

NURBS 曲面建模的电大目标的宽带 RCS 快速计算

关莹 龚书喜 张帅 路宝 洪涛

(西安电子科技大学天线与微波技术国防科技重点实验室 西安 710071)

摘要: 该文采用物理光学方法(PO), 快速计算了非均匀有理 B 样条 (NURBS) 曲面建模的电大目标的时域瞬态散射和宽带雷达截面(RCS)。通过对频域物理光学散射场表达式进行逆傅里叶变换推导出卷积形式的瞬态散射表达式; 对频域物理光学积分进行逆傅里叶变换得到时域物理光学积分的表达式。为了避免数值积分的使用, 将 NURBS 曲面等参数离散为一组三角面片, 运用 Radon 变换得到了时域和频域物理光学积分的精确闭式表达式。遮挡消隐时使用改进的 z-buffer 方法进行了加速。对时域瞬态散射场快速傅里叶变换得到目标的宽带 RCS。文中计算了高斯脉冲平面波入射下模型的瞬态散射响应和宽带 RCS, 数值结果表明该文方法具有很高的计算精度, 且计算速度快于传统时域物理光学法(TDPO)。

关键词: 宽频带 RCS; NURBS 曲面; 时域物理光学积分; Radon 变换; z-buffer 算法

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)11-2730-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.01637

Fast Computation of Wideband RCS of Electrically Large Targets Modeled with NURBS Surfaces

Guan Ying Gong Shu-xi Zhang Shuai Lu Bao Hong Tao

(National Key Laboratory of Science and Technology on Antennas and Microwaves, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: The Physical Optics (PO) algorithm is utilized to compute the transient scattering response and wideband Radar Cross Section (RCS) of electrically large targets modeled with NonUniform Rational B-Spline (NURBS) surfaces. The formula for the time-domain scattered field is obtained with an inverse Fourier transform, which contains a convolution product. The time-domain PO integral is also derived with the inverse Fourier transform. In order to avoid the utilization of numerical integrations, the NURBS surfaces are discretized into small triangular facets, and Radon transform is introduced to obtain closed-form expressions for the time-domain and frequency-domain PO integrals. The improved z-buffer technique is used in the judgement and elimination of shadows for the sake of acceleration. The wideband RCS is obtained with the Fast Fourier Transform (FFT). The RCS of several targets is calculated under Gaussian-pulse plane wave incidence. Results show that the proposed method has a high accuracy and is faster than the traditional Time-Domain Physical Optics (TDPO).

Key words: Wideband RCS; NURBS surfaces; Time-Domain PO (TDPO) integral; Radon transform; z-buffer algorithm

1 引言

随着计算机辅助几何设计(CAGD)的发展, 基于非均匀有理 B 样条(NURBS)曲面建模的复杂目标的雷达截面(RCS)计算研究受到越来越广泛的关注, 其中一种行之有效的计算方法就是物理光学法(PO)^[1-3]。同时, 超宽带雷达的广泛应用也使得时域物理光学法(TDPO)成为电磁学的研究热点之一^[4-7]。物理光学法是一种高频算法, 其在电大尺寸目标的 RCS 预估中显示出内存需求少, 计算速度

快等优点, 方法的核心是曲面上物理光学积分的计算。然而, 以往物理光学积分的求解基本上都是在频域中进行的, 被积函数的高速振荡性导致其解法多采用数值积分或者渐近方法, 得到的是近似的结果, 精度受限^[8]。文献[4]首次将频域物理光学近似的概念推广至时域, 推导出时域物理光学法的计算公式。其在求解时域瞬态散射场时采用数值积分, 计算速度慢。文献[7]对频域物理光学的远区散射场公式和其频域等效电流密度进行逆傅里叶变换, 得到了时域物理光学另一种形式的表达式, 其在计算时域散射场时也采用了数值积分。另一方面, 在已发表的文献中, 时域物理光学法计算的目标均不是

2009-12-25 收到, 2010-05-07 改回

国家自然科学基金(60801042)资助课题

通信作者: 关莹 guanying_wanwan@163.com

采用 NURBS 曲面建模^[4-7]。因此, 寻求一种能够准确快速计算 NURBS 曲面建模的目标瞬态散射的时域物理光学法就显得十分重要。

时域物理光学法的核心是时域物理光学积分的计算, 其计算精度与速度直接影响到瞬态散射响应结果。文献[9]利用 Radon 变换得到了三角面片上时域和频域物理光学积分的精确的闭式表达式, 避免了繁琐耗时的数值积分。文献[10]将 NURBS 表面上的 2 维时域物理光学积分转化为 1 维线积分, 然后采用两曲面求交线的步进算法求解该线积分。文献[9, 10]中讨论的入射场都是单频的时谐场平面波, 没有涉及目标的时域响应及宽频带特性。

为了快速计算 NURBS 曲面建模的电大目标的瞬态散射场及宽带 RCS, 本文将文献[9]的工作进一步深入。首先, 本文推导了适用于 Radon 变换的卷积形式的物理光学瞬态散射场表达式; 其次, 为了仍然能够使用精确的闭式表达式来计算物理光学积分, 从而提高散射场的计算速度及精度, 本文将 NURBS 曲面等参数离散为一组三角面片。采用改进的 z-buffer 算法对离散后的 NURBS 曲面进行快速准确的遮挡判断, 然后利用 Radon 变换解析地计算了位于亮区的三角面片上的时域物理光学积分。算出时域散射场后通过快速傅里叶变换得到了目标的宽带 RCS。由于避免了繁琐耗时的数值积分和步进算法, 本文方法计算宽带 RCS 的速度明显快于传统的时域物理光学法。同时, 由于基于 Radon 变换计算物理光学积分的闭式表达式是精确的, 本文方法计算宽带 RCS 的精度很高。为了研究目标的宽频带特性, 文中采用了具有一定频谱带宽的高斯脉冲入射波源, 实例验证了方法的正确性和高效性。

2 算法介绍

以下具体阐述基于 NURBS 曲面建模的目标的瞬态散射响应及宽带 RCS 计算过程, 主要包括 NURBS 曲面的等参数离散、入射波的遮挡消隐、时域物理光学积分的求解以及卷积形式的时域散射场表达式的推导。

2.1 基本公式

物理光学法是一种计算电磁散射的高频算法, 它先计算出物体表面的感应电流, 然后用其取代物体本身作为散射场的源, 再对表面感应电流进行积分, 从而求得该物体的散射场。假设平面波的电场频域表达式为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \hat{\mathbf{p}} E_i(\omega) e^{-jk\hat{\mathbf{k}}_i \cdot \mathbf{r}} \quad (1)$$

其中 $E_i(\omega)$ 为入射电场的复振幅, 是频率的函数, $\hat{\mathbf{p}}$ 是电场的极化单位矢量。 k 为波数, $k = \omega/c$, c 为

真空中的光速。 $\hat{\mathbf{k}}_i$ 为入射波方向的单位矢量, \mathbf{r} 为空间一点的位置矢量。若电场为时谐场, 则 ω 为一常数, 表示单一频点, 此时 $E_i(\omega)$ 为一复常数。若电场为脉冲形式, 则 $E_i(\omega)$ 为一个随 ω 变化的复函数。在该平面波入射下, 采用物理光学法计算的任意理想导体目标在远区的散射场表达式如下^[9]:

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = -\frac{e^{-jk\mathbf{r}}}{\mathbf{r}} \frac{j}{\lambda} \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}} E_i(\omega)) \times \mathbf{I} \quad (2)$$

$$\mathbf{I} = \int_{S_i} \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') e^{-jk(\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s) \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (3)$$

其中 λ 为入射平面波的波长, $\lambda = 2\pi/k$, $\hat{\mathbf{k}}_s$ 为散射波方向的单位矢量, \mathbf{r}' 为目标表面任意处的位置矢量, $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}')$ 为导体表面上 \mathbf{r}' 处的单位外法矢。 \mathbf{I} 被称为频域物理光学积分, 其求解是整个散射场计算的核心。单站情况下, 有 $\hat{\mathbf{k}}_s = -\hat{\mathbf{k}}_i$, 式(2)可以进一步推导为如下形式:

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{p}} \frac{j e^{-jk\mathbf{r}}}{\lambda \mathbf{r}} E_i(\omega) \int_{S_i} e^{-2jk\hat{\mathbf{k}}_i \cdot \mathbf{r}'} (\hat{\mathbf{k}}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}')) d\mathbf{r}' \quad (4)$$

双站情况下, 由式(2)进一步推导可得

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = & \frac{j e^{-jk\mathbf{r}}}{\lambda \mathbf{r}} E_i(\omega) \int_{S_i} e^{-jk\mathbf{r}' \cdot (\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s)} d\mathbf{r}' \\ & \cdot \left\{ \hat{\mathbf{k}}_s \left[\hat{\mathbf{k}}_s \cdot (\hat{\mathbf{k}}_i (\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') \cdot \hat{\mathbf{p}})) \right] - \hat{\mathbf{k}}_s \left[\hat{\mathbf{k}}_s \cdot (\hat{\mathbf{p}} (\hat{\mathbf{k}}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}')) \right] \right\} \\ & - \hat{\mathbf{k}}_i \left[\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') \cdot \hat{\mathbf{p}} \right] + \hat{\mathbf{p}} \left[\hat{\mathbf{k}}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') \right] \end{aligned} \quad (5)$$

2.2 NURBS 曲面的等参数离散

一张 $k \times l$ 次 NURBS 曲面的参数表达式为

$$\mathbf{p}(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n w_{i,j} \mathbf{d}_{i,j} N_i^k(u) N_j^l(v)}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n w_{i,j} N_i^k(u) N_j^l(v)} \quad (6)$$

其中 $\mathbf{d}_{i,j}$ 为曲面的控制顶点, $w_{i,j}$ 为控制顶点对应的权因子, $\{u_p\}$ 和 $\{v_q\}$ 分别为 u 向和 v 向的节点矢量, $p = 0, 1, \dots, m+k+1$, $q = 0, 1, \dots, n+l+1$ 。 u, v 参数的定义域取为 $[0, 1] \times [0, 1]$, 参数域内的点 (u, v) 与 3 维空间 NURBS 表面上的点一一对应。 $N_i^k(u)$ 和 $N_j^l(v)$ 分别为 u 向 k 阶和 v 向 l 阶规范化 B 样条基函数, 采用递推形式定义^[11]。 NURBS 曲面的等参数离散就是按照 u, v 参数将 NURBS 曲面离散为一组三角曲面片。当参数采样点足够多时, 即当三角曲面片与入射波长相比足够小时, 三角曲面片可以等效为三角平面片。本文中的等参数离散满足这种条件。记录每个三角平面片的编号、形心以及 3 个顶点的位置坐标, 为遮挡消隐和物理光学积分的计算提供数据。 NURBS 曲面等参数离散的示意图如图 1 所示。

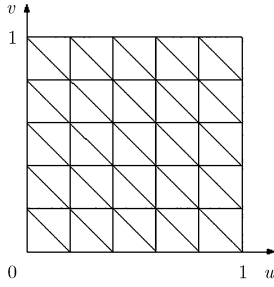


图 1 NURBS 曲面的等参数离散

2.3 遮挡判断

式(3)中的物理光学积分是在目标的可见面上计算的,因此需要对目标建模的各 NURBS 曲面进行遮挡消隐处理。如果某一面元处于入射波照明的阴影区,或者被其它面元所遮挡,该面元对目标的 RCS 不会产生贡献。基于射线循迹的 NURBS 曲面的遮挡判断十分复杂,计算耗时,很大程度上影响了目标 RCS 的计算速度^[12]。在保证精度的前提下,为了简化 NURBS 曲面的遮挡消隐过程,缩短判断所需的时间,本文采用一种基于计算机图形学的改进的 z-buffer 快速算法来进行遮挡判断。该方法是一种平面元方法,它将 NURBS 曲面等参数离散之后得到的一组三角面片按入射波方向进行投影,投影的最大矩形区域即为整个 buffer 区的大小。然后将整个 buffer 区划分为许多小的 buffer 并为其编号,每个小 buffer 存储投影于本区域的三角面片的形心坐标和三角面片的编号。最后根据每个 buffer 内三角面片的深度高低决定遮挡关系^[13]。

2.4 时域物理光学积分的计算

对于等参数离散之后的 NURBS 曲面,式(3)中的物理光学积分可以重新写为

$$\mathbf{I} = \sum_{n=1}^N \hat{\mathbf{n}}_n \int_{S_n} e^{-jk(\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s) \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' = \sum_{n=1}^N \hat{\mathbf{n}}_n h_n(\omega) \quad (7)$$

其中 N 是离散得到的可见三角面片的总数, $\hat{\mathbf{n}}_n$ 是第 n 个三角面片的单位外法矢, S_n 代表第 n 个三角面片。记^[9]

$$h_n(\omega) = \int_{S_n} e^{-jk(\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s) \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' = \int_{S_n} e^{-j\omega(2/c)\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (8)$$

$$\mathbf{k}_r = (\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s)/2 \quad (9)$$

式(8)的逆傅里叶变换为

$$h_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \int_{S_n} \delta\left(t - \frac{2}{c} \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}'\right) d\mathbf{r}' \quad (10)$$

函数 $h_n(t)$ 可以看作三角面片 S_n 沿着 \mathbf{k}_r 方向的 Radon 变换, $h_n(t)$ 的值就是由 S_n 与方程 $2\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}' = ct$ 定义的平面所形成的交线的长度。令 S_n 的面积为 A_{sn} , 其 3 个顶点的位置矢量分别为 \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 和 \mathbf{v}_3 。

由 Radon 变换可得

$$h_n(t) = \begin{cases} \frac{2A_{sn}}{(t_3 - t_1)(t_2 - t_1)} \frac{(t - t_1)}{(t_2 - t_1)}, & t_1 < t \leq t_2 \\ \frac{2A_{sn}}{(t_3 - t_1)(t_2 - t_3)} \frac{(t - t_3)}{(t_2 - t_3)}, & t_2 < t \leq t_3 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (11)$$

$$t_i = 2c^{-1} \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{v}_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (12)$$

由傅里叶变换 $h_n(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h_n(t) e^{-j\omega t} dt$, 可得 $h_n(\omega)$ 的表达式为

$$h_n(\omega) = \begin{cases} \frac{2A_{sn}}{\omega^2} \left[\frac{e^{-j\omega t_1}}{(t_2 - t_1)(t_1 - t_3)} + \frac{e^{-j\omega t_2}}{(t_3 - t_2)(t_2 - t_1)} + \frac{e^{-j\omega t_3}}{(t_2 - t_3)(t_3 - t_1)} \right], & t_1 \neq t_2 \neq t_3 \\ \frac{2A_{sn}}{\omega^2} \frac{e^{-j\omega t_2} (j\omega t_2 - j\omega t_i + 1) - e^{-j\omega t_i}}{(t_2 - t_i)^2}, & t_k = t_2 \neq t_i \\ A_{sn} e^{-j\omega t_2}, & t_1 = t_2 = t_3 \end{cases} \quad (13)$$

以上 $h_n(t)$ 和 $h_n(\omega)$ 分别为时域和频域物理光学积分的精确的闭式表达式。考虑到 NURBS 曲面等参数离散得到的每个三角平面片的法矢为常矢量, 对式(2)进行逆傅里叶变换, 可以得到时域散射场的表达式为

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{2\pi c r} \frac{\partial}{\partial t} E_i \left(t - \frac{r}{c} \right) \times \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}) * \sum_{n=1}^N \hat{\mathbf{n}}_n h_n(t) \quad (14)$$

其中 $E_i(t)$ 为入射电场的时域形式, r/c 为时间延迟, 符号“*”代表卷积。该公式对任意平面波入射均有效, 入射波的电场既可以是时谐场, 也可以是脉冲场。由时域散射场经过快速傅里叶变换就可以得到目标的宽频带响应, 进而求得宽带 RCS。

数值算例

3 数值算例

3.1 平板

计算模型如图 2 所示, 金属平板尺寸为 $0.6 \times 0.5 \text{ m}^2$ 。带宽为 10 GHz ~ 40 GHz, 中心频率等于 25 GHz 的调制高斯脉冲平面波^[14]垂直入射到该金属平板上。入射电场的时域形式为 $\mathbf{E}^i(t) = -\hat{\mathbf{x}} \cos(1.57$

$\times 10^{11} t) \exp \left[-\frac{4\pi(t - 1.07 \times 10^{-10})^2}{(1.33 \times 10^{-10})^2} \right]$ 。图 3 为金属平

板在该高斯脉冲照射下后向散射的时域响应, 其中的两条曲线分别是采用本文方法和文献[7]中时域物理光学法(TDPO)的计算结果, 由于模型结构简单, 两条曲线几乎完全吻合。经过快速傅里叶变换后, 模型的单站 RCS 如图 4 所示。由于平板存在严格的物理光学解析解(analytical PO solution)^[15]

$$\sqrt{\sigma} = -j \frac{kLW}{\sqrt{\pi}} \hat{n} \cdot (\hat{e}_r \times \hat{h}_i) \exp \left[jk\mathbf{r}_o \cdot (\hat{k}_i - \hat{k}_s) \right] \cdot \frac{\sin \left[\frac{1}{2} kL \cdot (\hat{k}_i - \hat{k}_s) \right]}{\left[\frac{1}{2} kL \cdot (\hat{k}_i - \hat{k}_s) \right]} \cdot \frac{\sin \left[\frac{1}{2} kW \cdot (\hat{k}_i - \hat{k}_s) \right]}{\left[\frac{1}{2} kW \cdot (\hat{k}_i - \hat{k}_s) \right]}$$

因此为了进一步验证本文算法的精度, 采用该严格解计算的单站 RCS 也绘于图 4 中。本文方法计算的宽带 RCS 与解析解的误差小于 10^{-6} , 从而验证了本文方法的高精度。

3.2 球锥

计算模型如图 5 所示, 金属球锥组合体模型由球冠加上圆锥理想导体构成, 可以看作导弹的简化模型^[7]。模型的锥半角 $\alpha = 7^\circ$, 球冠的半径为 0.0749 m, 圆锥体长度为 0.6051 m, 整个球锥模型长度为 0.6891 m。入射平面波为带宽等于 0~10 GHz 的平面高斯脉冲^[14], 沿 $-x$ 方向入射, 入射电场的时域形

式为 $E^i(t) = -\hat{y} \exp \left[-\frac{4\pi(t - 1.6 \times 10^{-10})^2}{(0.2 \times 10^{-9})^2} \right]$ 。图 6 为

金属球锥在该高斯脉冲照射下的后向散射的时域响应, 其中的两条曲线分别是采用本文方法和文献[7]中 TDPO 的计算结果, 可见两条曲线吻合良好。经过快速傅里叶变换后, 模型的单站 RCS 如图 7 所示, 良好的吻合验证了本文方法计算复杂电大目标的正确性。当文献[7]中三角面片建模的面片大小和本文等参数离散的三角面片边长上限均为高斯脉冲最高频率对应波长的 1/4 时, 借助主频为 3.0 GHz、内存为 2 G 的 PC 机, 文献[7]中 TDPO 所需时间为 4459.2 s, 而本文方法仅需 145.2 s, 验证了本文方法计算复杂目标宽频带 RCS 的高效性。

4 结论

论文采用物理光学法快速计算了基于 NURBS 曲面建模的目标的瞬态散射场及宽带 RCS。对频域物理光学表达式逆傅里叶变换推导出卷积形式的瞬态响应表达式。将 NURBS 曲面等参数离散为一组三角面片, 在计算时域物理光学积分时采用基于 Radon 变换的精确的闭式表达式, 避免了繁琐耗时的数值积分。对时域散射场进行快速傅里叶变换后得到了目标的宽带 RCS; 遮挡消隐时采用改进的 z-buffer 算法对整个遮挡判断过程进行了加速。算例的数值计算结果验证了该方法用于分析电大尺寸目

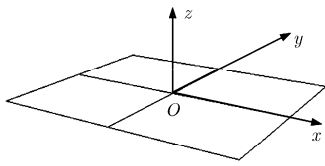


图 2 平板模型

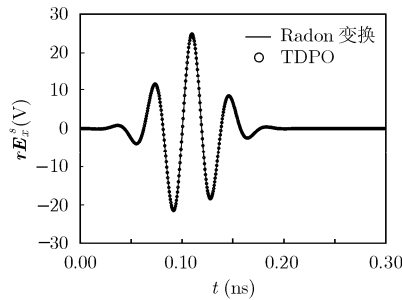


图 3 平板单站散射的时域响应

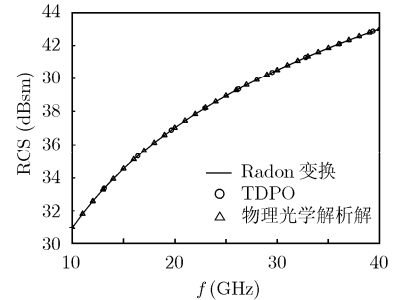


图 4 平板的单站 RCS

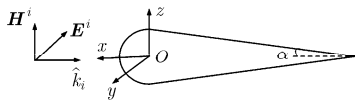


图 5 球锥模型

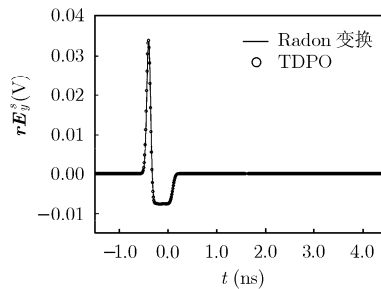


图 6 球锥单站散射的时域响应

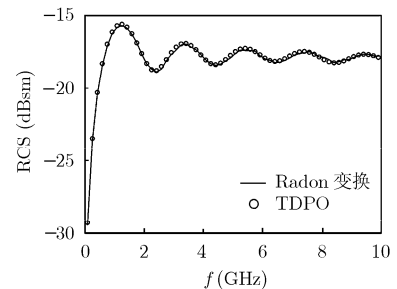


图 7 球锥的单站 RCS

标宽带 RCS 的高精度及相比于传统时域物理光学法的速度优势。

参 考 文 献

- [1] Domingo M, Rivas F, and Pérez J, *et al.* Computation of the RCS of complex bodies modeled using NURBS surfaces[J]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 1995, 37(6): 36-47.
- [2] Guan Y, Gong S, and Xu Y, *et al.* Computation of RCS of targets modeled with trimmed NURBS surfaces[J]. *Electronics Letters*, 2009, 45(21): 1092-1093.
- [3] Bourlier C and Pouliguen P. Useful analytical formulae for near-field monostatic radar cross section under the physical optics: far-field criterion[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2009, 57(1): 205-214.
- [4] Sun En-yuan and Rusch W V T. Time-domain physical-optics[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1994, 42(1): 9-15.
- [5] Meng R, Dongming Z, and Ying L, *et al.* Coupled TDIE-PO method for transient scattering from electrically large conducting objects[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(4): 258-259.
- [6] Faghilhi F and Heydari H. A combination of time domain finite element-boundary integral with time domain physical optics for calculation of electromagnetic scattering of 3-D structures[J]. *Progress in Electromagnetics Research*, 2008, Vol. 79: 463-474.
- [7] 杨凌霞, 葛德彪, 魏兵. 电大目标电磁散射的 TD-PO 分析[J]. *电波科学学报*, 2007, 22(4): 552-556.
Yang Ling-xia, Ge De-biao, and Wei Bing. Analysis of large-scale EM scattering problems by using TD-PO method[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2007, 22(4): 552-556.
- [8] Pérez J and Catedra M F. Application of physical optics to the RCS computation of bodies modeled with NURBS surfaces[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1994, 42(10): 1404-1411.
- [9] Bölükbas D and Arif Ergin A. A radon transform interpretation of the physical optics integral[J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2005, 44(3): 284-288.
- [10] Serim H A and Arif Ergin A. Computation of the physical optics integral on NURBS surfaces using a radon transform interpretation[J]. *IEEE as and Wireless Propagation Letters*, 2008, Vol. 7, Issue 99: 70-73.
- [11] Cox M G. The numerical evaluation of B-splines[J]. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 1972, 10(2): 134-149.
- [12] Lischinski D and Gonczarowski J. Improved techniques for ray tracing parametric surfaces[J]. *Visual Computer*, 1990, 6(3): 134-152.
- [13] Zha F T, Gong S X, and Xu Y X, *et al.* Fast shadowing technique for electrically large targets using z-buffer[J]. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2009, 23(2/3): 341-349.
- [14] 葛德彪, 闫玉波. 电磁波时域有限差分方法[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2005, 第 2 版: 118-121.
- [15] 阮颖铮等. 雷达截面与隐身技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998: 102.
- 关 莹: 女, 1984 年生, 博士生, 研究方向为计算电磁学、电磁散射.
- 龚书喜: 男, 1957 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为电磁理论、电磁辐射、电磁散射与隐身技术.
- 张 帅: 男, 1984 年生, 博士生, 研究方向为阵列天线设计、计算电磁学.