

上行MU-MIMO系统中渐近最优的最大特征波束成型技术

汪浩 林孝康

(清华大学电子工程系 北京 100084)

摘要: 该文提出了一种应用于上行 MU-MIMO 系统的次优传输技术: 最大特征波束成型(MEBF)。该技术仅要求每个用户终端(UE)在自己的最大特征方向上传输信息, 与最优的多用户迭代注水(MU-IWF)技术相比复杂度很低。通过理论分析, 证明了 MEBF 随着 UE 个数的增加是渐近最优的。对于有限的 UE 个数, 仿真结果表明, MEBF 是一种接近最优的传输技术。

关键词: 无线通信; 多用户 MIMO; 信道和容量; 波束成型

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)08-1910-04

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.01188

Asymptotically Optimal Maximum Eigenmode Beamforming Technique in Uplink MU-MIMO Systems

Wang Hao Lin Xiao-kang

(Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: In this paper, a sub-optimal transmission technique is proposed for uplink MU-MIMO systems, which is called Maximum Eigenmode Beamforming (MEBF). Compared with the optimal transmission technique (i.e., Multi-User Iterative Water-Filling, MU-IWF), the complexity of MEBF is very low since each User Equipment (UE) transmits only in its maximum eigenmode direction. Theoretical analyses show that MEBF is asymptotically optimal with the number of UEs increasing. It is also shown by simulation results that for a finite number of UEs, MEBF is nearly optimal.

Key words: Wireless communication; Multi-User Multiple-Input Multiple-Output (MU-MIMO); Sum capacity; Beamforming

1 引言

相对于单用户单输入单输出系统, 多用户多输入多输出 (Multi-User Multiple-Input Multiple-Output, MU-MIMO) 系统可以带来显著的空间复用增益 (multiplexing gain) 和多用户分集增益 (multi-user diversity gain), 从而极大地提高了系统的信道容量^[1]。因而近期 MU-MIMO 系统得到了许多学者的广泛关注^[1-5]。虽然脏纸编码 (Dirty Paper Coding, DPC)^[4] 和多用户迭代注水 (Multi-User Iterative Water-Filling, MU-IWF)^[5] 可以分别实现下行和上行 MU-MIMO 系统的信道容量, 但是它们的实现复杂度都非常高, 难以在实际系统中使用。因此, 研究可以获得 MU-MIMO 系统复用和分集增益的低复杂度传输技术显得尤为重要。

针对下行 MU-MIMO 系统, 文献[6]提出了一种低复杂度的传输技术, 即正交随机波束成型

(Random Beamforming, RBF), 证明了随着用户终端 (User Equipment, UE) 个数 (以下用 K 表示) 的增加, RBF 可以渐近地实现信道和容量。文献[7]提出了另一种低复杂度的波束成型技术, 被命名为迫零波束成型 (Zero-Forcing Beamforming, ZFBF)。当 K 为有限数时, ZFBF 的性能优于 RBF, 并且它也可以渐近地 (随着 K 的增加) 获得信道和容量。

本文将考虑上行 MU-MIMO 系统, 提出了一种低复杂度的传输技术: 最大特征波束成型 (Maximum Eigenmode Beamforming, MEBF), 即每个 UE 把自己的所有传输功率集中在最大特征方向上。通过理论分析, 证明了 MEBF 随着 K 的增加可以渐近的达到系统的信道和容量。另外, 对于有限的 K , 仿真结果表明, 相对最优但难以实现的 MU-IWF 传输技术, MEBF 的性能损失很小。在文献[8,9]的 MU-SVD 方案中, 每个 UE 也仅在最大特征方向上传输信息, 但是基站 (base station) 使用次优的迫零算法 (zero forcing) 检测信号。有别于文献[8,9], 本文从信息理论的角度研究 MEBF 的可达和速率 (即基站使用最优的信号检测算法: 最小均方误

2009-09-08 收到, 2010-03-22 改回

美国高通公司资助课题

通信作者: 汪浩 hao-wang04@mails.tsinghua.edu.cn

差连续干扰消除, MMSE-SIC), 并且从理论上证明了 MEBF 的渐近最优性。

2 系统模型

考虑一个 K 个 UE 的上行 MU-MIMO 系统, 基站和每个 UE 上的天线数分别为 M 和 N 。用 \mathbf{x}_k ($\mathbf{x}_k \in C^{N \times 1}$) 和 p_k 分别表示 UE- k 的传输信号向量和最大功率约束, 即 $\text{tr}(\mathbf{Q}_k) = \text{tr}(\text{E}\{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H\}) \leq p_k$, 其中 $\mathbf{Q}_k \in C^{N \times N}$ 是传输信号的协方差矩阵 ($\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹)。那么, 基站的接收信号向量 $\mathbf{y} \in C^{M \times 1}$ 可以表示为

$$\mathbf{y} = \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{H}_k \in C^{M \times N}$ 是 UE- k 的信道矩阵, $\mathbf{n} \in C^{M \times 1}$ 是零均值、单位协方差矩阵的加性复高斯噪声向量。式 (1) 中的 \mathbf{H}_k 在不同 UE 间独立分布。假设发射端和接收端都精确已知信道信息 $\{\mathbf{H}_k\}$ 。

3 最大特征波束成型技术

3.1 最优传输技术

上行 MU-MIMO 系统的信道和容量为^[1, 5]

$$C = \max_{\text{tr}(\mathbf{Q}_k) \leq p_k, \forall k} \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_M + \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_k \mathbf{H}_k^H \right) \right] \quad (2)$$

其中 \mathbf{I}_M 是 M 维的单位矩阵, $\det(\cdot)$ 表示矩阵的行列式。

显然, 式 (2) 是一个凸优化问题, UE 传输信号的协方差矩阵 $\{\mathbf{Q}_k\}$ 是优化变量。文献[5]指出, MU-IWF 可以获得式 (2) 的最优解, 但是它由于迭代的特性难以在实际系统中使用。另外, MU-IWF 得到的 \mathbf{Q}_k 的秩一般大于 1。这说明一般情况下, 系统要给每个 UE 设计多个独立的、不同码率的编码传输方案 (即向量编码), 显然它的复杂度较高。

3.2 最大特征波束成型

由于最优的传输技术 MU-IWF 难以在实际系统中使用, 本文考虑一种次优的传输技术: 最大特征波束成型 (Maximum Eigenmode Beamforming, MEBF)。具体来讲, 每个 UE 仅在自己的最大特征方向上传输信息。

对所有 UE 的信道矩阵 $\{\mathbf{H}_k\}$ 作奇异值分解, 用 $d_{k,\max}$ 、 $\mathbf{u}_{k,\max}$ ($\in C^{N \times 1}$) 和 $\mathbf{v}_{k,\max}$ ($\in C^{N \times 1}$) 分别表示 \mathbf{H}_k 的最大奇异值以及对应最大奇异值的左、右奇异向量。对于 MEBF 技术, UE- k 的传输信号 \mathbf{x}_k 可以表示为

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{v}_{k,\max} \cdot s_k \quad (3)$$

其中 s_k 代表 UE- k 的传输符号, 且满足 $\text{E}\{|s_k|^2\} = p_k$ 。那么, UE- k 传输信号的协方差矩阵

$$\mathbf{Q}_k = \text{E}\{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H\} = p_k \cdot \mathbf{v}_{k,\max} \mathbf{v}_{k,\max}^H \quad (4)$$

从式 (4) 可以看出, UE- k 的所有传输功率 p_k 都集中在最大特征方向, 这避免了 MU-IWF 中复杂的多用户迭代功率分配。另外, 式 (4) 中 \mathbf{Q}_k 的秩为 1,

这表明 MEBF 不需要复杂的向量编码。因此, 和 MU-IWF 相比, MEBF 的复杂度很低。

根据式 (4), MEBF 的可达和速率可以写为

$$\begin{aligned} R_{\text{MEBF}} &= \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_M + \sum_{k=1}^K p_k \mathbf{H}_k \mathbf{v}_{k,\max} \mathbf{v}_{k,\max}^H \mathbf{H}_k^H \right) \right] \\ &= \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_M + \sum_{k=1}^K p_k d_{k,\max}^2 \mathbf{u}_{k,\max} \mathbf{u}_{k,\max}^H \right) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

因为 MEBF 是一种次优的传输技术, 所以有下面的引理成立。

引理 1 对于式 (1) 中的上行 MU-MIMO 系统, MEBF 的可达和速率是信道和容量的一个下界, 即

$$C \geq R_{\text{MEBF}} = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_M + \sum_{k=1}^K p_k d_{k,\max}^2 \mathbf{u}_{k,\max} \mathbf{u}_{k,\max}^H \right) \right] \quad (6)$$

3.3 渐近最优性

本小节将证明, MEBF 随着 K 的增加可以渐近的实现上行 MU-MIMO 系统的信道和容量。首先给出下面的引理 (证明略)。

引理 2 对于式 (1) 中的上行 MU-MIMO 系统, 式 (7) 给出了信道和容量的一个上界。

$$C \leq M \log_2 \left(1 + \frac{1}{M} \sum_{k=1}^K p_k d_{k,\max}^2 \right) \quad (7)$$

当 $K \rightarrow \infty$ 时, 此引理中的上界变为

$$\lim_{K \rightarrow \infty} C \leq \lim_{K \rightarrow \infty} M \log_2 \left(1 + \frac{1}{M} \sum_{k=1}^K p_k d_{k,\max}^2 \right) \quad (8)$$

在另外一面, 引理 1 中的下界在 K 无穷时可以写为

$$\lim_{K \rightarrow \infty} C \geq \lim_{K \rightarrow \infty} R_{\text{MEBF}} = \lim_{K \rightarrow \infty} \log_2 \left[\det(\mathbf{I}_M + \mathbf{B}) \right] \quad (9a)$$

其中

$$\mathbf{B} = \sum_{k=1}^K p_k d_{k,\max}^2 \mathbf{u}_{k,\max} \mathbf{u}_{k,\max}^H \quad (9b)$$

用 $\mathbf{u}_{k,\max,i}$ 表示 M 维单位列向量 $\mathbf{u}_{k,\max}$ 的 i 个元素。对于任意的 UE- k , $\{\mathbf{u}_{k,\max,i}, \forall i\}$ 的模同分布, 相位均匀分布在 $[-\pi, +\pi]$ 之间; 另外, $\mathbf{u}_{k,\max}$ 在不同 UE 间独立分布 (由于 \mathbf{H}_k 在不同 UE 间独立分布)。那么根据强大数定理^[10], 当 $K \rightarrow \infty$ 时, 矩阵 \mathbf{B} 的对角线元素

$$\begin{aligned} (\mathbf{B})_{ii} &= \sum_{k=1}^K p_k d_{k,\max}^2 |\mathbf{u}_{k,\max,i}|^2 \\ &\doteq \sum_{k=1}^K p_k d_{k,\max}^2 / M, \quad \forall i \end{aligned}$$

非对角线元素

$$(\mathbf{B})_{ij} = \sum_{k=1}^K p_k d_{k,\max}^2 \mathbf{u}_{k,\max,i} \mathbf{u}_{k,\max,j}^H \doteq 0, \quad \forall i \neq j$$

其中 \doteq 表示 “当 K 无穷时相等”。所以有

$$\begin{aligned} \lim_{K \rightarrow \infty} C &\geq \lim_{K \rightarrow \infty} R_{\text{MEBF}} \\ &= \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_M + \left(\frac{1}{M} \sum_{k=1}^K p_k d_{k,\max}^2 \right) \cdot \mathbf{I}_M \right) \right] \\ &= M \log_2 \left(1 + \frac{1}{M} \sum_{k=1}^K p_k d_{k,\max}^2 \right) \end{aligned} \quad (10)$$

显然，式(8)和式(10)的右边部分相同，因此有下面的定理成立。

定理 1 式(1)中的上行 MU-MIMO 系统在 $K \rightarrow \infty$ 时的渐近信道和容量为

$$\lim_{K \rightarrow \infty} C = \lim_{K \rightarrow \infty} R_{\text{MEBF}} \doteq M \log_2 \left(1 + \frac{1}{M} \sum_{k=1}^K p_k d_{k,\text{max}}^2 \right) \quad (11)$$

此定理说明，低复杂度的 MEBF 是一种渐近最优的(当 $K \rightarrow \infty$)传输技术。下一节将通过仿真结果说明，对于有限的 K ，MEBF 的性能接近最优。

4 仿真结果

4.1 独立 MIMO 信道

首先考虑独立 MIMO 信道，即 UE- k 的信道被建模为

$$\mathbf{H}_k = s_k \mathbf{W}_k \quad (12)$$

其中 s_k 是标量，表示大尺度衰落(路径损耗和阴影效应)， $\mathbf{W}_k \in C^{M \times N}$ 表示小尺度衰落(瑞利)，其元素是独立、同分布的零均值复高斯变量(方差归一化到 1)。图 1(a)与 1(b)分别给出了不同 K 时 MEBF 的和速率概率累积函数与平均和速率，对应的信道和容量也在图中画出。天线数设定为 $M = N = 2$ 。假设 UE 均匀的分布在边长为 1 的六边形小区内(不包括以基站为中心半径为 0.01 的圆形区域);路径损耗的衰减因子和归一化的阴影衰落的标准差分别为 4 和 8。为了保证不同 UE 之间的公平性，图 1 采用了在 CDMA 系统中使用的功率控制机制，即 UE 的传输功率由慢变的大尺度衰落控制^[11]。 $K \rightarrow \infty$ 的曲线由式(11)得到。

从图 1(a)和 1(b)可以看到，对于单用户 MIMO 系统(即 $K = 1$ 的曲线)，MEBF 相对于信道容量的速率损失较大;然而，对于 MU-MIMO 系统(即 $K = 2, 4$ 及 $K \rightarrow \infty$ 的曲线)，MEBF 的速率损失较小，并且随着 K 增加而减小。当 $K \rightarrow \infty$ 时，MEBF 的速率

损失趋于零。

4.2 相关 MIMO 信道

在现实的无线信道环境中，由于天线距离较近(因为 UE 的尺寸一般较小)、缺乏丰富的散射体等原因，MIMO 系统中不同天线链路的信道衰落之间存在相关性。依据 Kronecker 相关模型^[12,13]，相关衰落下 UE- k 的信道被建模为

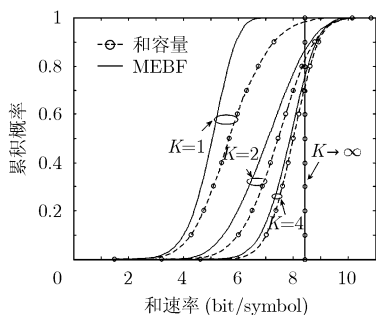
$$\mathbf{H}_k = s_k \mathbf{E}_k^{1/2} \mathbf{W}_k \mathbf{T}_k^{1/2} \quad (13)$$

其中 s_k 和 \mathbf{W}_k 的意义和式(12)相同， \mathbf{T}_k 和 \mathbf{E}_k 为半正定矩阵，它们分别刻画了 UE- k 与基站之间链路中 UE 端和基站端的天线相关性^[12,13]。图 2 给出了相关 MIMO 信道下 MEBF 的平均和速率。此图用复指数模型^[14]来构造 \mathbf{T}_k 和 \mathbf{E}_k (假设天线是等距、线型排列的)。具体地，UE 端和基站端相邻天线相关系数的模分别均匀分布在区间[0.8 0.9]和[0.2 0.3]中(相位均匀)。其它参数设置和图 1 相同。

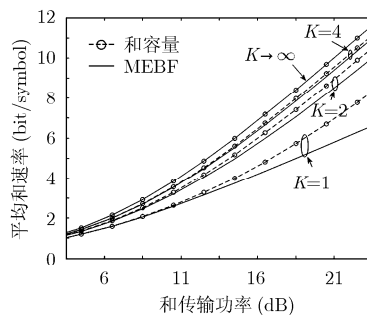
从图 2 中可以观察到图 1 中类似的现象，即 MU-MIMO 场景下，MEBF 相对于信道和容量的速率损失较小，且此损失随着 K 的增加而减小。对比图 2 和图 1(b)可以看到，相关场景下 MEBF 的和速率损失比独立场景更小。其原因粗略的解释如下：相关衰落会带来信道能量的聚集效应^[13]，即：最大特征方向的信道能量增强，其它方向的能量减弱。在这种信道能量差异增大的情况下，根据 MU-IWF 原理，式(2)中最优 $\{Q_k\}$ 的秩都为 1 的概率将增加(最优 $\{Q_k\}$ 的秩都为 1 时，MU-IWF 退化为 MEBF)^[5]，因此 MEBF 的损失在相关衰落下变得更小。图 2 中的观察说明，MEBF 很适合在现实的无线信道环境中应用。

4.3 误码率(BER)性能

本小节使用交织分多址(IDMA)系统^[15]来实现 MEBF 技术，即在 UE 端，经过编码、交织和调制后的信号仅在信道的最大特征方向上传输。有关



(a) 和速率的概率累积函数 (和传输功率为 18.5dB)



(b) 平均和速率

图 1 独立 MIMO 信道下 MEBF 与信道和容量的比较

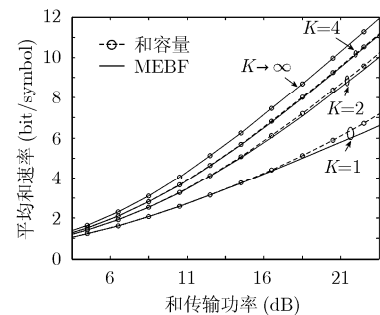


图 2 相关 MIMO 信道下 MEBF 与信道和容量的比较(平均和速率)

IDMA 的传输和检测技术参见文献[15]以及其引用的文献。图 3 给出了不同 K 时基于 IDMA 的 MEBF 系统的 BER 性能, 其中 $M = N = 4$, UE 使用 $1/2$ 码率 $(23, 35)_8$ 卷积码和 QPSK 调制。其它系统参数和图 1 相同。可以看到, 单用户场景下 ($K = 1$ 时), MEBF 与香农理论极限的距离较远, 约 7.5 dB (BER = 10^{-5} 时); 而多用户场景下 ($K = 4$ 时), 相应的距离只有约 4.9 dB。 $1/2$ 码率 $(23, 35)_8$ 卷积码在 AWGN 信道下距离香农极限约 4.8 dB (BER = 10^{-5} 时), 这说明, 多用户场景下由次优的 MEBF 所引起的 BER 性能损失很小。

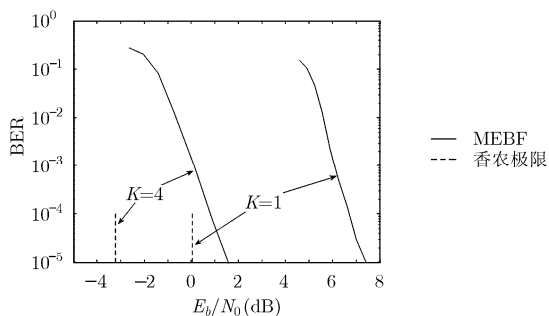


图 3 基于 IDMA 的 MEBF 系统的 BER 性能

图 1-图 3 中的观察皆表明, 对于上行 MU-MIMO 系统, MEBF 是一种接近最优的传输技术, 其性能损失很小。

5 结束语

针对上行 MU-MIMO 系统, 本文提出了一种次优但低复杂度的 MEBF 传输技术。和最优的 MU-IWF 技术相比, MEBF 避免了复杂的多用户迭代功率分配以及向量编码。仿真结果和渐近分析表明, 与信道和容量相比 MEBF 的速率损失很小, 且该损失随着 UE 个数的增加渐近地趋于零。因此, MEBF 是一种低复杂度的、渐近最优的传输技术。

参考文献

- [1] Gesbert D, Kountouris M, and Heath R W, *et al.* From single-user to multiuser communications: shifting the MIMO paradigm [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(5): 36-46.
- [2] Zhang J, Andrews J G, and Heath R W. Single-user MIMO vs. multiuser MIMO in the broadcast channel with CSIT constraints [C]. Allerton Conference on Communication, Control and Computing, Monticello, IL, 2008: 309-314.
- [3] Jindal N. Antenna combining for the MIMO downlink channel [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2008, 7(10): 3834-3844.
- [4] Weingarten H, Steinberg Y, and Shamai S. The capacity region of the Gaussian multiple-input multiple-output broadcast channel [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(9): 3936-3964.
- [5] Yu W, Rhee W, and Boyd S, *et al.* Iterative water-filling for Gaussian vector multiple-access channels [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2004, 50(1): 145-152.
- [6] Sharif M and Hassibi B. On the capacity of MIMO broadcast channels with partial side information [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(2): 506-522.
- [7] Yoo T and Goldsmith A. On the optimality of multi-antenna broadcast scheduling using zero-forcing beamforming [J]. *IEEE Journal of Selected Areas on Communications*, 2006, 24(3): 528-541.
- [8] Kim J and Cioffi J M. Spatial multiuser access with antenna diversity using singular value decomposition [C]. IEEE International Conference on Communications, New Orleans, USA, 2000: 1253-1257.
- [9] Liu G and Zhang J. Comparative investigation on MU-MIMO schemes for TDD MIMO OFDMA uplink [C]. 2006 IEEE International Conference on Communication, Networking and Mobile Computing, Wuhan, China, 2006: 1-4.
- [10] Serfling R J. Approximation Theorems of Mathematical Statistics [M]. UK, Wiley, 1980: 27, Theorem C.
- [11] Tse D and Viswanath P. Fundamentals of Wireless Communication [M]. UK, Cambridge, 2005, Chapter 4.
- [12] Louie R, McKay M, and Collings I. Impact of correlation on the capacity of multiple access and broadcast channels with MIMO-MRC[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2008, 7(6): 2397-2407.
- [13] Chuah C N, Tse D, and Kahn J M, *et al.* Capacity scaling in MIMO wireless systems under correlated fading [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2002, 48(3): 637-650.
- [14] Clerckx B, Kim G, and Kim S. Correlated fading in broadcast MIMO channels: curse or blessing [C]. IEEE Globe Communication Conference, New Orleans, USA, 2008: 1-5.
- [15] Ping L, Wang P, and Wang X. Recent progress in interleave-division multiple-access (IDMA) [C]. Military Communication Conference, Orlando, USA, 2007: 1-7.

汪浩: 男, 1981年生, 博士生, 研究方向为多用户 MIMO 系统。

林孝康: 男, 1947年生, 教授, 研究方向为无线通信和网络。