

时域卷积信号的交替最小二乘盲分离算法

张 华^① 冯大政^① 庞继勇^②

^①(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

^②(上海贝尔股份有限公司研究与创新中心 上海 201206)

摘 要: 该文分析时域卷积接收信号的时延相关矩阵具有的可联合块对角化的三因子乘积结构, 通过对其所构成的 3 维矩阵进行切片分割和重新排列规划, 提出基于交替最小二乘的三因子迭代计算方法, 实现非正交联合块对角化, 直接在时域解决卷积盲分离问题。实验仿真表明, 与传统的联合块对角化算法相比, 所提算法的收敛性能更好且更稳定, 并且不受限于初始参数的选择; 分离信号的相异度指标和巴克谱失真测度分别改善达到 4.35 dB 和 0.22。

关键词: 信号处理; 卷积盲分离; 交替最小二乘; 联合块对角化

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)10-2506-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00927

Time-domain Convolutional Blind Separation Based on Alternative Least-squares

Zhang Hua^① Feng Da-zheng^① Pang Ji-yong^②

^①(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

^②(Research & Innovation Center, Alcatel-Lucent Shanghai Bell, Shanghai 201206, China)

Abstract: Temporal correlation matrices of the convolutional-mixture signals possess the structure of tri-factor multiplication and so can be jointly diagonalized blockwise. Though cutting to pieces and then reprogramming of the 3-D matrix composed of a group of correlation matrices, an alternating and iterative approach is proposed to achieve the least-squares solutions and then to estimate the channel mixture matrix for realizing convolutional blind separation in time domain. Compared with traditional joint block-diagonalization algorithms, simulation results show that the proposed one has better and more stable separation performance irrespective of initial parameters. The dissimilarity index and Bark spectral distortion are improved by 4.35 dB and 0.22 respectively.

Key words: Signal processing; Convolutional blind source separation; Alternative least squares; Joint block-diagonalization

1 引言

近二十年来, 盲源分离在语音^[1]、图像^[2]、通信信号^[3]处理等各个领域得到了广泛应用, 成为信号处理领域的研究热点。其中, 联合块对角化方法^[4,5] (Joint Block-Diagonalization, JBD) 是解决卷积盲分离的有效途径。文献[4]改进并归纳了基于类雅可比旋转的正交 JBD 算法 (记作 Jacobi-JBD)。正交 JBD 算法需要对目标矩阵进行预白化处理以保证混叠矩阵为 (酉) 正交矩阵, 这要求至少存在一个目标矩阵为正定矩阵, 且噪声是独立同分布的。并且, 正交 JBD 方法不能修正因白化处理而引入的额外误

差。于是, 文献[5]通过改进 JZD 算法^[6] 提出一种非正交 JBD 方法 (记为 ZJBD), 不再需要白化处理。然而, 该类算法每次迭代只估计待定矩阵的一个子块, 容易使得不同的子块落到同一个信号子空间里, 从而产生奇异解。

针对以上问题, 本文提出一种基于交替最小二乘的三因子分解算法 (记作 ALS-JBD), 联合估计待定矩阵的所有参数, 实现非正交 JBD, 从而克服了 ZJBD 易于产生奇异解的缺点。相对于 Jacobi-JBD 和 ZJBD, ALS-JBD 算法具有分离性能好且对初始值不敏感的特点。

2 问题描述

2.1 信号模型

N 个源信号 $s_n(t)$ 经过阶数为 P 的多径信道, 由

2009-06-26 收到, 2010-05-24 改回

国家自然科学基金(60672128, 60702057)资助课题

通信作者: 张华 zhanghua9913_0@126.com

M 个传感器接收，第 m 路传感器上的接收信号为

$$x_m(t) = \sum_{n=1}^N \sum_{p=0}^{P-1} h_{mn}(p) s_n(t-p), \quad n = 1, \dots, N \quad (1)$$

其中， $h_{mn}(p)$ 表示第 n 个源信号到达第 m 个传感器的第 p 径信道响应。取窗长为 W 的接收滑窗，定义 $\mathbf{s}_n(t) = [s_n(t), \dots, s_n(t-P-W+2)]^T$ 和 $\mathbf{x}_m(t) = [x_m(t), \dots, x_m(t-W+1)]^T$ ，构造 $\mathbf{s}(t) = [\mathbf{s}_1^T(t), \dots, \mathbf{s}_N^T(t)]^T$ 和 $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_1^T(t), \dots, \mathbf{x}_M^T(t)]^T$ ，则式(1)可表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{H}\mathbf{s}(t) \quad (2)$$

其中混叠矩阵 \mathbf{H} 可表示为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} & \cdots & \mathbf{H}_{1N} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} & \cdots & \mathbf{H}_{2P} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{M1} & \mathbf{H}_{M2} & \cdots & \mathbf{H}_{MN} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_{mn} = \begin{bmatrix} h_{mn}(0) & \cdots & h_{mn}(P-1) & \cdots & 0 \\ & & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & h_{mn}(0) & \cdots & h_{mn}(P-1) \end{bmatrix}$$

假设 (1) $s_n(t)$ 零均值且相互独立；(2) \mathbf{H} 列满秩，即有 $MW > N(P+W-1)$ 。

2.2 接收信号相关矩阵的三因子乘积结构

令 \mathbf{P} 表示广义 Q -置换矩阵(其中 $Q = P+W-1$)，考虑到盲分离所固有的尺度和排列不定性，将式(2)看作如下的等效模型并不会影响盲分离的效果，

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{H}\mathbf{P}_1\mathbf{P}_1^{-1}\mathbf{s}(t) = \mathbf{U}\mathbf{s}_U(t) \\ &= \mathbf{H}\mathbf{P}_2\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{s}(t) = \mathbf{V}\mathbf{s}_V(t) \end{aligned} \quad (3)$$

其中 \mathbf{P}_1 和 \mathbf{P}_2 均为广义 Q -置换矩阵； $\mathbf{s}_U(t) = \mathbf{P}_1^{-1}\mathbf{s}(t) = [s_{u(1)}^T(t), \dots, s_{u(N)}^T(t)]^T$ ， $\mathbf{s}_V(t) = \mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{s}(t) = [s_{v(1)}^T(t), \dots, s_{v(N)}^T(t)]^T$ ，下标 $\{u(1), \dots, u(N)\}$ 和 $\{v(1), \dots, v(N)\}$ 为序列 $\{1, \dots, N\}$ 的一个排列； $\mathbf{U} = \mathbf{H}\mathbf{P}_1$ ， $\mathbf{V} = \mathbf{H}\mathbf{P}_2$ ；令 $\mathbf{\Delta}_P = \mathbf{P}_1^{-1}\mathbf{P}_2$ ，则有 $\mathbf{s}_U(t) = \mathbf{\Delta}_P\mathbf{s}_V(t)$ 。

当源信号满足假设(1)时， $\mathbf{s}_U(t)$ 与 $\mathbf{s}_V(t)$ 的时延相关矩阵为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{\Lambda}}(l) &= E\{\mathbf{s}_U(t)\mathbf{s}_V^H(t+\tau_l)\} \\ &= \mathbf{\Delta}_P \text{bdiag}\left\{\left[\mathbf{R}_{s_{v(1)}}(l), \dots, \mathbf{R}_{s_{v(N)}}(l)\right]\right\} \end{aligned} \quad (4)$$

其中， $\mathbf{R}_{s_{v(n)}}(l) = E\{s_{v(n)}(t)\mathbf{s}_{v(n)}^H(t+\tau_l)\}$ 表示信号 $s_{v(n)}(t)$ 的 τ_l 时延相关矩阵。考虑到广义 Q -置换矩阵的性质，矩阵 $\mathbf{\Delta}_P$ 总可以不失一般性地表示为 NQ 维块对角矩阵，那么矩阵 $\bar{\mathbf{\Lambda}}(l)$ 也是具有相同维数的块对角矩阵，其对角线上的第 n 个子矩阵表示为 $\mathbf{\Lambda}_{ln} \in \mathbb{C}^{Q \times Q}$ 。令 $\mathbf{\Lambda}_l(l) = [\mathbf{\Lambda}_{l1}, \mathbf{\Lambda}_{l2}, \dots, \mathbf{\Lambda}_{lN}]$ 以及 $\mathbf{\Lambda} = [\mathbf{\Lambda}_1^T(1), \dots, \mathbf{\Lambda}_1^T(L)]^T$ ，则 $\mathbf{\Lambda}$ 包含了块对角矩阵组 $\{\bar{\mathbf{\Lambda}}(l)\}_1^L$ 中所有未知非零元素。

由式(3)和式(4)可知，接收信号的相关矩阵具有如下的三因子线性乘积形式

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(l) &= E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t+\tau_l)\} = \mathbf{U} \cdot E\{\mathbf{s}_U(t) \\ &\quad \cdot \mathbf{s}_V^H(t+\tau_l)\} \mathbf{V}^H = \mathbf{U}\bar{\mathbf{\Lambda}}(l)\mathbf{V}^H \end{aligned} \quad (5)$$

其中，矩阵 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 分别称为左、右混叠矩阵，其均是混叠矩阵 \mathbf{H} 的 Q -本质相等矩阵。

3 基于交替最小二乘的三因子分解方法

3.1 交替最小二乘方法

给定一组 $\{\mathbf{R}(l)\}_1^L$ 作为目标矩阵，记 $\mathbf{R}(l)$ 的第 (i, j) 个元素为 $r_{i,j,l}$ 。如图 1 所示，目标矩阵组的所有元素 $r_{i,j,l}$ 构成 3 维矩阵 $\mathcal{R} \in \mathbb{C}^{MW \times MW \times L}$ ，其可被划分为 3 组 2 维切片矩阵， $\{\mathbf{R}(l)\}_1^L$ 、 $\{\mathbf{R}(j)\}_1^{MW}$ 和 $\{\bar{\mathbf{R}}(i)\}_1^{MW}$ 。

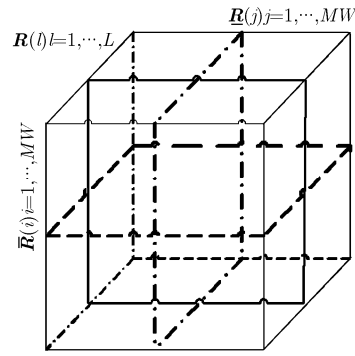


图 1 3 维矩阵切片示意图

3.1.1 矩阵 $\mathbf{\Lambda}$ 的最小二乘解 $\{\mathbf{R}(l)\}_1^L$ 可看作是 3 维矩阵 \mathcal{R} 在 (1,2) 维方向上的一组切片矩阵。令 $\mathbf{r}(l) = \text{vec}(\mathbf{R}(l))$ 和 $\boldsymbol{\lambda}(l) = \text{vec}(\mathbf{\Lambda}_r(l))$ ，由式(5)可推导出，

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(l) &= [\mathbf{V}_c^*(1) \otimes \mathbf{U}_c(1), \mathbf{V}_c^*(2) \otimes \mathbf{U}_c(2), \dots, \\ &\quad \mathbf{V}_c^*(N) \otimes \mathbf{U}_c(N)] \boldsymbol{\lambda}(l), \quad l = 1, \dots, L \end{aligned} \quad (6)$$

其中， \otimes 表示 Kronecker 乘积， $\mathbf{V}_c(n) \in \mathbb{C}^{MW \times Q}$ 和 $\mathbf{U}_c(n) \in \mathbb{C}^{MW \times Q}$ 分别表示矩阵 $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{MW \times NQ}$ 和 $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{MW \times NQ}$ 的第 n 个列块。令 $\mathbf{V}^* \circ \mathbf{U} = [\mathbf{V}_c^*(1) \otimes \mathbf{U}_c(1), \dots, \mathbf{V}_c^*(N) \otimes \mathbf{U}_c(N)]$ ，其中 ‘ \circ ’ 表示列块间 Kronecker 乘积。再令 $\mathbf{R}_{1:L} = [\mathbf{r}(1), \mathbf{r}(2), \dots, \mathbf{r}(L)]$ ， $\mathbf{\Lambda}_{1:L} = [\boldsymbol{\lambda}(1), \boldsymbol{\lambda}(2), \dots, \boldsymbol{\lambda}(L)]$ ，则式(6)可简写成 $\mathbf{R}_{1:L} = (\mathbf{V}^* \circ \mathbf{U}) \mathbf{\Lambda}_{1:L}$ 。于是，若 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 已知，矩阵 $\mathbf{\Lambda}_{1:L}$ 的标准最小二乘解为 $\mathbf{\Lambda}_{1:L} = (\mathbf{V}^* \circ \mathbf{U})^\dagger \mathbf{R}_{1:L}$ 。从而，

$$\mathbf{\Lambda} = \left[(\text{unvec}_{Q \times NQ}(\boldsymbol{\lambda}(1)))^T \cdots (\text{unvec}_{Q \times NQ}(\boldsymbol{\lambda}(L)))^T \right]^T \quad (7)$$

其中，符号 $\text{unvec}_{Q \times NQ}(\cdot)$ 表示将一个 $NQ^2 \times 1$ 维的列向量按列重构成一个 $Q \times NQ$ 维的矩阵。

3.1.2 矩阵 \mathbf{V} 的最小二乘解 $\{\mathbf{R}(j) \in \mathbb{C}^{MW \times L}\}_1^{MW}$ 可看作是 3 维矩阵 \mathcal{R} 在 (1,3) 维方向上的一组切片矩阵。则有

$$\mathbf{r}(j) = \text{vec}(\mathbf{R}(j)) = (\mathbf{U} \oplus \bar{\mathbf{\Lambda}}) \mathbf{v}_r^H(j), \quad j = 1, \dots, MW \quad (8)$$

其中 $\mathbf{v}_r(j)$ 表示矩阵 \mathbf{V} 的第 j 行矢量; 符号 \oplus 表示列块 Khatri-Rao 积。再令 $\underline{\mathbf{R}}_{1:MW} = [\mathbf{r}(1), \mathbf{r}(2), \dots, \mathbf{r}(MW)]$, 式(8)所示矩阵组可简化表示为 $\underline{\mathbf{R}}_{1:MW} = (\mathbf{U} \oplus \bar{\mathbf{\Lambda}}) \mathbf{V}^H$ 。类似地, 若已知矩阵 \mathbf{U} 和 $\bar{\mathbf{\Lambda}}$, 可得到矩阵 \mathbf{V} 的标准最小二乘解

$$\mathbf{V} = ((\mathbf{U} \oplus \bar{\mathbf{\Lambda}})^\dagger \underline{\mathbf{R}}_{1:MW})^H \quad (9)$$

3.1.3 矩阵 \mathbf{U} 的最小二乘解 $\{\bar{\mathbf{R}}(i) \in \mathcal{C}^{MW \times L}\}_1^{MW}$ 是 3 维矩阵 \mathcal{R} 在 (2,3) 维方向上的一系列切片矩阵。则对 $i = 1, \dots, MW$, 有

$$\bar{\mathbf{r}}(i) = \text{vec}(\bar{\mathbf{R}}(i)) = (\mathbf{V}^* \oplus \mathbf{\Lambda}^T) \mathbf{u}_r^T(i) \quad (10)$$

其中, $\mathbf{u}_r(i)$ 表示矩阵 \mathbf{U} 的第 i 个行矢量; 符号 $(\cdot)^T$ 表示对分块矩阵的所有子矩阵进行转置运算。令 $\bar{\mathbf{R}}_{1:MW} = [\bar{\mathbf{r}}(1), \bar{\mathbf{r}}(2), \dots, \bar{\mathbf{r}}(MW)]$, 式(10)所示矩阵组可表示为 $\bar{\mathbf{R}}_{1:MW} = (\mathbf{V}^* \oplus \mathbf{\Lambda}^T) \mathbf{U}^T$ 。同样地, 若已知矩阵 \mathbf{V} 和 $\bar{\mathbf{\Lambda}}$, 则矩阵 \mathbf{U} 的标准最小二乘解为

$$\mathbf{U} = ((\mathbf{V}^* \oplus \mathbf{\Lambda}^T)^\dagger \bar{\mathbf{R}}_{1:MW})^T \quad (11)$$

3.2 算法实现及其复杂度

选择任意 $MW \times NQ$ 维列满秩矩阵作为初始值, 交替迭代估计待定矩阵 $\mathbf{\Lambda}$, \mathbf{V} 和 \mathbf{U} 的最小二乘解, 直到算法收敛, 得到左、右混叠矩阵的估计 $\hat{\mathbf{U}}$ 和 $\hat{\mathbf{V}}$, 即可从接收信号 $\mathbf{x}(t)$ 中分离出源信号。当 $MW = NQ$ 并且目标矩阵个数 L 较大时, ALS-JBD 算法单步迭代所需乘除运算次数近似为 $O(N^4Q^6)$ 。

3.3 算法特点

ALS-JBD 算法具有如下特点: (1)不需要预白

化处理, 消除了白化误差; (2)联合估计混叠矩阵的所有参数, 避免了奇异解的出现; (3)最小二乘估计确保了算法的单调收敛性。

4 仿真实验

实验 1 构造目标矩阵 $\mathbf{R}(l) = \mathbf{H}\mathbf{\Lambda}(l)\mathbf{H}^H + \Delta\mathbf{R}(l)$, 定义无误差项和误差项的功率比值 $\text{NER} = 10 \lg(\|\mathbf{H}\mathbf{\Lambda}(l)\mathbf{H}^H\|_F^2 / \|\Delta\mathbf{R}(l)\|_F^2)$ 来衡量噪声扰动。采用与文献[5]中相同的全局拒噪水平 GRL 来评判算法的收敛性能, GRL 越小说明算法性能越好。

设定参数 M, W, N, Q 和 L 分别为 5, 8, 7, 7 和 37, 图 2 为经过 100 次 Monte Carlo 实验得到的 GRL 随 NER 变化的平均曲线。图 3-图 5 分别给出在 NER=5, 10, 15 和 20 (dB) 时, 3 种算法在 100 次独立实验中的 GRL 随机值。由图 2-图 5 可以明显看出, 相比于类 Jacobi-JBD^[4]和 ZJBD^[5]方法, ALS-JBD 算法具有最优且最稳定的收敛性能。

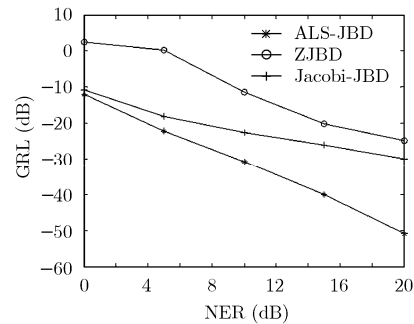


图 2 GRL 随 NER 变化曲线

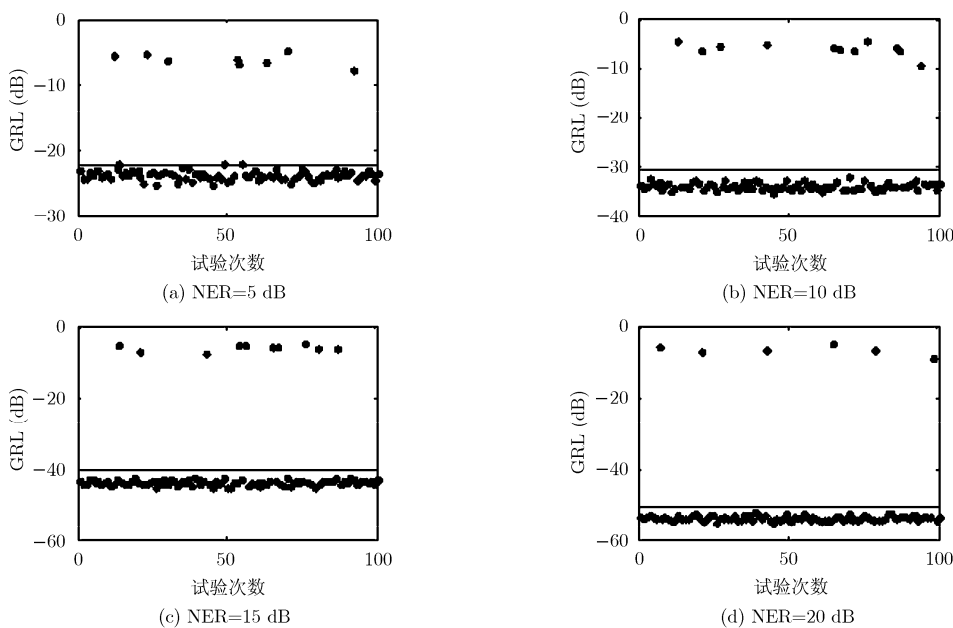


图 3 ALS-JBD 算法的 GRL 数值

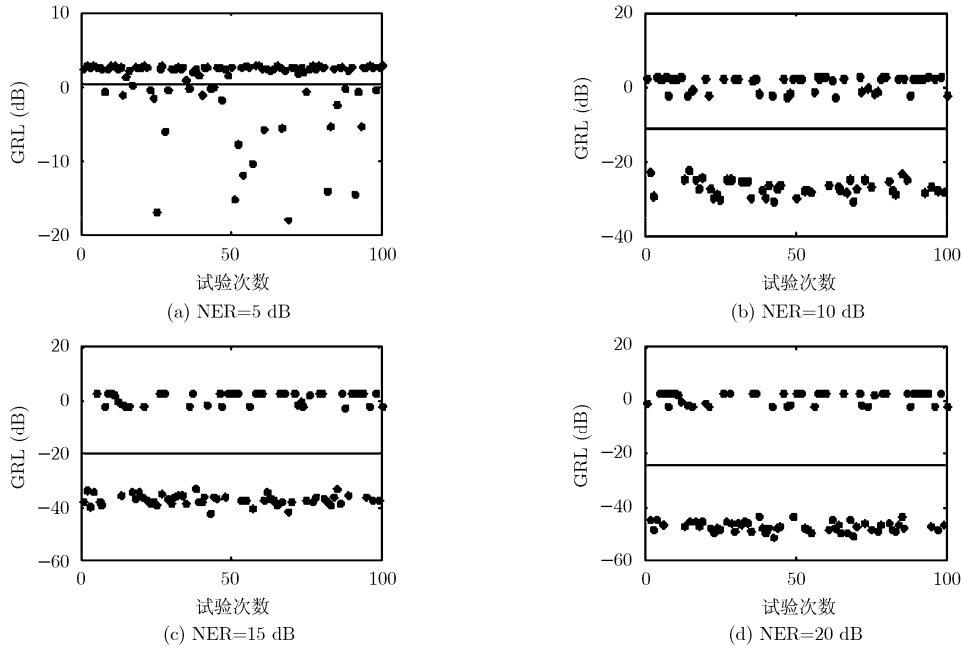


图 4 ZJBD 算法的 GRL 数值

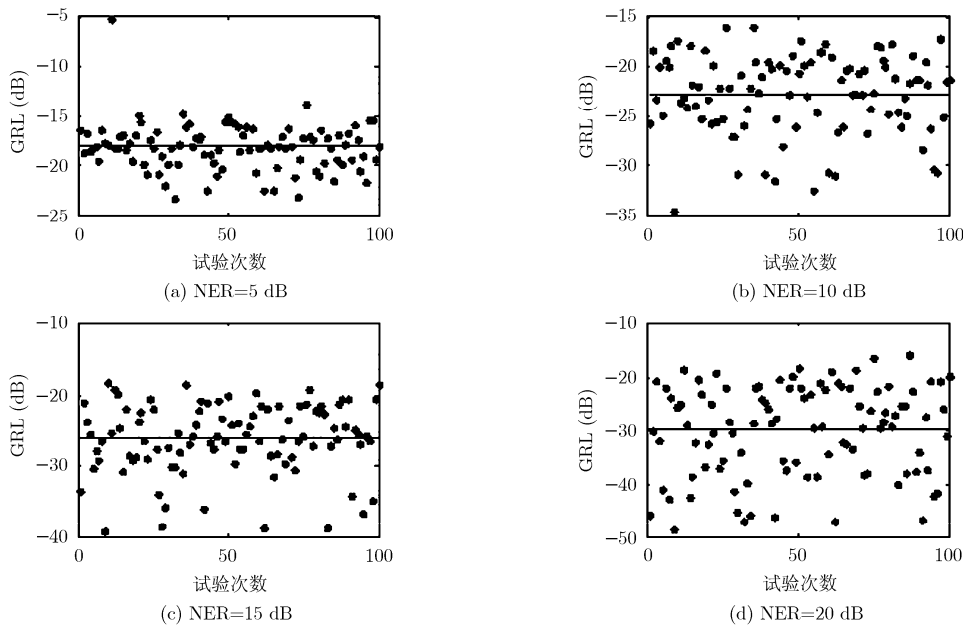


图 5 Jacobi-JBD 算法的 GRL 数值

实验 2 $N = 2$ 段语音信号(图 6(a))通过 $P = 4$ 径瑞利信道, 由 $M = 4$ 个麦克风接收, 得到图 6(b) 所示的接收信号(滑动窗长 $W = 4$)。图 6(c)和 6(d) 分别为 ALS-JBD 和 ZJBD 得到的分离信号波形。表 1 采用(1)算法分离性能参数 $PI^{[1]}$; (2)巴克谱失真测度 $BSD^{[7]}$ 两个客观指标来对比两种算法得到的分离信号的相异度和谱失真度。由图 6 和表 1 不难看出, ALS-JBD 算法具有更加有效的分离性能。

5 结论

本文分析指出卷积混叠接收信号的相关矩阵具有独特的三因子分解结构和可联合块对角化的特点。通过对目标矩阵组所有元素进行切片分割和排列规划, 提出基于交替最小二乘的联合块对角化算法, 交替迭代地估计左、右混叠矩阵和块对角矩阵的标准最小二乘解, 进而分离出源信号。该算法无需白化处理, 具有对初始值不敏感、估计精度高、收敛性能稳定和分离效果好的特点。

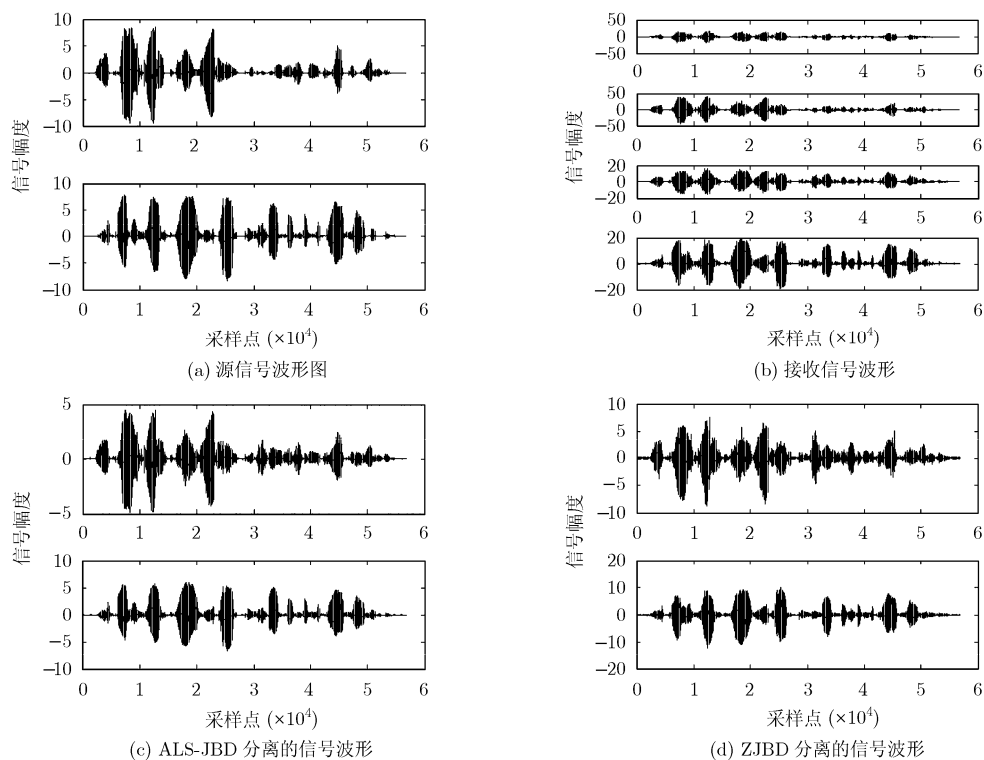


图6 源信号、接收信号和分离信号波形图

表1 分离性能测度

ALS-JBD方法				ZJBD方法			
PI (dB)	信号1 BSD	信号2 BSD	BSD均值	PI (dB)	信号1 BSD	信号2 BSD	BSD均值
-17.4106	0.0834	0.0109	0.0471	-13.0572	0.2167	0.1576	0.2695

参考文献

- [1] 刘建强, 冯大政. 基于多信道信号增强的卷积混叠语音信号盲分离的后处理方法[J]. 电子学报, 2007, 35(2): 2389-2393.
Liu Jian-qiang and Feng Da-zheng. Blind separation of convolutive speech mixtures with post-processing based on multichannel signal enhancement[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(2): 2389-2393.
 - [2] 王睿, 方勇. 基于2-D共因子的精确提取的图像盲复原方法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(1): 108-111.
Wang Rui and Fang Yong. Blind restoration of blurred image based on precise extraction of 2-D GCD[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(1): 108-111.
 - [3] 付卫红, 杨小牛, 刘乃安, 曾兴雯. 基于子空间分解的多通道盲解卷积算法[J]. 电子与信息学报, 2009, 30(1): 25-30.
Fu Wei-hong, Yang Xiao-niu, Liu Nai-an, and Zeng Xing-wen. Algorithm for multichannel blind deconvolution based on subspace decomposition[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 30(1): 25-30.
 - [4] Abed-Meraim K and Beloucharni A. Algorithms for joint block diagonalization[C]. Proc. EUSIPCO'04, Vienna, Austria, Sept. 6-10, 2004: 209-212.
 - [5] Ghennioui H, Fadaili E M, and Moreau N T, et al. A nonunitary joint block diagonalization algorithm for blind separation of convolutive mixtures of sources[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(11): 860-863.
 - [6] Fadaili E M, Thirion-Moreau N, and Moreau E. Non-orthogonal joint diagonalization/zeros-diagonalization for source separation based on time-frequency distributions[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(5): 1673-1687.
 - [7] 易克初, 田斌, 付强. 语音信号处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001: 146-147.
- 张 华: 女, 1982年生, 博士生, 研究方向为盲源分离.
冯大政: 男, 1959年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为盲信号、雷达/阵列信号处理等.
庞继勇: 男, 1981年生, 博士, 研究方向为宽带移动通信技术.