

基于多项式求根的双基地 MIMO 雷达多目标定位方法

谢荣 刘峥

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 710071 西安)

摘要: 该文提出了一种基于多项式求根的双基地 MIMO 雷达多目标定位方法, 该方法将 2 维的收发方位角度估计分离为两个 1 维的方位角度估计过程, 采用多项式求根法对 1 维方位角度进行估计, 避免了传统的 2 维谱峰搜索, 所估计的 2 维方位角能够自动配对, 不需要额外的配对运算, 而且系统的最大可定位目标数目不少于接收机数目。仿真结果证明了算法的有效性。

关键词: MIMO 雷达; 双基地; 多项式求根; 多目标定位

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)09-2197-04

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00151

Multi-target Localization Based on Polynomial Rooting for Bistatic MIMO Radar

Xie Rong Liu Zheng

(National Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: A method for multi-target localization based on polynomial rooting is developed in bistatic MIMO radar. Utilizing the property of transmit-receive steering vector, the two-dimensional (2-D) direction finding is transformed into two 1-D direction finding procedures. Then the polynomial rooting technique is employed to determine the 1-D direction. The proposed method avoids the conventional 2-D spectrum peak searching, and the estimated parameters are automatically paired without additional pairing computation. Moreover the maximum number of targets resolved by this method is no smaller than the number of array elements. Numerical results verify the effectiveness of this method.

Key words: MIMO radar; Bistatic; Polynomial rooting; Multi-target localization

1 引言

多输入多输出 (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO) 雷达是为了适应现代战争需求, 提高雷达探测性能和生存能力而出现的一种新体制雷达^[1]。与传统雷达相比, MIMO 雷达在目标探测、杂波抑制、抗干扰、低截获、目标参数估计精度、目标识别等方面具有明显的优势^[2-6], 因而受到越来越多的学者的关注。

目标参数估计和定位是雷达信号处理的一个重要内容, MIMO 雷达利用波形分集增益, 在空间形成多个通道, 可改善其空间分辨率, 提高参数估计精度和增加系统最大可定位目标数量^[4-6]。目前关于双基地 MIMO 雷达目标定位的文献还没有大量出现^[6-9], 文献[6]利用每个接收阵列的接收数据与每个发射波形进行匹配滤波, 对新的接收数据进行

Capon 2 维谱峰搜索, 实现了双基地 MIMO 雷达的多目标定位, 然而传统的 2 维谱峰搜索运算量大, 且运算量和估计精度均与搜索的步长有关, 不便于实际应用。为了避免繁杂的运算量, 文献[7,8]采用两次基于旋转不变子空间的 ESPRIT 方法, 来估计目标的发射和接收方位角, 避免了 2 维谱峰搜索, 文献[8]在文献[7]的基础上, 根据两次 ESPRIT 的关系, 避免了目标的 2 维方位角参数配对过程, 但仍都需要两次的信号协方差矩阵估计及特征值分解过程。文献[9]提出了一种基于传播算子 (Propagator Method, PM) 的多目标定位算法, 该算法利用线性运算代替特征分解, 降低了计算量。在阵元数和快拍数足够的情况下, 角度估计性能与文献[7,8]基本一致, 但是在阵元数较少和快拍数少的情况下, 性能下降很快。

本文提出了一种基于多项式求根的双基地 MIMO 雷达多目标定位方法, 利用双基地 MIMO 雷达联合导向矢量的特点, 将 2 维的收发方位角估计分离为两个 1 维的方位角估计过程, 先后采用两次多项

2010-02-09 收到, 2010-06-09 改回

国家自然科学基金(60901068)资助课题

通信作者: 谢荣 rxie@mail.xidian.edu.cn

式求根法分别对两个1维方位角进行估计。该方法避免了传统的2维谱峰搜索,大大降低了计算量,并且所估计的两个1维方位角能够自动配对,另外系统的最大可定位目标数目不少于接收机数目。最后通过Monte-Carlo实验对本文算法在不同信噪比和阵元数目情况下进行了仿真,证实了该算法的有效性。

2 信号模型

本文所用的双基地MIMO雷达系统结构如图1所示^[6,9],发射和接收阵列均采用均匀线阵(ULA),其中发射和接收阵元数目分别为 M 和 N ,阵元间距分别为 d_t 和 d_r 。设雷达工作在窄带远场条件,接收阵列和发射阵列处于同一相位中心。假设空间存在 P 个目标 (θ_p, φ_p) , θ_p 和 φ_p 分别为相对发射阵列和接收阵列的方位角, $p = 1, 2, \dots, P$, P 为目标数目,接收和发射导向矢量分别为 $\mathbf{a}(\varphi)$ 和 $\mathbf{b}(\theta)$,相应的目标反射系数分别为 $\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_P$,由于不同目标的反射系数及路径损耗不同,假设 α_p 服从零均值、方差为 σ_p^2 的复高斯分布 $\alpha_p \sim N^c(0, \sigma_p^2)$ 。为了便于讨论和分析,不考虑目标多普勒信息,则整个接收阵列的输出信号矢量可表示为^[6,9]

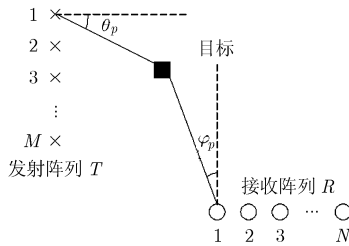


图1 双基地MIMO雷达系统结构

$$\mathbf{X}(l) = \mathbf{A}(\varphi) \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{B}^T(\theta) \mathbf{S}(l) + \mathbf{w}(l) \quad (1)$$

$\mathbf{S}(l) = [\mathbf{S}_1(l), \mathbf{S}_2(l), \dots, \mathbf{S}_M(l)]^T \in C^{M \times 1}$ 为发射阵列在时刻 l 的发射信号矢量, $\mathbf{A}(\varphi) = [\mathbf{a}(\varphi_1) \mathbf{a}(\varphi_2) \dots \mathbf{a}(\varphi_P)]$ 和 $\mathbf{B}(\theta) = [\mathbf{b}(\theta_1) \mathbf{b}(\theta_2) \dots \mathbf{b}(\theta_P)]$ 分别为 P 个目标的接收和发射阵列导向矢量矩阵, $\text{diag}(\boldsymbol{\alpha})$ 表示由向量 $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_P]^T$ 构成的对角矩阵, $\mathbf{w}(l) \in C^{N \times 1}$ 为噪声矢量, 满足 $\mathbf{w} \sim N^c(0, \sigma_w^2 \mathbf{I}_N)$ 。

由于各发射阵元发射的信号相互正交,即满足:

$$\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L s_m(l) s_n^*(l) = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases}, \text{其中 } s_m(l), s_n(l) \text{ 表示}$$

第 m 个和第 n 个发射阵元的发射信号, L 为一个脉冲内的码长。利用 M 个发射信号分别对每个接收阵元接收的 Q 个脉冲的回波信号进行匹配滤波,将匹配后的接收信号写成矩阵形式,可表示为^[6,9]

$$\mathbf{Z}_r = \mathbf{H}(\theta, \varphi) \boldsymbol{\Sigma} + \mathbf{w} \quad (2)$$

式中 $\mathbf{Z}_r = [\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \dots \mathbf{r}_Q] \in C^{MN \times Q}$, $\mathbf{r}_q \in C^{MN \times 1}$ 为在

第 q 个发射脉冲时整个接收阵列的接收信号匹配滤波后形成的信号矢量, $\mathbf{H}(\theta, \varphi) = [\mathbf{h}(\theta_1, \varphi_1), \dots, \mathbf{h}(\theta_P, \varphi_P)] \in C^{MN \times P}$, 其中 $\mathbf{h}(\theta, \varphi) = \text{vec}(\mathbf{a}(\varphi) \mathbf{b}^T(\theta)) \in C^{MN \times 1}$ 称为MIMO雷达的联合导向矢量, $\text{vec}(\cdot)$ 为矩阵列向量化, $\mathbf{w} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_Q]$, $\mathbf{w}_q \sim N^c(0,$

$$(1/L) \sigma_w^2 \mathbf{I}_{MN}), \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \dots & \alpha_{1Q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{P1} & \dots & \alpha_{PQ} \end{bmatrix}_{P \times Q}, \text{其中 } \alpha_{pq}$$

($p = 1, \dots, P, q = 1, \dots, Q$)为第 p 个目标在第 q 个发射脉冲扫描时的目标反射系数^[6,9]。

3 基于多项式求根的多目标定位方法

由式(2)可知匹配滤波后接收信号的协方差矩阵为 $\hat{\mathbf{R}} = E[\mathbf{Z}_r \mathbf{Z}_r^H] \in C^{MN \times MN}$,对协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ 作特征值分解,则有

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Lambda}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n \boldsymbol{\Lambda}_n \mathbf{U}_n^H \quad (3)$$

其中 $\boldsymbol{\Lambda}_s = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_P)$ 为特征值分解所得的 P 个大特征值, \mathbf{U}_s 为大特征值所对应的信号子空间, $\boldsymbol{\Lambda}_n = \text{diag}(\lambda_{P+1}, \lambda_{P+2}, \dots, \lambda_{MN})$ 为特征值分解所得的 $(MN - P)$ 个小特征值, \mathbf{U}_n 为小特征值所对应的噪声子空间,由此可得空间谱函数为

$$\hat{P}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\mathbf{h}^H(\theta, \varphi) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{h}(\theta, \varphi)} \quad (4)$$

从式(4)可以看出,采用传统的2维谱搜索方法,利用联合导向矢量 $\mathbf{h}(\theta, \varphi)$ 进行搜索,可以获得目标的发射角度和接收角度,但是所需运算量较大,并且运算量和估计精度均与搜索的步长有关。下面提出一种基于多项式求根的多目标定位方法,将2维的收发方位角估计分离为两个1维的方位角估计过程。

由于接收导向矢量 $\mathbf{a}(\varphi) = [1, \exp(-j2\pi d_r \sin \varphi / \lambda), \dots, \exp(-j2\pi d_r (N-1) \sin \varphi / \lambda)] \in C^{N \times 1}$,发射导向矢量 $\mathbf{b}(\theta) = [1, \exp(-j2\pi d_t \sin \theta / \lambda), \dots, \exp(-j2\pi d_t (M-1) \sin \theta / \lambda)] \in C^{M \times 1}$,其中 λ 为发射信号波长,令 $z_t = e^{j2\pi d_t \sin \theta / \lambda}$, $z_r = e^{j2\pi d_r \sin \varphi / \lambda}$,则有 $\mathbf{b}(z_t) = [1 \ z_t \ \dots \ z_t^{M-1}]^T$, $\mathbf{a}(z_r) = [1 \ z_r \ \dots \ z_r^{N-1}]^T$,此时联合导向矢量 $\mathbf{h}(z_t, z_r) = \text{vec}(\mathbf{a}(z_r) \mathbf{b}^T(z_t)) \in C^{MN \times 1}$ 。

再令 $\boldsymbol{\Omega}_n = \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \in C^{MN \times MN}$, $J(z_t, z_r) = \mathbf{h}^H(z_t, z_r) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{h}(z_t, z_r)$,则有

$$J(z_t, z_r) = \mathbf{h}^H(z_t, z_r) \boldsymbol{\Omega}_n \mathbf{h}(z_t, z_r) \quad (5)$$

将 $\boldsymbol{\Omega}_n$ 分解成 M^2 个子阵,即表示为

$$\boldsymbol{\Omega}_n = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \dots & \Omega_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Omega_{M1} & \dots & \Omega_{MM} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中 $\Omega_{i,j} \in C^{N \times N}$, $i, j = 1, \dots, M$,则根据联合导向矢

量 $\mathbf{h}(z_t, z_r) \in C^{MN \times 1}$ 的特点, 式(5)可以写成为

$$\begin{aligned} J(z_t, z_r) &= \mathbf{h}^H(z_t, z_r) \boldsymbol{\Omega}_n \mathbf{h}(z_t, z_r) \\ &= \mathbf{a}_r^H(z_r) \left[\sum_{i,j=1}^M z_t^{i-j} \Omega_{ij} \right] \mathbf{a}_r(z_r) \end{aligned} \quad (7)$$

理想条件下数据空间中的信号子空间与噪声子空间是相互正交的, 即信号子空间中的导向矢量也与噪声子空间正交, 根据式(7)可以得到如下方程:

$$F_t(z_t) = \det \left[\sum_{i,j=1}^M z_t^{i-j} \Omega_{ij} \right] = 0 \quad (8)$$

此时采用多项式求根法, 显然, 式(8)是一个 $2N(M-1)$ 阶的方程, 也就是说有 $N(M-1)$ 对根, 且每对根是相互共轭的关系, 求解式(8)在单位圆上的 P 个根 \hat{z}_t^p , $p=1, \dots, P$, 便可以得到 P 个目标的发射角度 $\hat{\theta}_p = \arcsin(\lambda/(2\pi d_t) \arg(\hat{z}_t^p))$, $p=1, \dots, P$ 。考虑到由于噪声的存在, 数据协方差矩阵存在误差, 只需求式(8)的 P 个根接近于单位圆上的根即可。

然后将式(8)所求得的目标 p 的根 \hat{z}_t^p 代入式(7), 可以再次得到方程

$$F_r(\hat{z}_t^p, z_r^p) = \mathbf{a}_r^H(z_r^p) \left[\sum_{i,j=1}^M (\hat{z}_t^p)^{i-j} \Omega_{ij} \right] \mathbf{a}_r(z_r^p) = 0 \quad (9)$$

对式(9)再次利用多项式求根法, 可以求得对应于目标发射角度 $\hat{\theta}_p$ 的 \hat{z}_r^p , 即可得目标 p 的接收角度 $\hat{\varphi}_p = \arcsin(\lambda/(2\pi d_r) \arg(\hat{z}_r^p))$ 。

从上面的定位方法可以看出, 目标接收角度 $\hat{\varphi}_p$ 是对应各目标发射角度 $\hat{\theta}_p$ 求解获得的, 因此目标的发射角度和接收角度已经自动配对, 避免了额外的配对运算过程。

4 最大可定位目标数目

这里讨论一下本文方法的最大可定位目标数目。由于式(8)是一个 $2N(M-1)$ 阶的方程, 而该方程的根具有共轭性, 即是关于单位圆对称的, 式(8)可表示成 $F_t(z_t) = \det \left[\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^i z_t^{i-j} \Omega_{ij} \right]$, 由此可知本文方法的最大可定位目标数目为 $N(M-1)$; 另外,

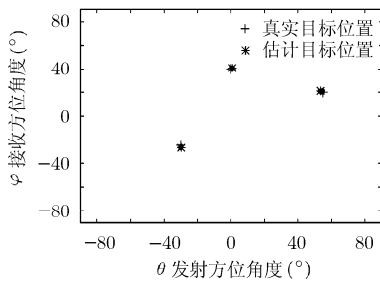


图2 本文方法目标定位的星座图

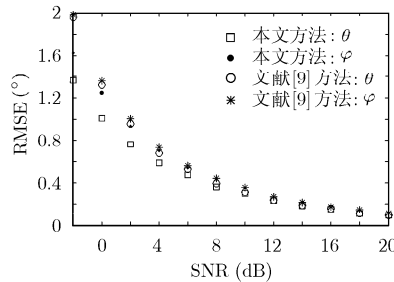


图3 收发方位角度均方根误差与SNR的变化关系

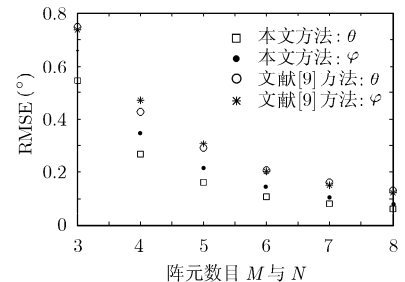


图4 收发方位角度均方根误差与阵元数目的变化关系

在构成输出充分统计量时, 还可以使联合导向矢量 $\mathbf{h}(\theta, \varphi) = [\text{row}(\mathbf{a}(\varphi) \mathbf{b}^T(\theta))]^T \in C^{MN \times 1}$, $\text{row}(\cdot)$ 为矩阵行向量化, 以重构输出充分统计量 \mathbf{Z}_T , 此时 $\boldsymbol{\Omega}_n$ 可分

$$\text{解表示为 } \boldsymbol{\Omega}_n = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \cdots & \Omega_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Omega_{N1} & \cdots & \Omega_{NN} \end{bmatrix}, \text{ 其中 } \Omega_{i,j} \in C^{M \times M},$$

$i, j = 1, \dots, N$, 这种情况下最大可定位目标数目则为 $M(N-1)$ 。因此, 选择不同的输出充分统计量的构成方式, 对应着不同的最大可定位目标数目, 以及获得发射角度和接收角度不同的先后次序, 这些都可以根据系统需要进行选择。

5 仿真

下面通过 Monte-Carlo 实验验证本文方法的有效性。双基地 MIMO 雷达系统结构如图 1 所示, 假设发射和接收阵列均为阵元间距为半波长的均匀线阵, 目标数目为 $P=3$, 分别位于 $(\theta_1, \varphi_1) = (0^\circ, 40^\circ)$, $(\theta_2, \varphi_2) = (55^\circ, 20^\circ)$, $(\theta_3, \varphi_3) = (-30^\circ, -25^\circ)$ 。

图 2 为本文方法对目标 2 二维方位角度进行目标定位所得的星座图。仿真采用 50 次 Monte-Carlo 实验, 发射阵元数 $M=3$, 接收阵元数 $N=3$, 其中 3 个目标的信噪比均为 $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$, 快拍数为 64。从图中可以看出本文方法能对目标的 2 维方位角度进行准确估计和配对, 即可实现对多目标的有效定位。

图 3 为本文方法和文献[9]方法对目标 1 的 2 维方位角度估计的均方根误差(RMSE)随着信噪比 SNR 变化的关系。仿真采用 500 次独立的 Monte-Carlo 实验, 发射阵元数 $M=3$, 接收阵元数 $N=3$, 快拍数为 64。从图中可以看出在信噪比 SNR 较大时, 本文方法与文献[9]方法方位角度估计性能基本一致; 而在信噪比 SNR 较低时, 性能比文献[9]方法要稍好。

图 4 为本文方法和文献[9]方法对目标 1 的 2 维方位角度估计的均方根误差(RMSE)随着阵元数目 M 与 N 变化的关系。仿真采用 500 次独立的 Monte-

Carlo 实验, 其中 3 个目标的信噪比均为 $\text{SNR} = 0 \text{ dB}$, 快拍数为 200。从图中可以看出, 本文方法比文献[9]方法方位角度估计性能要略好, 随着阵元数目 M 与 N 的增大, 本文方法与文献[9]方法方位角度估计性能都在变好, 并逐渐接近。

6 结束语

本文提出了一种基于多项式求根的双基地 MIMO 雷达多目标定位方法, 将 2 维的收发方位角度估计分离为两个 1 维的方位角度估计过程, 先后采用两次多项式求根法进行 1 维方位角度的估计, 避免了传统的 2 维谱峰搜索, 所估计的 2 维方位角能够自动配对, 不需要额外的配对运算, 并且系统的最大可定位目标数目不少于接收机数目。另外还可以根据系统需要, 选择不同的输出充分统计量的构成方式, 来选择所需的最大可定位目标数目, 并获得发射角度和接收角度不同的先后次序。仿真结果证明了该算法的有效性。

参考文献

- [1] Fisher E, Haimovich A, and Blum R S, *et al.* MIMO radar: an idea whose time has come[C]. IEEE Radar Conference, Philadelphia, Pennsylvania, USA, Apr. 2004: 71-78.
- [2] Fisher E, Haimovich A, and Blum R S, *et al.* Spatial diversity in radars-models and detection performance[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(3): 823-838.
- [3] Haimovich A M, Blum R S, and Leonard J, *et al.* MIMO radar with widely separated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(1): 116-129.
- [4] Bekkerman I and Tabrikian J. Target detection and localization using MIMO radars and sonars[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(10): 3873-3883.
- [5] Jian L and Stoica P. MIMO radar with colocated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(5): 106-114.
- [6] Yan H, Li J, and Liao G. Multitarget identification and localization using bistatic MIMO radar systems[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2008, 8(2): 1-8.
- [7] Duofang C, BaiXiao C, and Guodong Q. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(12): 770-771.
- [8] Chen Jin-li, Gu Hong, and Su Wei-min. Angle estimation using ESPRIT without pairing in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(24): 1422-1423.
- [9] 陈金立, 顾红, 苏卫民. 一种双基地MIMO雷达快速多目标定位方法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(7): 1664-1668.
Chen Jin-li, Gu Hong, and Su Wei-min. A method for fast multi-target localization in bistatic MIMO radar system[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(7): 1664-1668.

谢 荣: 男, 1982 年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、雷达天线理论等。
刘 峥: 男, 1964 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向包括雷达信号处理的理论与系统设计、雷达精确制导技术、多传感器信息融合等。