MIMO 双基地雷达空间多目标定位方法

张永顺[①②]　　郭艺夺[②]　　赵国庆[①]　　王布宏[②]
[①](西安电子科技大学　西安　710071)
[②](空军工程大学　西安　710051)

摘　要：该文提出了一种 L 型阵列配置 MIMO 双基地雷达空间多目标定位方法。该方法利用 L 型接收阵列所包含的相对发射阵和接收阵的目标 4 维角度信息，先对接收信号进行解相干处理，然后根据 DOA 矩阵法的思想构造估计矩阵，通过特征参数与待估参数之间特定关系，导出了多目标 4 维角度联合估计算法公式，进而实现双基地雷达的空间多目标定位。该算法不涉及多维非线性谱峰搜索，只需一次特征值分解，计算量较小，且估计出的参数可自动配对。仿真结果表明了该文算法的正确性和可行性。

关键词：双基地雷达；MIMO 技术；角度估计；多目标定位
中图分类号：TN958　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2010)12-2820-05
DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00018

Multitarget Localization in Three Dimensions for MIMO Bistatic Radar

Zhang Yong-shun[①②]　　Guo Yi-duo[②]　　Zhao Guo-qing[①]　　Wang Bu-hong[②]
[①](*Xidian University*, *Xi'an* 710071, *China*)
[②](*Air Force Engineering University*, *Xi'an* 710051, *China*)

Abstract: A novel method of multitarget localization in L shaped MIMO bistatic radar is proposed. Based on four angles information involved in L shaped receiving array from target to transmiter and receiver, the joint estimation algorithm for four angles of multitarget can be obtained by the following steps: uncorrelating the array data of received echoes first, then constructing estimation matrix based on the DOA matrix method, finally using the given relationship between the eigenvalue and the estimated parameters. As a result, the multitarget localization in three dimensions is achieved in the bistatic radar. The proposed algorithm does not refer to multi-dimensional nonlinear peak search, and need only once eigenvalue decomposition, so that the computed load of the algorithm is low, and the estimated parameters of the targets can be paired automatically. The correctness and effectiveness of the proposed method are verified with the computer simulation.

Key words: Bistatic radar; MIMO technique; Angle estimation; Multitarget localization

1　引言

双基地雷达在反隐身、抗干扰、抗反辐射导弹等方面具有潜在的优势，但在实现上存在着时间、角度、频率(相位)同步的三大技术难题。MIMO (Multiple Input Multiple Output)雷达使用发射阵列同时发射多个正交信号波形，并使用接收阵列接收目标反射的信号，可实现目标角度的测量[1−4]。将MIMO技术应用在双基地雷达中，在没有角度同步的条件下，实现接收站目标角度和发射站目标角度的同时测量，这样可避开双基地“角度同步”难题，为双基地雷达目标定位提供一个新途径。

针对MIMO雷达发射角和接收角的估计，国内外学者提出了一些方法。文献[5]采用MUSIC算法来估计目标相对于发射阵的发射角和接收阵的接收角，但需要2维谱峰搜索；文献[6]基于Capon方法实现了MIMO双基地雷达2维方位角的估计，该方法假设反射因子是任意的，且同样需要2维谱峰搜索；文献[7]采用旋转不变子空间方法把MIMO双基地雷达的2维方位角参数同时估计问题转化为两个1维方位角参数估计问题，分别采用两次ESPRIT方法同时估计出目标相对发射和接收阵列的方位角，不需要2维谱峰搜索；文献[8]中提出了一种MIMO双基地雷达的目标发射角和接收角联合估计的算法，该方法采用ESPRIT方法获得了目标发射角和接收角的闭式解，并可实现参数的自动配对；文献[9]提出了一种基于传播算子的快速测向交叉多目标定位方法，使所估计的2维方位角参数能够自动配对。上述算法

2010-01-08收到，2010-05-06改回
国家自然科学基金(60601016)资助课题
通信作者：张永顺　zhyshun@yahoo.cn

都是针对平面非相干目标的2维方位角估计，没有考虑相干多目标4维空间角的估计。实际上，在许多情况下MIMO雷达多目标回波信号是相干的[10]，其原因如下：由于多普勒频率的存在，尽管不同脉冲回波信号的相位是变化的，但在几个脉冲间隔内，多普勒频率引起的相位和不同目标回波复幅度通常为常数。因此，研究多目标回波相干情况下的空间角度估计问题具有重要的实用价值。

本文建立了 L 型阵列配置的 MIMO 双基地雷达信号模型，在考虑多目标相干的情况下，提出了一种目标 2 维发射角和 2 维接收角联合估计算法，并推导出了联合估计的闭式解，从而实现对空间多目标的测向定位。该算法无需多维谱峰搜索和额外的参数配对，在保证参数估计性能的同时，降低了算法的计算量。

2　L 型阵列 MIMO 双基地雷达信号模型

L 型阵列 MIMO 双基地雷达的阵列配置如图 1 所示。发射阵列和接收阵列均采用 L 型配置的阵列，发射阵元共有 M_t 个，其中坐标 o 处为发射基准阵元(编号为 1)，Z 轴上有 $M_{t1}-1$ 个发射阵元沿 Z 轴依次编号为 $2,\cdots,M_{t1}$，Y 轴上有 M_{t2} 个发射阵元，沿 Y 轴依次编号为 $M_{t1}+1,M_{t1}+2,\cdots,M_t$，$M_t=M_{t1}+M_{t2}$；接收阵元共有 M_r 个，其中坐标 o' 处为接收基准阵元(编号为 1)，Z' 轴上有 $M_{r1}-1$ 个接收阵元，沿 Z' 轴依次编号为 $2,\cdots,M_{r1}$，Y 轴上有 M_{r2} 个接收阵元，沿 Y 轴依次编号为 $M_{r1}+1,M_{r1}+2,\cdots,M_r$，$M_r=M_{r1}+M_{r2}$；发射和接收阵元间距均为 $\lambda/2$ (λ 为载波波长)；发射阵和接收阵基线距离为 D；假设在双基地雷达系统的远场同一双基地距离单元内存在 N 个目标，其相对于发射阵的方位角和俯仰角分别为 θ_{ti},φ_{ti}，相对于接收阵的方位角和俯仰角分别为 $\theta_{ri},\varphi_{ri}\,(i=1,2,\cdots,N)$，设 θ_{ti} 和 θ_{ri} 以 X 轴和 X' 轴为基准沿逆时针旋转为正，$\varphi_{ti},\varphi_{ri}$ 以 xoy 平面为基准向上角度为正。发射站和接收站目标连线与 Y 轴正方向的夹角分别记为 α_{ti} 和 α_{ri}，容易证明 α_{ti},α_{ri}，θ_{ti},φ_{ti} 和 θ_{ri},φ_{ri} 满足如下关系：

$$\left.\begin{aligned}\cos\alpha_{ti}&=\sin\theta_{ti}\cos\varphi_{ti}\\ \cos\alpha_{ri}&=\sin\theta_{ri}\cos\varphi_{ri}\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

设第 k 个发射阵元的辐射信号为

$$S_k(t)=g_k(t)\exp\left(j2\pi f_0t+j\phi_k\right),\quad k=1,\cdots,M_{t1},M_{t1}+1,\cdots,M_t\tag{2}$$

其中 ϕ_k 为第 k 个阵元发射信号的初相(不失一般性，设初相为零)，$f_0=c/\lambda$ 为中心频率，$g_k(t)$ 为第 k 个阵元发射信号的复包络，根据 MIMO 技术特点，各发射信号相互正交，即

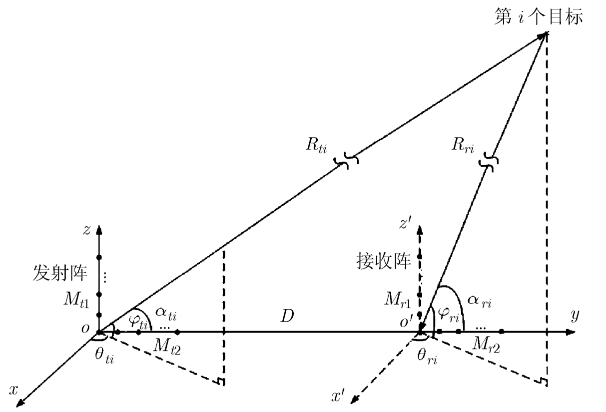

图 1 MIMO 双基地雷达 L 型阵列配置

$$\int S_p(t)S_q^*(t)\,\mathrm{d}t=\begin{cases}0, & p\neq q\\ 1, & p=q\end{cases}\tag{3}$$

则发射阵列到达第 i 个目标的信号为

$$\begin{aligned}S_{ti}(t)&=\sum_{k=1}^{M_t}S_k\left(t-\tau_{tik}\right)\\ &=\sum_{k=1}^{M_t}g_k\left(t-\tau_{tik}\right)\exp\left(j2\pi f_0t\right)\exp\left(-j2\pi f_0\tau_{tik}\right)\\ &\quad i=1,\cdots,N\end{aligned}\tag{4}$$

其中 $\tau_{tik}=R_{tik}/c$，R_{tik} 为第 k 个发射阵元到第 i 个目标的距离，

$$\exp(-j2\pi f_0\tau_{tik})=\exp[-j2\pi f_0(\tau_i+\tau_k(\theta_{ti},\varphi_{ti}))]$$

而 $\exp(-j2\pi f_0\tau_i)$ 为发射参考阵元到第 i 个目标的距离产生的相移项，$\exp(-j2\pi f_0\tau_k(\theta_{ti},\varphi_{ti}))$ 为第 i 个目标方向上第 k 个发射阵元与参考阵元之间的距离引起的相移项，

$$\begin{aligned}\tau_k(\theta_{ti},\varphi_{ti})&=(1/c)(x_k\cos\theta_{ti}\cos\varphi_{ti}\\ &\quad+y_k\sin\theta_{ti}\cos\varphi_{ti}+z_k\sin\varphi_{ti})\end{aligned}$$

又因为发射信号为窄带信号，即 $g_k(t-\tau_{tik})\approx g_k(t)$，所以式(4)可写成

$$S_{ti}(t)=\exp\left(-j2\pi f_0\tau_i\right)\boldsymbol{a}_t^{\mathrm{T}}(\theta_{ti},\varphi_{ti})\boldsymbol{S}(t),\ i=1,\cdots,N\tag{5}$$

其中

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}_t(\theta_{ti},\varphi_{ti})=\big[&1,\exp\left(-j\pi\sin\varphi_{ti}\right),\cdots,\\ &\exp\left(-j\pi\left(M_{t1}-1\right)\sin\varphi_{ti}\right),\\ &\exp\left(-j\pi\sin\theta_{ti}\cos\varphi_{ti}\right),\cdots,\\ &\exp\left(-j\pi M_{t2}\sin\theta_{ti}\cos\varphi_{ti}\right)\big]^{\mathrm{T}}\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{S}(t)=\left[S_1(t),S_2(t),\cdots,S_{M_{t1}}(t),S_{M_{t1}+1}(t),\cdots,S_{M_t}(t)\right]^{\mathrm{T}}$$

因此，第 m 个接收阵元接收的单次回波信号为

$$\begin{aligned}S_{rm}(t)&=\sum_{i=1}^{N}S_{ri}\left(t-\tau_{rim}\right)\\ &=\sum_{i=1}^{N}\exp\left(-j2\pi f_0\tau_i\right)\boldsymbol{a}_t^{\mathrm{T}}(\theta_{ti},\varphi_{ti})\\ &\quad\cdot\boldsymbol{S}(t)\exp\left(-j2\pi f_0\tau_{rim}\right)+n_m(t)\end{aligned}\tag{6}$$

其中n_m为第 m 个接收阵元的背景噪声，假设其为零均值的高斯白噪声，与信号不相关，$\tau_{rim}=R_{rim}/c$，R_{rim}为第m个接收阵元到第i个目标的距离，$\exp(-j2\pi f_0\tau_{rim})=\exp[-j2\pi f_0(\tau_i'+\tau_m(\theta_{ti},\varphi_{ti}))]$，而$\exp(-j2\pi f_0\tau_i')$为接收参考阵元到第$i$个目标的距离产生的相移项，$\exp(-j2\pi f_0\tau_m(\theta_{ti},\varphi_{ti}))$为第 i 个目标方向上第m个发射阵元与参考阵元之间的距离引起的相移项，

$$\tau_m(\theta_{ri},\varphi_{ri})=(1/c)(x_m\cos\theta_{ri}\cos\varphi_{ri}+y_m\sin\theta_{ri}\cos\varphi_{ri}+z_m\sin\varphi_{ri})$$

将其代入式(6)，并进行化简可得

$$S_{rm}(t)=\begin{cases}\boldsymbol{a}_{rm}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\varphi})\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\varphi})\boldsymbol{S}(t)+n_m(t),\\ \qquad m=1,\cdots,M_{r1}\\ \boldsymbol{a}'_{rm}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\varphi})\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\varphi})\boldsymbol{S}(t)+n_m(t),\\ \qquad m=M_{r1}+1,\cdots,M_r\end{cases}\tag{7}$$

其中

$$\boldsymbol{a}_{rm}(,\boldsymbol{\varphi})=\left[\exp\left(-j\left(\pi(m-1)+\frac{2\pi D}{\lambda}\right)\sin\varphi_{r1}\right),\cdots,\exp\left(-j\left(\pi(m-1)+\frac{2\pi D}{\lambda}\right)\sin\varphi_{rN}\right)\right]$$

$$\boldsymbol{a}'_{rm}(,\boldsymbol{\varphi})=\left[\exp\left(-j\left(\pi(m-M_{r1})+2\pi D/\lambda\right)\cdot\sin\theta_{r1}\cos\varphi_{r1}\right),\cdots,\exp(-j(\pi(m-M_{r1})+2\pi D/\lambda)\sin\theta_{rN}\cos\varphi_{rN})\right]$$

$$\boldsymbol{\Gamma}=\mathrm{diag}\left[\exp\left(-j2\pi f_0\left(\tau_1+\tau_1'\right)\right),\cdots,\exp\left(-j2\pi f_0\left(\tau_N+\tau_N'\right)\right)\right]$$

$$\boldsymbol{A}_t(,\boldsymbol{\varphi})=\left[\boldsymbol{a}_t(\theta_1,\varphi_1);\cdots;\boldsymbol{a}_t(\theta_N,\varphi_N)\right]$$

将接收阵列的单次回波信号写成矢量形式为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}_r(t)&=\left[S_{r1}(t),\cdots,S_{rM_{r1}}(t),S_{r(M_{r1}+1)}(t),\cdots,S_{rM_r}(t)\right]^{\mathrm{T}}\\&=\boldsymbol{A}_r(,\boldsymbol{\varphi})\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}(,\boldsymbol{\varphi})\boldsymbol{S}(t)+\boldsymbol{N}(t)\end{aligned}\tag{8}$$

式中$\boldsymbol{A}_r(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\varphi})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}_{r1}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\varphi})\\ \vdots\\ \boldsymbol{a}'_{rM_r}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\varphi})\end{bmatrix}$，为叙述方便起见，后面将$\boldsymbol{A}_r(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\varphi})$记为$\boldsymbol{A}_r$，$\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\varphi})$记为$\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}$。

3 算法描述

由于 MIMO 雷达发射的信号是相互正交的，且为已知信号，所以用各发射信号副本分别对接收的单次回波信号进行匹配滤波可得与发射信号相对应的M_t个虚拟阵列

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Y}_m&=\int\boldsymbol{S}_r(t)S_m^*(t)\mathrm{d}t\\&=\boldsymbol{A}_r\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_m+\int\boldsymbol{N}(t)S_m^*(t)\mathrm{d}t\\&=\begin{cases}\boldsymbol{A}_r\boldsymbol{D}_m\boldsymbol{\eta}+\boldsymbol{N}_m, & m=1,\cdots,M_{t1}\\ \boldsymbol{A}_r\boldsymbol{D}'_m\boldsymbol{\eta}+\boldsymbol{N}_m, & m=M_{t1}+1,\cdots,M_t\end{cases}\end{aligned}\tag{9}$$

其中$\boldsymbol{e}_m$是第m个元素为 1，其它元素均为 0 的列向量；$\boldsymbol{\eta}=\mathrm{vect}(\boldsymbol{\Gamma})$，表示取对角阵$\boldsymbol{\Gamma}$的对角线上的元素组成的矢量；$\boldsymbol{D}_m=\mathrm{diag}[\exp(-j\pi(m-1)\sin\varphi_{t1}),\cdots,\exp(-j\pi(m-1)\sin\varphi_{tN})]$;$\boldsymbol{D}'_m=\mathrm{diag}[\exp(-j\pi(m-M_{t1})\sin\theta_{t1}\cos\varphi_{t1}),\cdots,\exp(-j\pi(m-M_{t1})\sin\theta_{tN}\cdot\cos\varphi_{tN})]$；$\boldsymbol{N}_m$为第$m$个虚拟阵列的噪声，均为高斯白噪声。

由$\boldsymbol{D}_m$和$\boldsymbol{D}'_m$的表达式可得

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{D}_{m+1}&=\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{D}_m, & m&=1,\cdots,M_{t1}-1\\ \boldsymbol{D}'_{m+1}&=\boldsymbol{D}'_{M_{t1}+1}\boldsymbol{D}'_m, & m&=M_{t1}+1,\cdots,M_t-1\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

当$m=1,\cdots,M_{t1}-1$时，由式(9)可得第 m 个虚拟阵列的自协方差矩阵及其与第 m+1 个虚拟阵列的互协方差矩阵分别为

$$\boldsymbol{R}_m=\boldsymbol{Y}_m\boldsymbol{Y}_m^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{A}_r\boldsymbol{D}_m\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\eta}}\boldsymbol{D}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{H}}+\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{M_r}\tag{11}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_{m+1,m}&=\boldsymbol{Y}_{m+1}\boldsymbol{Y}_m^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{A}_r\boldsymbol{D}_{m+1}\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\eta}}\boldsymbol{D}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{H}}\\&=\boldsymbol{A}_r\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{D}_m\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\eta}}\boldsymbol{D}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{H}}\end{aligned}\tag{12}$$

式中$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\eta}}=\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{H}}$，$\sigma_n^2$为噪声功率，$\boldsymbol{I}_{M_r}$表示$M_r\times M_r$的单位阵。

因为$\mathrm{rank}(\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\eta}})=1$，这意味着对这些虚拟子阵来说，多目标回波信号是完全相干的，所以要获得对目标角度信息的正确估计，需对这些回波信号进行解相干。由式(11)，式(12)可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_z&=\frac{1}{M_{t1}-1}\sum_{m=1}^{M_{t1}-1}\boldsymbol{R}_m\\&=\frac{1}{M_{t1}-1}\boldsymbol{A}_r\left(\sum_{m=1}^{M_{t1}-1}\boldsymbol{D}_m\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\eta}}\boldsymbol{D}_m^{\mathrm{H}}\right)\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{H}}+\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{M_r}\\&=\frac{1}{M_{t1}-1}\boldsymbol{A}_r\boldsymbol{R}_{zs}\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{H}}+\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{M_r}\end{aligned}\tag{13}$$

$$\boldsymbol{R}_h=\frac{1}{M_{t1}-1}\sum_{m=1}^{M_{t1}-1}\boldsymbol{R}_{m+1,m}=\frac{1}{M_{t1}-1}\boldsymbol{A}_r\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{R}_{zs}\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{H}}\tag{14}$$

式中$\boldsymbol{R}_{zs}=\sum_{m=1}^{M_{t1}-1}\boldsymbol{D}_m\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\eta}}\boldsymbol{D}_m^{\mathrm{H}}$。

同理可得：当$m=M_{t1}+1,\cdots,M_t-1$时，有

$$\boldsymbol{R}'_m=\boldsymbol{Y}_m\boldsymbol{Y}_m^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{A}_r\boldsymbol{D}'_m\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\eta}}\boldsymbol{D}_m'^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{H}}+\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{M_r}\tag{15}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}'_{m+1,m}&=\boldsymbol{Y}_{m+1}\boldsymbol{Y}_m^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{A}_r\boldsymbol{D}'_{m+1}\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\eta}}\boldsymbol{D}_m'^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{H}}\\&=\boldsymbol{A}_r\boldsymbol{D}'_{M_{t1}+1}\boldsymbol{D}'_m\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\eta}}\boldsymbol{D}_m'^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{H}}\end{aligned}\tag{16}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_z' &= \frac{1}{M_{t2}-1}\sum_{m=M_{t1}+1}^{M_t-1}\boldsymbol{R}_m' \\ &= \frac{1}{M_{t2}-1}\boldsymbol{A}_r\left(\sum_{m=M_{t1}+1}^{M_t-1}\boldsymbol{D}_m'\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\eta}}\boldsymbol{D}_m'^{\mathrm{H}}\right)\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{H}}+\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{M_r} \\ &= \frac{1}{M_{t2}-1}\boldsymbol{A}_r\boldsymbol{R}_{zs}'\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{H}}+\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{M_r}\end{aligned} \tag{17}$$

$$\boldsymbol{R}_h'=\frac{1}{M_{t2}-1}\sum_{m=M_{t1}+1}^{M_t-1}\boldsymbol{R}_{m+1,m}'=\frac{1}{M_{t2}-1}\boldsymbol{A}_r\boldsymbol{D}_{M_{t1}+1}'\boldsymbol{R}_{zs}'\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{H}} \tag{18}$$

式中 $\boldsymbol{R}_{zs}'=\sum_{m=M_{t1}+1}^{M_t-1}\boldsymbol{D}_m'\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\eta}}\boldsymbol{D}_m'^{\mathrm{H}}$。可以证明：$\mathrm{rank}(\boldsymbol{R}_{zs})=\min(M_{t1}-1,N)$，$\mathrm{rank}(\boldsymbol{R}_{zs}')=\min(M_{t2}-1,N)$。若 $M_{t1}>N$，$M_{t2}>N$，$\mathrm{rank}(\boldsymbol{R}_{zs})=\mathrm{rank}(\boldsymbol{R}_{zs}')=N$，即实现了对所有目标信号的解相干。

根据 DOA 矩阵法的思想，利用 $\boldsymbol{R}_z$，$\boldsymbol{R}_h$ 和 $\boldsymbol{R}_z'$，$\boldsymbol{R}_h'$ 可以构造如下矩阵：

$$\boldsymbol{G}_1=\boldsymbol{R}_h\left(\boldsymbol{R}_z-\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{M_r}\right)^{\#}=\boldsymbol{A}_r\boldsymbol{D}_2\left(\boldsymbol{A}_r\right)^{\#} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{G}_2=\boldsymbol{R}_h'\left(\boldsymbol{R}_z'-\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{M_r}\right)^{\#}=\boldsymbol{A}_r\boldsymbol{D}_{M_{t1}+1}'\left(\boldsymbol{A}_r\right)^{\#} \tag{20}$$

式中上标#表示取伪逆。

式(19)，式(20)表明：$\boldsymbol{D}_2$ 和 $\boldsymbol{D}_{M_{t1}+1}'$ 分别为 $\boldsymbol{G}_1$ 和 $\boldsymbol{G}_2$ 的特征值矩阵，$\boldsymbol{A}_r$ 为两者共同的特征向量矩阵。对 $\boldsymbol{G}_1$ 进行特征值分解，可得 N 个大特征值 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_N$，其对应的特征向量分别为 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\cdots,\boldsymbol{e}_N$。由 $\boldsymbol{a}_{rm}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\varphi})$ 和 $\boldsymbol{a}_{rm}'(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\varphi})$ 的表达式可知

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{e}_i(2)/\boldsymbol{e}_i(1)=\boldsymbol{e}_i(3)/\boldsymbol{e}_i(2)=\cdots \\ &\quad=\boldsymbol{e}_i(M_{r1})/\boldsymbol{e}_i(M_{r1}-1) \\ &\quad=\exp(-j\pi\sin\varphi_{ri})\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{e}_i(M_{r1}+2)/\boldsymbol{e}_i(M_{r1}+1) \\ &\quad=\boldsymbol{e}_i(M_{r1}+3)/\boldsymbol{e}_i(M_{r1}+2) \\ &\quad=\cdots=\boldsymbol{e}_i(M_r)/\boldsymbol{e}_i(M_r-1) \\ &\quad=\exp(-j\pi\sin\theta_{ri}\cos\varphi_{ri})\end{aligned} \tag{22}$$

记

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_1=&\left[\boldsymbol{e}_i(2)/\boldsymbol{e}_i(1),\boldsymbol{e}_i(3)/\boldsymbol{e}_i(2),\cdots,\right. \\ &\left.\boldsymbol{e}_i(M_{r1})/\boldsymbol{e}_i(M_{r1}-1)\right] \\ \boldsymbol{u}_2=&\left[\boldsymbol{e}_i(M_{r1}+2)/\boldsymbol{e}_i(M_{r1}+1),\boldsymbol{e}_i(M_{r1}+3)\right. \\ &\left./\boldsymbol{e}_i(M_{r1}+2),\cdots,\boldsymbol{e}_i(M_r)/\boldsymbol{e}_i(M_r-1)\right]\end{aligned}$$

则由 $\boldsymbol{u}_1$，$\boldsymbol{u}_2$ 和 $\boldsymbol{D}_2$ 可求得目标相对接收阵列的俯仰角和方位角以及相对发射阵俯仰角的估计值：

$$\hat{\varphi}_{ri}=\arcsin\left\{-\frac{1}{\pi(M_{r1}-1)}\mathrm{sum}\left[\mathrm{angle}(\boldsymbol{u}_1)\right]\right\} \tag{23}$$

$$\hat{\theta}_{ri}=\arcsin\left\{-\frac{1}{\pi\cos\hat{\varphi}_{ri}(M_{r2}-1)}\mathrm{sum}\left[\mathrm{angle}(\boldsymbol{u}_2)\right]\right\} \tag{24}$$

$$\hat{\varphi}_{ti}=\arcsin\left\{-\mathrm{angle}(\lambda_i)/\pi\right\} \tag{25}$$

式中 sum 表示求和，angle 表示求相位角。

由于 $\boldsymbol{G}_1$，$\boldsymbol{G}_2$ 有相同的特征向量，且由式(23)可知：要得到目标相对发射阵的方位角估计，只需获得 $\boldsymbol{G}_2$ 的特征向量即可。因此，为了减小计算量且实现目标参数的自动配对，可以采用如下方法来估计 $\boldsymbol{G}_2$ 的第 i 个特征值

$$\lambda_i'=\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G}_2\boldsymbol{e}_i,\quad i=1,2,\cdots,N \tag{26}$$

因此，根据 $\boldsymbol{D}_{M_{t1}+1}'$ 的表达式，可求得目标相对发射阵的方位角估计值为

$$\hat{\theta}_{ti}=\arcsin\left\{-\mathrm{angle}(\lambda_i')/\pi\cos\hat{\varphi}_{ti}\right\},\quad i=1,2,\cdots,N \tag{27}$$

在求出目标相对于发射阵和接收阵的 2 维角度后，利用双基地基线距离已知的条件，采用测向定位法可得到目标相对发射站或接收站的距离，从而实现对空间多个目标的定位。由式(1)可知：

$$\hat{\alpha}_{ti}=\begin{cases}\arccos\left(\sin\hat{\theta}_{ti}\cos\hat{\varphi}_{ti}\right), & \hat{\theta}_{ti}\ge 0\\ \pi-\arccos\left(\sin\hat{\theta}_{ti}\cos\hat{\varphi}_{ti}\right), & \hat{\theta}_{ti}<0\end{cases} \tag{28a}$$

$$\hat{\alpha}_{ri}=\begin{cases}\arccos\left(\sin\hat{\theta}_{ri}\cos\hat{\varphi}_{ri}\right), & \hat{\theta}_{ri}\ge 0\\ \pi-\arccos\left(\sin\hat{\theta}_{ri}\cos\hat{\varphi}_{ri}\right), & \hat{\theta}_{ri}<0\end{cases} \tag{28b}$$

如图 1 所示，根据正弦定理可得

$$\hat{R}_{ri}=\frac{\sin\hat{\alpha}_{ti}}{\sin(\hat{\alpha}_{ri}-\hat{\alpha}_{ti})}D \tag{29}$$

根据图 1 中的几何关系，可求得目标在空间中相对接收站的 3 维坐标为

$$\left.\begin{aligned}\hat{x}_i&=\hat{R}_{ri}\cos\hat{\varphi}_{ri}\cos\hat{\theta}_{ri}\\ \hat{y}_i&=D+\hat{R}_{ri}\cos\hat{\varphi}_{ri}\cos\hat{\theta}_{ri}\sin\hat{\theta}_{ri}\\ \hat{z}_i&=\hat{R}_{ri}\sin\hat{\varphi}_{ri}\end{aligned}\right\} \tag{30}$$

从而实现了对空间目标的定位。

4　计算机仿真结果

仿真 1　算法对目标的角度估计和定位结果

设总发射阵元数为 6，其中 $M_{t1}=3$，$M_{t2}=3$，总接收阵元数为 16，其中 $M_{r1}=8$，$M_{r2}=8$，发射阵和接收阵的基线距离 D=50 km，信噪比为 20 dB。假设 MIMO 双基地雷达远场有 2 个目标，其相对于发射阵和接收阵的 2 维方位角和俯仰角分别为 $(\theta_{t1},\varphi_{t1},\theta_{r1},\varphi_{r1})=(60^\circ,20^\circ,10^\circ,40^\circ)$ 和 $(\theta_{t2},\varphi_{t2},\theta_{r2},\varphi_{r2})=(-25^\circ,35^\circ,-45^\circ,30^\circ)$。图 2 给出了本文算法对两个空间目标进行 10 次 Monter-carlo 试验的 3 维坐标的定位结果。

从图 2 可看出：本文算法在估计出目标相对发射阵和接收阵的空间角度后，通过空间几何关系，得出了目标所对应的 3 维坐标，从而实现了多目标的空间定位。

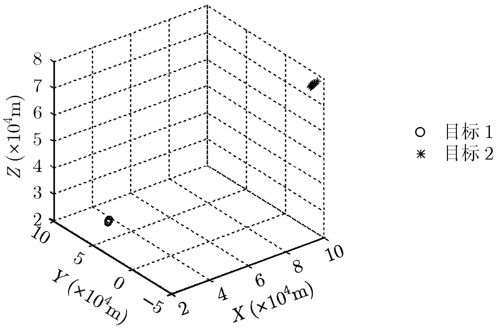

图 2 空间目标定位结果图

仿真 2 算法的统计性能

发射阵列参数设置同仿真 1。定义目标定位的 RMSE 为

$$\mathrm{RMSE}_i=\frac{1}{100}\sum_{k=1}^{100}\sqrt{\left(\hat{x}_i-x_i\right)^2+\left(\hat{y}_i-y_i\right)^2+\left(\hat{z}_i-z_i\right)^2}$$

其中 x_i，y_i 和 z_i 为目标对应的真实位置。图 3 给出了不同接收阵元条件下，目标定位均方根误差(RMSE)随信噪比变化的曲线。图中信噪比从 0 dB 按步长 1 dB 变化到 30 dB，仿真结果为 100 次 Monte-Carlo 实验(每个 SNR 点做 100 次 Monte-Carlo 仿真)的统计结果。从 Monte-Carlo 仿真结果可以看出：随着信噪比的提高，目标定位 RMSE 逐渐减小。随着接收阵元数的增加，目标定位 RMSE 逐渐减小。当信噪比较高时，目标定位的精度较高，接收阵元数目对定位性能的影响减小。

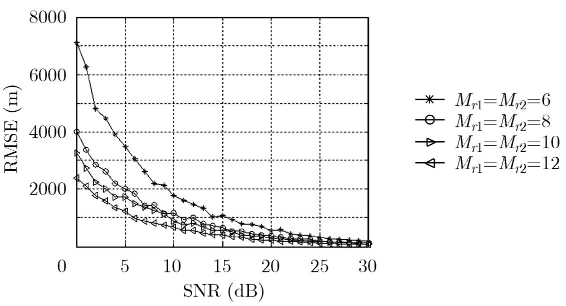

图 3 RMSE 随 SNR 的变化曲线

5 结论

本文提出了 L 型阵列配置的 MIMO 双基地雷达对空间多目标的定位方法，推导出了多目标两维发射角和两维接收角的估计算法公式，并通过实例给出了仿真结果。本文方法具有以下优点：

(1)可同时估计目标相对于发射阵和接收阵的 2 维方位角和俯仰角，在双基地雷达基线已知的情况下，可实现对多目标的空间定位；

(2)避免了多维非线性谱峰搜索，只需一次特征值分解，算法的计算量较小，有利于工程实现；

(3)所估计的参数能自动配对，不需要额外的参数配对运算，降低了算法的复杂度。

参 考 文 献

[1] Fishler E, Haimovich A, and Blum R, *et al.*. MIMO radar: an idea whose time has come[C]. Proceedings of the IEEE Radar Conference, Newark, NJ, USA, 2004: 71–78.

[2] Fishier E, Haimovich A, and Blum R, *et al.*. Spadal diversity in radars models and detection performance[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(3): 823–838.

[3] Stoica P, Li J, and Xie Y. On probing signal design for MIMO radar [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(8): 4151–4161.

[4] Lehmann N H, Pishler E, and Haimovich A M, *et al.*. Evaluation of transmit diversity in MIMO radar direction finding[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(5): 2215–2225.

[5] Li Ji, Conan J, and Pierre S. Joint estimation of channel parameters for MIMO communication systems[C]. 2nd International Symposium on Wireless Communication Systems, Siena, Italy, 2005: 22–26.

[6] Yan Hai-dong, Li Jun, and Liao Gui-sheng. Multitarget identification and localization using bistatic MIMO radar systems[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2008, 8(2): 1–8.

[7] Chen Duo-fang, Chen Bai-Xiao, and Qi Guo-dong. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar [J]. *Electronics Letters,* 2008, 44(12): 770–771.

[8] Li Jun, Liao Gui-sheng, Jin Ming, and Ma Qian. Multitarget detection and localization method for bistatic MIMO radar[C]. Radar Conference, 2009 IET International, Guillin, China, 2009: 1–4.

[9] 陈金立, 顾红, 苏卫民. 一种双基地 MIMO 雷达快速多目标定位方法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(7): 1664–1668.
Chen Jin-li, Gu Hong, and Su Wei-min. A method for fast multi-target localization in bistatic MIMO radar system[J]. *Journal of Electronics & Information Technology,* 2009, 31(7): 1664–1668.

[10] Li Jian and Stoica P. MIMO Radar Signal Processing[M]. John Wiley & Sons, Inc. 2009, 168–170.

张永顺： 男，1961 年生，教授，研究方向为双基地雷达、阵列信号处理、雷达电子对抗.

郭艺夺： 男，1982 年生，博士生，研究方向为阵列信号处理、雷达系统.

赵国庆： 男，1953 年生，教授，博士生导师，研究方向为信息对抗、雷达新技术.

王布宏： 男，1975 年生，副教授，研究方向为阵列信号处理.