)和中央高校基本科研业务费专项资金(ZYGX2009J008, ZYGX2009J010)资助课题

通信作者: 唐友喜 tangyx@uestc.edu.cn

文献[8]给出了一种最小化中断概率的分布发射天线 STBC 功率分配算法; 文献[9]以最大化信道容量为准则, 研究了分布发射天线 STBC 的功率分配问题; 文献[10]以最小化平均成对错误概率上界为目标, 提出了一种可用于分布发射天线 STBC 功率分配的方法。但现有方法大都假设频率理想同步, 并未考虑频偏因素, 因此在分布式残余频偏信道下的 Alamouti STBC-OFDM 链路中不再适用。

本文研究分布式残余频偏信道中 Alamouti STBC-OFDM 的发射功率分配问题, 考虑接收机使用 Cholesky 判决反馈检测<sup>[11]</sup>、信号经历多径瑞利衰落, 提出一种最小化残余频偏下链路平均误比特率下界的发射功率分配方法, 以抑制残余频偏的影响, 提高链路误比特率性能, 并通过计算机仿真验证了其有效性。

## 2 系统模型

### 2.1 发射信号

文献[12]提出了分布式发射天线空时编码传输链路模型, 本文假设链路有 2 根分布发射天线, 1 根接收天线, 且采用 Alamouti STBC-OFDM 构架。如图 1 所示, 待发射信息符号在发射机的基带处理单元经过 Alamouti 空时编码<sup>[13]</sup>后进行 OFDM 调制, 再通过光缆送到分布在不同地理位置的远端无线单元, 远端无线单元将信号载频转换到射频频率后, 再通过其装备的天线将信号发射<sup>[12]</sup>。

令  $a_i^k$  ( $i = 1, 2$ ) 为子载波  $k$  ( $0 \leq k \leq K - 1$ ) 的待发射信息符号, 其中,  $K$  为 OFDM 信号子载波个数。对于子载波  $k$ , 在第 1 个 OFDM 符号周期内, 发射天线 1 和发射天线 2 分别发送  $a_1^k$  和  $a_2^k$ ; 在第 2 个 OFDM 符号周期内, 发射天线 1 和发射天线 2 分别发送  $-a_2^{k*}$  和  $a_1^{k*}$ 。由以上描述知, 链路在两个 OFDM 符号周期内, 通过 4 个 OFDM 符号传输了  $K$  个 Alamouti 空时码块, 本文把这 4 个 OFDM 符号称为一个“传输块”。

记  $x_{1,1}^k = a_1^k$ ,  $x_{1,2}^k = -a_2^{k*}$ ,  $x_{2,1}^k = a_2^k$ ,  $x_{2,2}^k = a_1^{k*}$ , 这里,  $x_{m,l}^k$  表示第  $m$  ( $m = 1, 2$ ) 根发射天线的第  $k$  个子载波在第  $l$  ( $l = 1, 2$ ) 个 OFDM 符号周期内传送的数据符号。经过  $K$  点快速傅里叶反变换并插入循环

前缀(Cyclic Prefix, CP)后, 在第  $l$  个 OFDM 符号周期内的离散时刻  $n$ , 发射天线  $m$  上的时域信号为

$$s_{m,l}^n = \sqrt{\frac{p_m}{K}} \sum_{k=0}^{K-1} x_{m,l}^k e^{j2\pi nk/K}, \quad -K_g \leq n \leq K-1 \quad (1)$$

其中  $K_g$  为 CP 长度 ( $K_g$  等于或大于两根分布发射天线到接收机间最大相对传播时延与信道最大多径时延之和);  $p_m$  为发射天线  $m$  的发射功率, 且  $p_1$  和  $p_2$  分别为

$$p_1 = \alpha p_T \quad (2)$$

$$p_2 = (1 - \alpha) p_T \quad (3)$$

其中  $p_T$  为总发射功率;  $\alpha$  为发射天线间的功率分配因子, 并满足  $0 \leq \alpha \leq 1$ 。

### 2.2 残余频偏

考虑两根分布发射天线到接收机之间存在不同的频偏, 并假设链路采用反馈方式补偿频偏: 接收机估计出各频率偏移量并反馈给发射机, 发射机根据反馈值调整对应发射天线的载波频率补偿频偏<sup>[7]</sup>。由于频偏的时变特性以及反馈延迟, 频偏补偿后两分布发射天线到接收机间仍存在不同的残余频偏, 形成分布式残余频偏信道。定义  $\epsilon_m$  为频偏补偿后, 发射天线  $m$  到接收机之间信道的归一化残余频偏 (真实频偏与子载波间隔之比)。参考文献[14],  $\epsilon_m$  建模为方差为  $\sigma_\epsilon^2$  的零均值独立同分布随机变量。此外, 假设  $\epsilon_m$  在传输块内保持不变, 在块与块之间可随机变化, 并能被接收机准确估计。

### 2.3 接收信号

考虑多径瑞利衰落, 假设信道在空间上不相关, 在一个传输块内保持不变。接收信号在去除 CP 并经过快速傅里叶变换后, 第  $k$  个子载波上的频域接收信号向量为<sup>[5]</sup>

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{a}_k + \mathbf{ICI}_k + \mathbf{n}_k \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{r}_k = [r_1^k, r_2^{k*}]^T, \quad \mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \sqrt{p_1} A_1^0 H_1^k & \sqrt{p_2} A_2^0 H_2^k \\ \theta_2^* \sqrt{p_2} A_2^{0*} H_2^{k*} & -\theta_1^* \sqrt{p_1} A_1^{0*} H_1^{k*} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{a}_k = [a_1^k, a_2^k]^T, \quad \mathbf{ICI}_k = [I_1^k, I_2^{k*}]^T, \quad \mathbf{n}_k = [n_1^k, n_2^{k*}]^T$$

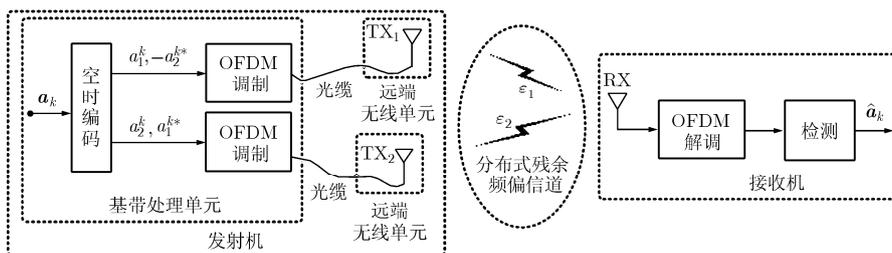


图 1 分布式发射天线 Alamouti STBC-OFDM 链路模型

这里,  $H_m^k$  为发射天线  $m$  到接收机间第  $k$  个子载波的频域信道增益, 且  $H_m^k$  是关于  $m$  独立的复高斯随机变量, 其均值为零, 方差为  $\xi_m$  ( $\xi_m$  表示发射天线  $m$  到接收机间的平均信道功率增益);

$$A_m^k = \frac{\sin(\pi(k + \varepsilon_m))}{K \sin(\pi(k + \varepsilon_m)/K)} \exp\left\{j\pi\left(\frac{K-1}{K}\right)(k + \varepsilon_m)\right\}$$

为 ICI 系数;  $\theta_m = \exp(j2\pi\varepsilon_m(K + K_g)/K)$  为残余频偏  $\varepsilon_m$  造成的相差<sup>[5]</sup>;  $n_l^k$  是方差为  $\sigma_n^2$  的零均值复高斯白噪声;  $I_l^k$  为  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  在第  $l$  个 OFDM 符号周期内第  $k$  个子载波上造成的总 ICI 干扰, 且  $I_1^k$  和  $I_2^k$  可分别表示为  $I_1^k = \sum_{m=1}^2 I_{m,1}^k$  和  $I_2^k = \sum_{m=1}^2 \theta_m I_{m,2}^k$ , 其中  $I_{m,1}^k = \sum_{\substack{q=0 \\ q \neq k}}^{K-1} \sqrt{p_m} H_m^q A_m^{q-k} x_{m,l}^q$  为  $\varepsilon_m$  在第  $l$  个 OFDM 周期内第  $k$  个子载波上造成的 ICI 干扰。

## 2.4 ICI 干扰

假设信息符号  $a_i^k$  是方差为 1 的独立同分布零均值随机变量, 并注意到 OFDM 系统中子载波个数  $K$  通常较大, 结合中心极限定理, ICI 干扰  $I_{m,l}^k$  可视为零均值复高斯噪声<sup>[3]</sup>。同时, 由于  $H_1^q$  和  $H_2^q$  为相互独立的零均值复高斯随机变量, 且  $a_i^k$  为独立同分布零均值随机变量, 故  $I_{m,l}^k$  关于  $m$  和  $l$  独立。因此, 总 ICI 干扰  $I_l^k$  为关于  $l$  独立的零均值复高斯噪声, 其基于残余频偏  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  的条件方差为<sup>[3]</sup>

$$E\left[|I_l^k|^2 \mid \varepsilon_1, \varepsilon_2\right] = \sum_{m=1}^2 \left(1 - |A_m^0|^2\right) p_m \xi_m \quad (5)$$

基于上述分析, 接收机中总等效噪声可表示为  $\mathbf{w}_k = \mathbf{ICI}_k + \mathbf{n}_k$ , 其均值为零, 基于  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  的条件协方差矩阵为  $E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^H \mid \varepsilon_1, \varepsilon_2] = \sigma_w^2 \mathbf{I}_2$ , 这里,  $\sigma_w^2 = \sigma_n^2 + \sum_{m=1}^2 p_m \xi_m \left(1 - |A_m^0|^2\right)$ ,  $\mathbf{I}_2$  为  $2 \times 2$  的单位矩阵。此时, 式(4)可重写为

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{a}_k + \mathbf{w}_k \quad (6)$$

## 2.5 Cholesky 判决反馈检测

由式(4)中  $\mathbf{H}_k$  的表达式可知,  $\theta_1$  和  $\theta_2$  破坏了 Alamouti 空时码的正交性<sup>[5]</sup>, 这使得采用惯用的极大似然准则检测接收信号具有较高的复杂度, 而 Cholesky 判决反馈检测算法则在检测性能和复杂度上实现了良好的折中<sup>[11]</sup>。基于此, 本文考虑接收机采用 Cholesky 判决反馈检测, 下面简述其原理。

令  $\mathbf{C}_k = \mathbf{H}_k^H \mathbf{H}_k$ , 对  $\mathbf{C}_k$  作 Cholesky 分解, 可得<sup>[11]</sup>:  $\mathbf{C}_k = \mathbf{G}_k^H \mathbf{G}_k$ , 其中  $\mathbf{G}_k = \begin{bmatrix} h_1/h_2 & 0 \\ h_3/h_2 & h_2 \end{bmatrix}$ ,  $h_1 = \sqrt{|\tilde{H}_1^k|^4 + |\tilde{H}_2^k|^4 + 2 \operatorname{Re}(\theta_1^* \theta_2) |\tilde{H}_1^k|^2 |\tilde{H}_2^k|^2}$ ,  $h_2 = \sqrt{|\tilde{H}_1^k|^2 + |\tilde{H}_2^k|^2}$ ,  $h_3 = \tilde{H}_1^k \tilde{H}_2^{k*} - \tilde{H}_1^k \tilde{H}_2^{k*} \theta_1 \theta_2^*$ ,  $\tilde{H}_1^k =$

$\sqrt{p_1} H_1^k A_1^0$ ,  $\tilde{H}_2^k = \sqrt{p_2} H_2^k A_2^0$ 。将式(6)两边同时乘以  $(\mathbf{G}_k^H)^{-1} \mathbf{H}_k^H$  可得:  $\mathbf{y}_k = \mathbf{G}_k \mathbf{a}_k + \boldsymbol{\eta}_k$ , 其中,  $\boldsymbol{\eta}_k = (\mathbf{G}_k^H)^{-1} \mathbf{H}_k^H \mathbf{w}_k$ , 其基于  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  的条件协方差矩阵为  $E[\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\eta}_k^H \mid \varepsilon_1, \varepsilon_2] = \sigma_w^2 \mathbf{I}_2$ 。令  $\mathbf{y}_k = [y_1^k, y_2^k]^T$ , 根据文献[11], Cholesky 判决反馈检测算法的检测公式如下:

$$\left. \begin{aligned} \hat{a}_1^k &= \arg \min_{a_1^k} \left| y_1^k - h_1 a_1^k / h_2 \right|^2 \\ \hat{a}_2^k &= \arg \min_{a_2^k} \left| y_2^k - h_3 \hat{a}_1^k / h_2 - h_2 a_2^k \right|^2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

## 3 功率分配

本文主要目的是在多径瑞利衰落环境下, 针对分布式残余频偏信道中使用 Cholesky 判决反馈检测的 Alamouti STBC-OFDM 链路, 设计一种发射功率分配方法。为了达到该目的, 一种直接的途径是以最小化平均误比特率为准则设计功率分配方法。但由于 Cholesky 判决反馈检测过程的非线性, 链路平均误比特率的精确表达式分析困难, 因此本文通过最小化平均误比特率的下界来分配功率。

### 3.1 平均误比特率下界

假设链路采用  $M$ -PSK,  $M$ -PAM 或  $M$ -QAM 调制, 且在  $M > 2$  时, 映射方式为格雷映射。根据式(7), 并结合文献[15]给出的误比特率表达式, 对  $a_1^k$  进行判决的条件误比特率为

$$P_{e1} = 0.2 \exp(-g\gamma_1) \quad (8)$$

其中  $\gamma_1 = h_1^2/h_2^2/\sigma_w^2$  为  $y_1^k$  的瞬时信干噪比;  $g$  为调制方式参数<sup>[15]</sup>: 对于  $M$ -PSK,  $g = \sin^2(\pi/M)$ ; 对于  $M$ -PAM,  $g = 3/(M^2 - 1)$ ; 对于方形  $M$ -QAM,  $g = 1.5/(M - 1)$ ; 对于矩形  $M$ -QAM,  $g = 6/(5M - 4)$ 。

若  $a_1^k$  判决正确, 类似地,  $a_2^k$  的条件误比特率为  $P_{e2} = 0.2 \exp(-g\gamma_2)$ ; 若  $a_1^k$  判决错误, 则  $P_{e2} > 0.2 \exp(-g\gamma_2)$ , 其中  $\gamma_2 = h_2^2/\sigma_w^2$  为  $a_1^k$  判决正确时,  $y_2^k - h_3 \hat{a}_1^k/h_2$  的瞬时信干噪比。因此有:  $P_{e2} \geq 0.2 \exp(-g\gamma_2)$ 。由于  $\gamma_1 \leq \gamma_2$ ,  $0 < g \leq 1$ , 所以  $a_1^k$  的条件误比特率满足:  $P_{e1} \geq 0.2 \exp(-g\gamma_2)$ 。故  $0.2 \exp(-g\gamma_2)$  为  $P_{e1}$  和  $P_{e2}$  共同的下界。由此, 链路的平均误比特率下界可表达为

$$\bar{P}_L = \int_0^\infty 0.2 \exp(-g\gamma_2) f_{\gamma_2}(\gamma_2) d\gamma_2 \quad (9)$$

其中  $f_{\gamma_2}(\gamma_2)$  为  $\gamma_2$  的概率密度函数。

将  $\gamma_2$  展开, 可得  $\gamma_2 = \frac{\sum_{m=1}^2 p_m |A_m^0|^2 |H_m^k|^2}{\sum_{m=1}^2 p_m \xi_m (1 - |A_m^0|^2) + \sigma_n^2}$ , 其中  $|A_m^0|^2 = \left( \frac{\sin(\pi\varepsilon_m)}{K \sin(\pi\varepsilon_m/K)} \right)^2$ 。通常,  $K$  远大于  $\pi\varepsilon_m$ , 故

$K \sin(\pi \varepsilon_m / K) \approx \pi \varepsilon_m$  [3], 相应地,  $|A_m^0|^2 \approx (\sin(\pi \varepsilon_m) / \pi \varepsilon_m)^2$ . 对  $(\sin(\pi \varepsilon_m) / \pi \varepsilon_m)^2$  进行二阶泰勒展开, 可得  $(\sin(\pi \varepsilon_m) / \pi \varepsilon_m)^2 \approx 1 - \pi^2 \varepsilon_m^2 / 3$ . 因此,  $|A_m^0|^2 \approx 1 - \pi^2 \varepsilon_m^2 / 3$ . 于是,  $\gamma_2$  可简化为

$$\gamma_2 \approx \left( \sum_{m=1}^2 p_m \left( 1 - \frac{\pi^2 \varepsilon_m^2}{3} \right) |H_m^k|^2 \right) / \left( \sum_{m=1}^2 \frac{p_m \xi_m \pi^2 \varepsilon_m^2}{3} + \sigma_n^2 \right) \quad (10)$$

由于残余频偏  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  独立同分布, 结合式(9)和式(10)易知, 链路平均误比特率下界  $\bar{P}_L$  可表示为

$$\bar{P}_L = \int_0^\infty 0.2 e^{-g\gamma_2} \left[ \int \int f_{\gamma_2}(\gamma_2 | \varepsilon_1^2, \varepsilon_2^2) f_{\varepsilon^2}(\varepsilon_1^2) \cdot f_{\varepsilon^2}(\varepsilon_2^2) d\varepsilon_1^2 d\varepsilon_2^2 \right] d\gamma_2 \quad (11)$$

其中  $f_{\gamma_2}(\gamma_2 | \varepsilon_1^2, \varepsilon_2^2)$  为给定  $\varepsilon_1^2$  和  $\varepsilon_2^2$  时,  $\gamma_2$  的条件概率密度函数;  $f_{\varepsilon^2}(\varepsilon_m^2)$  为  $\varepsilon_m^2$  的概率密度函数.

由式(11)知, 若要求取  $\bar{P}_L$ , 需知道  $f_{\varepsilon^2}(\varepsilon_m^2)$ , 更进一步, 需要知道  $\varepsilon_m$  的概率密度函数. 然而在实际中,  $\varepsilon_m$  的具体分布获取困难. 为了获得  $\bar{P}_L$  的闭合表达式, 类似于文献[16]的近似处理方式, 本文在式(11)中用  $\varepsilon_m^2$  的均值  $E[\varepsilon_m^2] = \sigma_\varepsilon^2$  替代  $f_{\gamma_2}(\gamma_2 | \varepsilon_1^2, \varepsilon_2^2)$  中的  $\varepsilon_m^2$ , 以此进行近似计算. 于是  $\bar{P}_L$  可表示为

$$\bar{P}_L \approx \int_0^\infty 0.2 e^{-g\hat{\gamma}} f_{\hat{\gamma}}(\hat{\gamma}) d\hat{\gamma} \quad (12)$$

其中  $f_{\hat{\gamma}}(\hat{\gamma})$  为  $\hat{\gamma}$  的概率密度函数,

$$\hat{\gamma} = \gamma_2 \Big|_{\varepsilon_1^2 = \sigma_\varepsilon^2, \varepsilon_2^2 = \sigma_\varepsilon^2} = \sum_{m=1}^2 \hat{\gamma}_m$$

$$\hat{\gamma}_m = p_m (1-s) |H_m^k|^2 / \left( \sum_{m=1}^2 p_m \xi_m s + \sigma_n^2 \right)$$

$$s = \pi^2 \sigma_\varepsilon^2 / 3$$

因为  $H_1^k$  和  $H_2^k$  独立, 故  $\hat{\gamma}_1$  和  $\hat{\gamma}_2$  独立. 于是, 式(12)可进一步写为

$$\bar{P}_L \approx 0.2 \int_0^\infty e^{-g\hat{\gamma}_1} f_{\hat{\gamma}_1}(\hat{\gamma}_1) d\hat{\gamma}_1 \int_0^\infty e^{-g\hat{\gamma}_2} f_{\hat{\gamma}_2}(\hat{\gamma}_2) d\hat{\gamma}_2 \quad (13)$$

其中  $f_{\hat{\gamma}_m}(\hat{\gamma}_m)$  为  $\hat{\gamma}_m$  的概率密度函数. 由于  $|H_m^k|^2$  为服从两个自由度的  $\chi^2$  分布, 故  $\hat{\gamma}_m$  也为  $\chi^2$  分布[16]:

$$f_{\hat{\gamma}_m}(\hat{\gamma}_m) = \frac{1}{\bar{\gamma}_m} e^{-\hat{\gamma}_m / \bar{\gamma}_m} \quad (14)$$

其中  $\bar{\gamma}_m = E[\hat{\gamma}_m] = p_m \xi_m (1-s) / \left( \sum_{m=1}^2 p_m \xi_m s + \sigma_n^2 \right)$  为发射天线  $m$  到接收机间的等效平均信干噪比.

根据式(2), 式(3), 式(13)和式(14), 可计算得到链路的平均误比特率下界为

$$\bar{P}_L \approx 0.2 \left\{ \left( \sigma_n^2 + \alpha p_T \xi_1 s + (1-\alpha) p_T \xi_2 s \right)^2 / \left( \left( \sigma_n^2 + \alpha p_T \xi_1 c + (1-\alpha) p_T \xi_2 s \right) \cdot \left( \sigma_n^2 + \alpha p_T \xi_1 s + (1-\alpha) p_T \xi_2 c \right) \right) \right\} \quad (15)$$

其中  $c = (g + s(1-g))$ .

### 3.2 最小化平均误比特率下界的功率分配

令  $F(\alpha) = \bar{P}_L$ , 求解基于平均误比特率下界最小化的最优功率分配问题等效为求解:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{opt}} &= \arg \min_{\alpha} F(\alpha) \\ \text{s.t. } &0 \leq \alpha \leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中  $\alpha_{\text{opt}}$  为发射天线间的最优功率分配因子. 令  $dF(\alpha)/d\alpha = 0$ , 求解该方程, 可得  $\alpha$  有两个解:

$$\alpha_1 = \frac{\xi_2 p_T s + \sigma_n^2}{p_T s (\xi_2 - \xi_1)} \quad (17)$$

$$\alpha_2 = \left[ (\xi_2 s p_T + \sigma_n^2) (\xi_1 \xi_2 p_T (c-s) + (\xi_1 - \xi_2) \sigma_n^2) \right] / \left[ p_T \left( (\xi_1 + \xi_2)(c-s) \xi_1 \xi_2 p_T s + (2\xi_1 \xi_2 c - (\xi_1^2 + \xi_2^2)s) \sigma_n^2 \right) \right] \quad (18)$$

下面将结合如下3个结论进行分析.

**结论 1**  $\alpha_1 \notin [0, 1]$ .

**证明** 假设  $0 \leq \alpha_1 \leq 1$ , 由于  $\xi_m$ ,  $s$ ,  $p_T$  和  $\sigma_n^2$  均大于零, 则应有  $p_T s (\xi_2 - \xi_1) > 0$ . 将不等式  $0 \leq \alpha_1 \leq 1$  中各项同时乘以  $p_T s (\xi_2 - \xi_1)$  后减去  $\xi_2 p_T s$ , 可得  $-\xi_2 p_T s \leq \sigma_n^2 \leq -\xi_1 p_T s$ . 由于  $\xi_m$ ,  $s$ ,  $p_T$  和  $\sigma_n^2$  均大于零, 显然,  $-\xi_2 p_T s \leq \sigma_n^2 \leq -\xi_1 p_T s$  不成立. 故  $0 \leq \alpha_1 \leq 1$  不成立. 结论 1 得证.

因为发射天线间最优功率分配因子  $\alpha_{\text{opt}}$  应满足  $\alpha_{\text{opt}} \in [0, 1]$ , 故根据结论 1,  $\alpha_{\text{opt}} \neq \alpha_1$ .

**结论 2** 若  $\alpha_2 \in [0, 1]$ , 则  $F(\alpha_2) \leq F(\alpha)$ , 其中  $\alpha \in [0, 1]$ .

**证明** 由式(15)易知,  $F(\alpha)$  和  $dF(\alpha)/d\alpha$  在区间  $[0, 1]$  内连续. 同时, 由结论 1 知, 当  $\alpha_2 \in [0, 1]$  时,  $\alpha_2$  是方程  $dF(\alpha)/d\alpha = 0$  在区间  $[0, 1]$  内的唯一根. 故函数  $F(\alpha)$  是区间  $[0, \alpha_2]$  和  $[\alpha_2, 1]$  内的单调函数. 由于  $F(0) - F(\alpha_2) = 0.2 \left\{ \left[ (\xi_2 p_T s + \sigma_n^2) (\xi_1 \xi_2 p_T c - \xi_1 \xi_2 p_T s + \xi_1 \sigma_n^2 - \xi_2 \sigma_n^2)^2 \right] / \left[ (\xi_2 p_T c + \sigma_n^2) (\xi_1 \xi_2 p_T s + \xi_1 \xi_2 p_T c + \xi_1 \sigma_n^2 + \xi_2 \sigma_n^2) \right] \right\} \geq 0$ , 且  $F(\alpha)$  在  $[0, \alpha_2]$  内单调, 故  $F(\alpha)$  在  $[0, \alpha_2]$  上单调递减. 同理可证  $F(\alpha)$  在  $[\alpha_2, 1]$  内单调递增. 因此, 当  $\alpha = \alpha_2$  时,  $F(\alpha)$  在区间  $[0, 1]$  上取得最小值. 结论 2 得证.

由结论 2 知, 当  $\alpha_2 \in [0, 1]$  时,  $F(\alpha_2)$  是函数  $F(\alpha)$  在区间  $[0, 1]$  上的最小值. 此时,  $\alpha_{\text{opt}} = \alpha_2$ .

**结论 3** 若  $\alpha_2 \notin [0, 1]$ , 则  $F(\alpha)$  在区间  $[0, 1]$  内单调.

**证明** 当  $\alpha_2 \notin [0, 1]$  时, 由结论 1 知, 方程  $dF(\alpha)/d\alpha = 0$  在区间  $[0, 1]$  内无根. 又由式(15)易知,  $F(\alpha)$  和  $dF(\alpha)/d\alpha$  在区间  $[0, 1]$  内连续, 故  $F(\alpha)$  在区间  $[0, 1]$  内单调. 结论 3 得证.

由结论 3 知, 当  $\alpha_2 \notin [0, 1]$  时,  $F(\alpha)$  在  $[0, 1]$  内单调。在这种情况下, 若  $F(0) - F(1) \leq 0$ , 则  $F(\alpha)$  在  $[0, 1]$  内单调递增, 此时  $\alpha_{\text{opt}} = 0$ ; 若  $F(0) - F(1) > 0$ , 则  $F(\alpha)$  在  $[0, 1]$  内单调递减, 此时  $\alpha_{\text{opt}} = 1$ 。

综合以上分析, 发射天线间最优功率分配因子可表示为

$$\alpha_{\text{opt}} = \begin{cases} \alpha_2, & \alpha_2 \in [0, 1] \\ 0, & \alpha_2 \notin [0, 1], F(0) - F(1) \leq 0 \\ 1, & \alpha_2 \notin [0, 1], F(0) - F(1) > 0 \end{cases} \quad (19)$$

为了降低求取  $\alpha_{\text{opt}}$  时所需的运算量, 将式(18)所给出的  $\alpha_2$  的表达式重写为

$$\alpha_2 = \frac{(\xi_2 s p_T + \sigma_n^2)(\beta_2 + \beta_3 \sigma_n^2)}{p_T((\xi_1 + \xi_2)\beta_2 s + (2\beta_1 c - (\xi_1^2 + \xi_2^2)s)\sigma_n^2)} \quad (20)$$

其中  $\beta_1 = \xi_1 \xi_2$ ,  $\beta_2 = \lambda_1 \lambda_2$ ,  $\beta_3 = \xi_1 - \xi_2$ ,  $\lambda_1 = \beta_1 p_T$ ,  $\lambda_2 = c - s$ 。在计算  $\alpha_2$  时, 可首先计算出  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ,  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$ , 再根据式(20)求取  $\alpha_2$ 。此外, 由于  $F(0) - F(1) = 0.2 \frac{p_T \sigma_n^2 \beta_3 \lambda_2}{(\xi_1 p_T c + \sigma_n^2)(\xi_2 p_T c + \sigma_n^2)}$ , 且  $\xi_1, \xi_2, p_T$ ,

$\sigma_n^2$  和  $c$  均为正数, 故式(19)中的  $F(0) - F(1) \leq 0$  等效为  $\beta_3 \lambda_2 \leq 0$ ,  $F(0) - F(1) > 0$  等效为  $\beta_3 \lambda_2 > 0$ 。于是,  $\alpha_{\text{opt}}$  可由下式求取:

$$\alpha_{\text{opt}} = \begin{cases} \alpha_2, & \alpha_2 \in [0, 1] \\ 0, & \alpha_2 \notin [0, 1], \beta_3 \lambda_2 \leq 0 \\ 1, & \alpha_2 \notin [0, 1], \beta_3 \lambda_2 > 0 \end{cases} \quad (21)$$

其中  $\alpha_2$  由式(20)计算。

#### 4 仿真结果与分析

本节通过计算机仿真来验证本文方法的性能, 并将其与文献[10]方法以及等功率分配方法作性能对比。文献[10]利用信道统计信息, 设计了一种最小化 STBC 链路平均成对错误概率上界的预编码方法。在本文场景下, 该方法等效为发射功率分配方法, 其给出的发射天线间功率分配因子为<sup>[10]</sup>

$$\tilde{\alpha} = \begin{cases} 0, & \kappa < 0 \\ 1, & \kappa > 1 \\ \kappa, & \kappa \in [0, 1] \end{cases} \quad (22)$$

其中  $\kappa = 0.5 + \frac{2(\xi_1 - \xi_2)\sigma_n^2}{\xi_1 \xi_2 p_T \mu_0}$ ,  $\mu_0$  为一个与调制方式相关的常数<sup>[10]</sup>。

仿真参数设置如下: 2 发 1 收, BPSK 调制 ( $g = 1$ ); OFDM 子载波数为 128, 循环前缀长为 32, 子载波间隔为 20000 Hz; 两收发天线对间的信道相互独立, 且均建模为两径等增益瑞利信道, 两径间

隔为 1.5625  $\mu\text{s}$ ; 归一化残余频偏  $\epsilon_m$  在传输块内保持不变, 在传输块与传输块间随机变化, 且  $\epsilon_1$  与  $\epsilon_2$  相互独立。类似于文献[14], 仿真中采用均匀分布模拟残余频偏的随机特性, 并设定其分布区间为  $[-0.1, 0.1]$ 。在仿真中, 平均信道功率增益  $\xi_m$  保持恒定, 接收机噪声功率为  $\sigma_n^2 = -105$  dBm。

图 2 给出了发射天线间的功率分配因子  $\alpha$  与误比特率的关系。根据本文方法, 在图 2 展示的 6 种场景中, 对于在  $p_T = 20$  dBm 时,  $[\xi_1, \xi_2]$  分别为  $[-97.40$  dB,  $-107.40$  dB],  $[-100.00$  dB,  $-100.00$  dB] 和  $[-105.63$  dB,  $-97.63$  dB] 的 3 种场景, 最优功率分配因子  $\alpha_{\text{opt}}$  应分别为 0.187, 0.5 和 0.779; 对于在  $p_T = 30$  dBm 时,  $[\xi_1, \xi_2]$  分别为  $[-97.40$  dB,  $-107.40$  dB],  $[-100.00$  dB,  $-100.00$  dB] 和  $[-105.63$  dB,  $-97.63$  dB] 的 3 种场景,  $\alpha_{\text{opt}}$  应分别为 0.103, 0.5 和 0.853。从图 2 可看出, 对于上述 6 种场景, 误比特率均在本文方法给出的功率分配因子附近达到最小, 从而验证了本文方法的合理性。

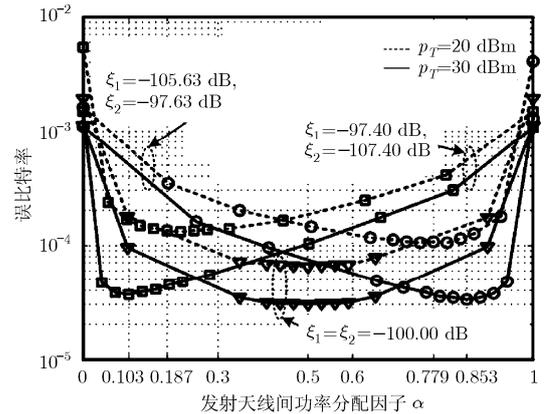


图 2 发射天线间功率分配因子  $\alpha$  与误比特率的关系

通常, 在分布式发射天线 Alamouti STBC-OFDM 链路中, 发射天线分布在不同的地理位置, 这导致两发射天线到接收机之间具有不同的平均信道功率增益(即  $\xi_1 \neq \xi_2$ )。因此, 图 3 和图 4 在  $\xi_1 \neq \xi_2$  的场景下, 对比了本文方法、文献[10]方法和等功率分配方法的性能。

从图3和图4可以看到, 在  $\xi_1 \neq \xi_2$  的场景下, 本文方法的误比特率性能优于等功率分配。同时也可观察到, 在总发射功率较低的区域, 文献[10]方法的性能优于等功率分配, 但随着总发射功率的增加, 文献[10]方法的性能变得与等功率分配相当。这是由于随着总发射功率的增加, 文献[10]的功率分配方式趋近于等功率分配<sup>[10]</sup>:  $\lim_{p_T \rightarrow \infty} \kappa = 0.5$ 。另外, 由图3和图4还可看到, 在总发射功率低的区域, 本文方法

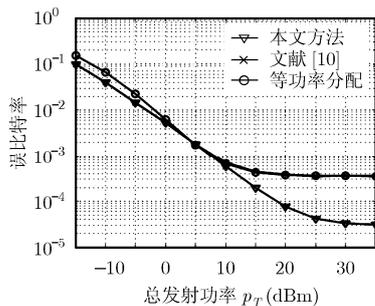


图3 3种方法的性能对比, 其中  $\xi_1 = -87.40$  dB,  $\xi_2 = -105.40$  dB

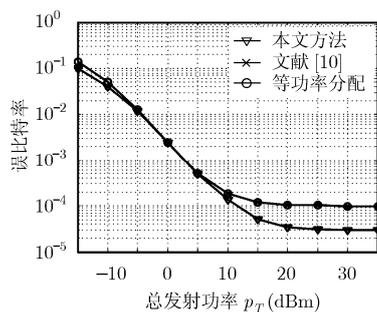


图4 3种方法的性能对比, 其中,  $\xi_1 = -87.40$  dB,  $\xi_2 = -97.40$  dB

文献[10]性能相当; 在总发射功率较高的区域, 本文方法优于文献[10], 其原因如下:

(1) 本文方法和文献[10]均通过调整各发射天线的发射功率来优化平均误比特率, 它们的主要差别在于本文方法考虑了残余频偏因素, 而文献[10]未考虑。在图3和图4中, 当总发射功率较低时, 相对于残余频偏导致的ICI干扰, 噪声对性能的影响占主导作用。此时, 两种方法的功率分配方式相似。故在图3与图4中, 当总发射功率较低时, 本文方法和文献[10]性能相当。

(2) 在图3与图4中总发射功率较高的区域, 相对于噪声, 残余频偏导致的ICI干扰对性能的影响占主导作用。此时, 误比特率主要取决于每个子载波在每条分集支路上接收到的有效信号与ICI干扰的功

率(这里把每一根发射天线到接收天线间的链路称为一条“分集支路”)。同时, 由于各分集支路间平均信道功率增益的不同, 导致同一子载波在不同分集支路上接收到的有效信号平均功率以及ICI干扰平均功率均存在差异。在这种情况下, 本文方法优于文献[10]的原因为:

(a) 文献[10]没有考虑ICI干扰, 随着总发射功率的增加, 其功率分配方式趋近于等功率分配。

(b) 本文方法考虑到ICI干扰这一因素, 利用同一子载波在不同分集支路上接收到的有效信号平均功率以及ICI干扰平均功率的差异性, 通过协调两分布天线的平均发射功率对这些有效信号和ICI干扰的平均功率进行联合优化, 使得链路平均误比特率下界达到最小。

在图3和图4中,  $\xi_1/\xi_2$  分别为 18 dB 和 10 dB。比较图3和图4, 可以看出, 两根分布发天线到接收机间的平均信道功率增益之比越大, 本文方法相对于文献[10]方法以及等功率分配方法的性能增益越大。因而, 本文方法更适用于平均信道功率增益之比较大的场景。

在本节考察的 3 种方法中, 等功率分配方法无需反馈, 而本文方法和文献[10]方法需要向发射机反馈发射天线间的功率分配因子。据此, 并结合式(21)和式(22), 表 1 给出了 3 种方法的计算复杂度对比。从表 1 可以看出, 等功率分配方法复杂度最低, 本文方法与文献[10]相比, 复杂度有一定的提升。因而, 在实际应用中, 需要根据现实资源和性能需求, 进行综合选择。

## 5 结束语

本文研究了分布式残余频偏信道中 Alamouti STBC-OFDM 的发射功率分配问题, 在考虑接收机使用 Cholesky 判决反馈检测、信号经历多径瑞利衰落的基础上, 提出了一种最小化残余频偏下链路平均误比特率下界的发射功率分配方法, 并给出了发

表 1 3 种方法复杂度对比

反馈参数	计算反馈参数所需的信道特征参量	当计算反馈参数所需的信道特征参量已知时, 计算反馈参数所需的各项运算的最大次数			
		加/减法	乘法	除法	比较
等功率分配法	无	0	0	0	0
文献[10]方法	功率分配因子	2	5	1	2
本文方法	功率分配因子	10	19	1	3

射天线间最优功率分配因子的闭合解。相比于传统的假设频率理想同步的功率分配方法(文献[10]), 在残余频偏对性能影响占主导作用的场景中, 本文方法提升了系统性能, 提升程度随两根发射天线到接收机间平均信道功率增益之比增加而增大。

### 参 考 文 献

- [1] 孙德福, 唐友喜, 邵士海, 等. 一种基于分布式发射天线的差分空时调制方法[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(3): 759-762.  
Sun De-fu, Tang You-xi, and Shao Shi-hai, *et al.*. Differential space time modulation with distributed transmit antennas [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(3): 759-762.
- [2] 冯伟, 李云洲, 王京, 等. 分布式无线通信系统下行功率分配策略[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2009, 49(7): 998-1001.  
Feng Wei, Li Yun-zhou, Wang Jing, *et al.*. Downlink power allocation in distributed wireless communication systems [J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2009, 49(7): 998-1001.
- [3] Deng Kai, Tang You-xi, and Shao Shi-hai, *et al.*. Correction of carrier frequency offsets in OFDM-based spatial multiplexing MIMO with distributed transmit antennas [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2009, 58(4): 2072-2077.
- [4] Li X, Ng F, and Han T. Carrier frequency offset mitigation in asynchronous cooperative OFDM transmissions [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(2): 675-685.
- [5] Li Zheng and Xia Xiang-gen. An alamouti coded OFDM transmission for cooperative systems robust to both timing errors and frequency offsets [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2008, 7(5): 1839-1844.
- [6] Huang Q, Ghogho M, and Wei J. Data detection in cooperative STBC-OFDM systems with multiple frequency offsets[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2009, 16(7): 600-603.
- [7] Beek J J and Borjesson P O. A time and frequency synchronization scheme for multiuser OFDM [J]. *IEEE Journal on Select Areas in Communications*, 1999, 17(11): 1900-1914.
- [8] Han Shuang-feng, Zhou Shi-dong, and Wang Jing, *et al.*. Suboptimal transmission of orthogonal space-time block codes over correlated distributed antennas [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(2): 89-92.
- [9] Dohler M, Aghvami A H, and Zhou Z. Near-optimum transmit power allocation for space-time block encoded wireless communication systems[J]. *IEEE Proceedings-Communications*, 2006, 153(3): 459-463.
- [10] Vu M and Paulraj A. Optimal linear precoders for MIMO wireless correlated channels with nonzero mean in space-time coded systems [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(6): 2318-2332.
- [11] Lin D, Chiang P, and Li H. Performance analysis of tow-branch transmit diversity block-coded OFDM systems in time-varying multipath rayleigh-fading channels [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2005, 54(1): 136-148.
- [12] Zhou Shi-dong, Zhao Ming, and Xu Xi-bin, *et al.*. Distributed wireless communication system: a new architecture for future public wireless access [J]. *IEEE Communications Magazine*, 2003, 41(3): 108-113.
- [13] Alamouti S M. A simple transmit diversity technique for wireless communications [J]. *IEEE Journal on Select Areas in Communications*, 1998, 16(8): 1451-1458.
- [14] Zhang Zhong-shan and Zhang Wei. Robust OFDMA uplink synchronization by exploiting the variance of carrier frequency offsets [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2008, 57(5): 3028-3039.
- [15] Zhou S and Giannakis G B. Adaptive modulation for multi-antenna transmissions with channel mean feedback [C]. Proc. IEEE ICC'03, Anchorage, USA, 2003, 4: 2281-2285.
- [16] Simon M K and Alouini M. Digital Communication over Fading Channels [M]. New York: John Wiley & Sons, 2000, Chapter 9-10.

孙 科: 男, 1982 年生, 博士生, 研究方向为 OFDM、分布 MIMO。  
唐友喜: 男, 1964 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为 OFDM、分布 MIMO 等。  
邵士海: 男, 1980 年生, 讲师, 研究方向为 OFDM、分布 MIMO 等。