

## 基于稀疏表示的被动毫米波 L-R 成像算法

成萍<sup>①</sup> 赵家群<sup>②</sup> 司锡才<sup>①</sup> 赵昕<sup>③</sup>

<sup>①</sup>(哈尔滨工程大学信息与通信工程学院 哈尔滨 150001)

<sup>②</sup>(哈尔滨工程大学理学院 哈尔滨 150001)

<sup>③</sup>(第二炮兵驻国营 699 厂军事代表室 北京 100039)

**摘要:** 在被动毫米波的图像恢复中, L-R 算法是一种简单而有效的非线性方法。但当噪声不可忽略时, L-R 算法难以获得较好的复原结果。自适应稀疏表示, 作为一种新的信号处理方法, 具有表达信号灵活的特点, 能够在保持目标特征的同时有效地去除噪声。该文提出一种基于自适应稀疏表示的 L-R 算法。首先采用稀疏信号表示的方法进行去噪, 然后使用 L-R 算法进行图像恢复。这种改进算法通过使用基于自适应稀疏表示的去噪算法有效地减少了噪声对 L-R 算法的影响。实验数据的成像结果表明: 该文的改进算法提高了 L-R 算法的性能, 可用于低信噪比的图像复原。

**关键词:** 被动毫米波成像; L-R(Lucy-Richardson)成像算法; 自适应稀疏表示; 非线性

**中图分类号:** TP75

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2010)07-1707-05

**DOI:** 10.3724/SP.J.1146.2009.01017

## L-R Imaging Algorithm for Passive Millimeter Wave Based on Sparse Representation

Cheng Ping<sup>①</sup> Zhao Jia-qun<sup>②</sup> Si Xi-cai<sup>①</sup> Zhao Xin<sup>③</sup>

<sup>①</sup>(College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

<sup>②</sup>(College of Science, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

<sup>③</sup>(The Second Artillery Corps, Stationed in the state-operated 699 factory military representative room, Beijing 100039, China)

**Abstract:** In passive millimeter wave image restoration, L-R algorithm is a simple and effective nonlinear method. However, when the noise can not be neglected, it is difficult for L-R algorithm to get good restoration. As a novel signal processing method, adaptive sparse representation has a merit of representing signal flexibly and can de-noise effectively when maintaining features of targets. A novel L-R algorithm is proposed based on adaptive sparse representation. It first de-noises by employing sparse signal representation, and then restores images by using L-R algorithm. The modified algorithm reduces the influence of noise on L-R algorithm effectively by using de-noise algorithm based on adaptive sparse representation. The imaging results of experiment data show that the modified algorithm proposed in the paper improves the performance of L-R algorithm, and it can be used in image restoration when the signal to noise ratio is low.

**Key words:** Passive millimeter wave imaging; L-R(Lucy-Richardson) imaging algorithm; Adaptive sparse representation; Nonlinear

### 1 引言

由于被动毫米波成像能全天时全天候工作, 同时还能穿透云、烟、雾、衣物等, 所以它在军事侦察、环境监测、飞机导航、安全检测和医学检查等领域得到了广泛的应用。

与红外和可见光相比, 毫米波波长较长, 同时

它还受实际成像系统孔径的限制, 因此被动毫米波成像的分辨率相对较低。为提高图像分辨率, 需要采用图像恢复或超分辨率算法。这些算法可分为线性方法和非线性方法<sup>[1,2]</sup>。线性方法可减小成像器的点扩散函数引起的图像退化, 从而提高图像质量。但线性方法不能恢复系统带通外的信息, 因此线性恢复的图像中存在 Gibbs 振荡。而非线性方法可有效地利用能得到的先验信息, 因此它可在充分恢复带通内的信息的同时, 通过增加系统带通外的信息来抑制 Gibbs 振荡<sup>[2]</sup>。

2009-07-17 收到, 2009-12-01 改回

国防基础科研基金(A2420061104-06), 中国博士后基金(20090450834)

和黑龙江省博士后基金(LBH-Z08241)资助课题

通信作者: 成萍 chengping1219@126.com

目前被动毫米波成像的非线性方法有 L-R (Lucy-Richardson) 算法、MAP 方法、正约束方法、最大熵方法、POCS 方法、Gerchberg 方法和洛仑兹方法等<sup>[1,2]</sup>。在这些方法中, L-R 算法是一种简单而有效的非线性方法, 但它处理噪声的能力有限。而自适应稀疏表示在噪声去除方面具有很好的性能<sup>[3-7]</sup>。为了提高 L-R 算法的性能, 本文将 L-R 算法与自适应稀疏表示方法相结合, 得到一种新的被动毫米波成像算法。实验数据的成像结果验证了本文所提算法的有效性。

## 2 被动毫米波成像模型

被动毫米波成像是非相参成像, 其模型如下<sup>[1]</sup>:

$$g(\mathbf{r}) = \iint f(\boldsymbol{\rho})h(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})d\boldsymbol{\rho} + n(\mathbf{r}) \quad (1)$$

式中  $\mathbf{r}$  和  $\boldsymbol{\rho}$  是 2 维向量。式(1)也可以表示为下面的形式

$$g = h \otimes f + n \quad (2)$$

式中  $g$  为观测到的图像;  $h$  为系统的空间频率特性, 也被称为点扩展函数;  $f$  为目标或场景的辐射温度分布;  $n$  为噪声, 一般假设为高斯白噪声; 符号  $\otimes$  表示卷积。成像系统框图如图 1 所示:

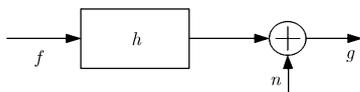


图1 毫米波系统框图

式(2)还可以用矩阵表示:

$$g = \mathbf{T}f + n \quad (3)$$

如果  $f$  是一个大小为  $M \times N$  的图像, 那么  $\mathbf{T}$  是一个大小为  $MN \times MN$  的分块 Topplitz 矩阵。对于平移不变的成像系统, 式(2)在傅里叶域可表示为

$$G = H \cdot F + N \quad (4)$$

上式中, 大写字母是相应空间函数的傅里叶变换;  $H$  是具有特定截止频率的空间低通滤波器<sup>[1]</sup>。图像恢复就是根据观测的图像  $g$  和已知的系统特性函数  $h$ , 求解目标或场景的辐射温度分布  $f$ 。这个逆问题是病态的, 也就是说, 即使在没有噪声的情况下, 解也是不稳定的。因此, 在求解中需要使用图像恢复或超分辨算法。

## 3 基于自适应稀疏表示的 L-R 算法

### 3.1 自适应去噪算法

稀疏信号表示是一种新兴的信号分析方法<sup>[3-7]</sup>, 它以过完备字典为基础, 可有效地挖掘信号的自然属性, 提高变换域的分辨率。但目前大多数稀疏表示方法采用预先设定的基函数, 这不能充

分发挥稀疏表示方法表达信号灵活的优点。如果能够根据信号自适应地选取基函数, 将能更好地抓住信号的本质特征。

K-SVD<sup>[5]</sup>就是这样一种简单而有效的自适应选取基函数的方法, 它可用于图像的稀疏表示和噪声去除。下面介绍 K-SVD 用于图像去噪的主要思想。

设  $x$  是一幅无噪的图像,  $g = x + n$  是被噪声污染后的图像, 其中  $n$  是均值为零, 方差为  $\sigma$  的高斯白噪声。算法的目的是: 通过对图像  $g$  的学习得到自适应基函数  $\mathbf{D}$ , 使得基于  $\mathbf{D}$  不但可以比较“简洁”地表示图像, 而且还能够有效地去除噪声。具体的实现是: 首先将  $g$  划分为大小为  $\sqrt{m} \times \sqrt{m}$  ( $m$  是预先设定好的) 相互重叠的小块图像, 对这些小块图像进行学习得到自适应字典  $\mathbf{D}$ , 然后基于  $\mathbf{D}$  对每个小块图像进行稀疏估计, 最后将这些小块图像的稀疏估计进行平均就可以得到恢复的图像。

算法可由下式描述<sup>[5-7]</sup>

$$\{\hat{\alpha}_{ij}, \hat{\mathbf{D}}, \hat{x}\} = \arg \min_{\mathbf{D}, \alpha_{ij}, x} \lambda \|x - g\|_2^2 + \sum_{i,j} \mu_{ij} \|\alpha_{ij}\|_0 + \sum_{i,j} \|\mathbf{D}\alpha_{ij} - \mathbf{R}_{ij}x\|_2^2 \quad (5)$$

式中  $\hat{x}$  是  $x$  的估计值;  $\hat{\mathbf{D}}$  是自适应基函数  $\mathbf{D}$  的估计; 向量  $\hat{\alpha}_{ij} \in \mathbb{R}^k$  表示  $\hat{x}$  中位置为  $[i, j]$  的小块图像在字典  $\hat{\mathbf{D}}$  上的稀疏表示的系数;  $\|\cdot\|_0$  表示  $l^0$  范数, 它计算向量中非零元素的个数;  $\mathbf{R}_{ij}$  是一个二元矩阵, 它从图像中提取坐标为  $[i, j]$ , 大小为  $\sqrt{m} \times \sqrt{m}$  的小块图像; 系数  $\mu_{ij}$  可在学习过程中估计出。

基于 K-SVD 的去噪方法的性能已达到甚至超过最近发表的其它去噪方法的性能<sup>[5,6]</sup>。目前 K-SVD 在去噪方面还具有很大的潜力<sup>[6]</sup>。

### 3.2 改进的 L-R 算法

(1)L-R 算法 L-R 算法是一种被广泛使用的图像恢复算法。它是由 Lucy 和 Richardson 于 70 年代根据贝叶斯理论提出来的。

下面简单介绍 L-R 算法。贝叶斯理论可将先验信息融入到问题中, 它可用下式表示<sup>[2]</sup>

$$p(f|g) = \frac{p(g|f)p(f)}{\sum_i p(g|f_i)p(f_i)} \quad (6)$$

式中  $p(f)$  是以概率分布函数表示的与场景  $f$  有关的先验信息;  $p(g|f)$  是似然函数, 即观察数据与先验信息吻合程度的测度;  $p(f|g)$  作为后验分布融入了先验信息和观察数据的信息; 分母则用于归一化后验分布。

最大后验概率(MAP)可有效地求解与统计分布有关的逆问题。它是在形成先验分布和似然函数的基础上, 选取使式(6)最大的  $\hat{f}$ , 即<sup>[2]</sup>

$$\hat{f} = \arg \max_f (p(f | g)) \quad (7)$$

L-R 方法是实现式(7)的一种算法,它假设图像服从泊松分布,算法如下<sup>[2]</sup>:

$$\hat{f}^{n+1} = \hat{f}^n \left( h \otimes \frac{g}{h \otimes \hat{f}^n} \right) \quad (8)$$

可见 L-R 算法恢复图像是通过在每次迭代时乘以一个修正项。

(2)改进的 L-R 算法 可以证明:在没有噪声或噪声很小的情况下,存在一个区域  $S = \{f : \|f - \hat{f}^1\| < \delta\}$ ,当且仅当 L-R 算法迭代的开始矢量  $\hat{f}^1$  包含在  $S$  中时, L-R 算法具有收敛到不动点的特性<sup>[8]</sup>。

也就是说,对于式(8)的算法,在没有噪声或噪声很小的情况下,当  $n$  不断增大时,  $\hat{f}^{n+1}$  会收敛于  $f$ ,即恢复出原始图像;当噪声不能忽略,式(8)的收敛性难以保证<sup>[9]</sup>。因此,处理噪声是 L-R 算法用于低信噪比图像复原的关键<sup>[8,9]</sup>。

由于自适应稀疏表示能够有效地去除噪声,因此可将自适应稀疏表示与 L-R 算法相结合,提高 L-R 算法的性能。这种新算法的框图如图 2 所示,其中基于自适应稀疏表示的去噪部分采用式(5)的算法。

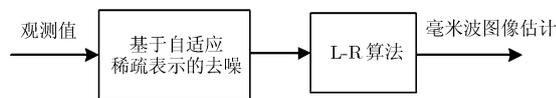


图 2 基于自适应稀疏表示的图像恢复

改进算法的设计思想是: L-R 算法是最小化  $\|h \otimes \hat{f} - g\|^2 \equiv \|n + h \otimes (\hat{f} - f)\|^2$ <sup>[1]</sup>,因此在噪声相对比较大的情况下,迭代解  $\hat{f}$  不收敛于  $f$ ;而改进后的 L-R 算法通过自适应稀疏表示的去噪算法,可有效地抑制了观察数据中的噪声  $n$ ,从而保证 L-R 算法收敛于真值  $f$ 。但与 L-R 算法相比,改进后的 L-R 算法计算量较大。

## 4 实验结果

为了验证本文所提方法的有效性,这里给出被动毫米波图像恢复的实验。

在实验 1 中,原始图像如图 3(a)所示,它是由一系列同心圆构成的大小为  $128 \times 128$  的图像。为了模拟被动毫米波系统所产生的降晰效应,将图 3(a)与方差为 4 的 2 维高斯函数相卷积,并加入均值为 0,方差为 10 的高斯白噪声,得到的图像如图 3(b)所示。使用 L-R 算法和本文的改进算法进行图像恢复的结果见图 3(c)和图 3(d)。可见在被动毫米波的图像恢复中,当噪声不可忽略时,改进的 L-R 算法图像恢复的结果优于 L-R 算法图像恢复的结果。

在实验 2 中,根据式(2),模糊 Cameraman 图像(见图 4(a))生成一幅被动毫米波图像,如图 4(b)所示。毫米波成像系统的空间频率特性  $h$  为方差为 4 的 2 维高斯函数,高斯白噪声  $n$  的均值为 0,方差为 10,所得图像的峰值信噪比<sup>[6,7]</sup>(衡量图像质量的一项重要指标)为 22.3125。采用 L-R 算法和本文方法进行图像恢复的结果见图 4(c)和图 4(d),对应的峰值信噪比为 23.2041 和 25.1934。无论是从视觉效果还是根据峰值信噪比的大小,都可看出本文的改进算法得到了更好的成像结果。

从上述两个实验可知,修正的 L-R 算法可提高 L-R 算法的性能。这是因为: L-R 算法是一种对数据进行最大可能逼近的算法,图 3(c)和图 4(c)中的噪声就是由于过于逼近图 3(b)和图 4(b)中的噪声所致;而改进的 L-R 算法通过自适应去噪算法对图像中的噪声进行有效抑制,减小了噪声对 L-R 算法的影响,因此图 3(d)和图 4(d)的成像质量优于图 3(c)和图 4(c)。

在不同方差的高斯白噪声下, L-R 算法和本文方法的成像结果见表 1。表 1 中的数据是 6 次实验的平均值,测试图像是实验 1 和实验 2 中的同心圆图像和 Cameraman 图像。

从表 1 可以看出,当  $\sigma > 5$  时,本文算法性能明

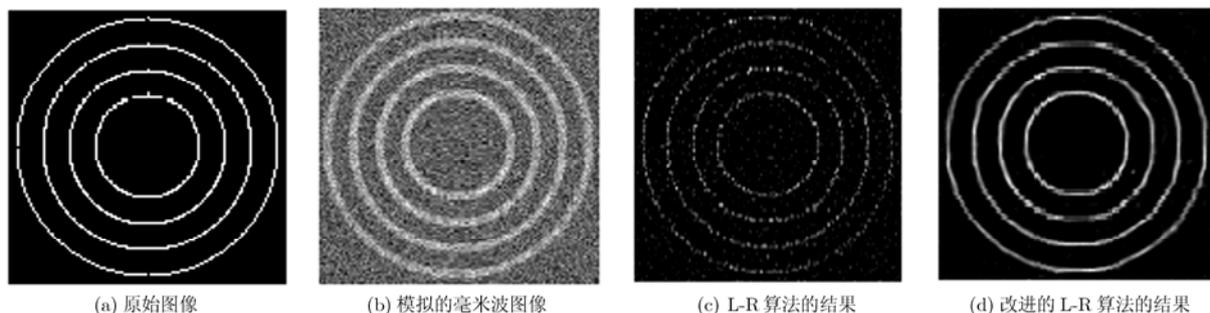


图 3 同心圆图像被动毫米波图像恢复实验

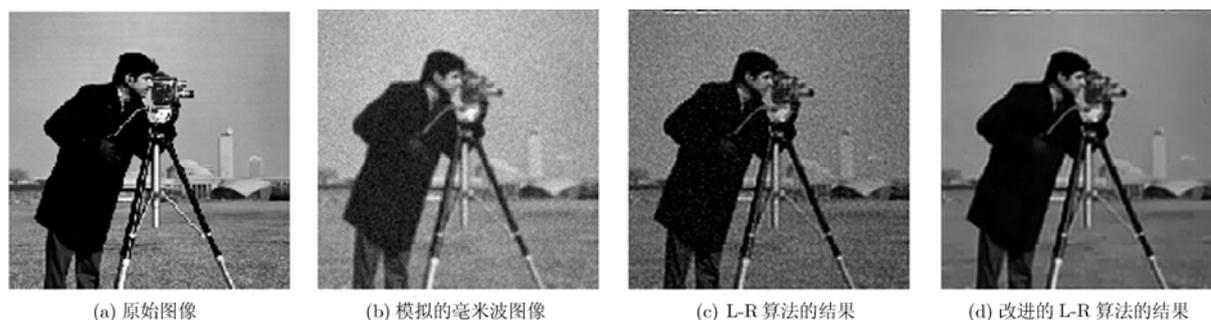


图 4 Cameraman 图像被动毫米波图像恢复实验

表 1 基于峰值信噪比的成像性能比较

| $\sigma$ | 同心圆     |         |         | Cameraman |         |         |
|----------|---------|---------|---------|-----------|---------|---------|
|          | 处理前     | L-R 算法  | 本文算法    | 处理前       | L-R 算法  | 本文算法    |
| 2        | 21.5992 | 26.5367 | 26.3349 | 23.5824   | 26.1296 | 26.1217 |
| 5        | 21.3874 | 25.1800 | 25.2962 | 23.2679   | 25.3130 | 25.7546 |
| 10       | 20.7556 | 22.8249 | 25.6119 | 21.0943   | 23.2220 | 25.2100 |
| 15       | 19.8071 | 18.1390 | 23.8440 | 21.0852   | 21.0351 | 24.7489 |
| 20       | 18.7986 | 19.5253 | 22.1143 | 19.7939   | 19.1219 | 24.4448 |
| 25       | 17.7869 | 18.2330 | 21.1827 | 18.5704   | 17.4479 | 24.0936 |
| 50       | 13.5046 | 13.7360 | 20.5422 | 13.6888   | 11.7435 | 22.6686 |
| 75       | 10.3169 | 10.6853 | 20.3161 | 10.4239   | 8.3283  | 21.2820 |
| 100      | 7.8917  | 8.3404  | 20.1130 | 8.0220    | 6.0620  | 20.3509 |

显优于 L-R 算法。当  $\sigma = 2$  和  $\sigma = 5$  时, L-R 算法与本文算法恢复图像的性能相当。这是因为当噪声较小时, L-R 算法具有收敛到不动点的特性, 可以很好地恢复图像, 此时不需要采用本文算法。

为了验证本文算法在非高斯噪声下的适用性, 将实验 2 中的高斯白噪声改为参数为 25 的泊松分布噪声, 所得图像的峰值信噪比为 18.4734。采用 L-R 算法和本文方法进行图像恢复的结果见图 5(a)和图 5(b), 对应的峰值信噪比为 19.0330 和 19.1281。将实验 2 中的高斯白噪声改为在区间 0~40 均匀分布的噪声, 所得图像的峰值信噪比为 19.0489。采用 L-R

算法和本文方法进行图像恢复的结果见图 5(c)和图 5(d), 对应的峰值信噪比为 19.3260 和 20.3673。无论是从视觉效果还是根据峰值信噪比的大小, 都可看出在非高斯噪声下本文算法具有很好的适用性。

## 5 结论

本文基于自适应稀疏表示提出了一种新的被动毫米波图像恢复的 L-R 算法。它利用自适应稀疏表示去噪算法有效地减少了噪声对 L-R 算法的影响。实验数据的成像结果验证了所提方法的有效性。



图 5 图像恢复结果比较

## 参考文献

- [1] Pirogov Y A, Gladun V V, and Tischenko D A, *et al.* Passive millimeter-wave imaging with superresolution[C]. Image and Signal Processing for Remote Sensing X, Proc. of SPIE, Bellingham, WA, 2004, 5573: 72-83.
- [2] Lettington A H, Yallop M R, and Dunn D. Review of super-resolution techniques for passive millimeter-wave imaging[C]. Infrared and Passive Millimeter-wave Systems: Design, Analysis, Modeling, and Testing, Proc. of SPIE, Bellingham, USA, 2002, 4719: 230-239.
- [3] Dupe F X, Fadili J M, and Starck J L. A proximal iteration for deconvolving Poisson noisy images using sparse representations[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2009, 18(2): 310-321.
- [4] Wright J, Yang A Y, and Ganesh A, *et al.* Robust face recognition via sparse representation[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, 31(2): 210-227.
- [5] Aharon M, Elad M, and Bruckstein A. K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(11): 4311-4322.
- [6] Elad M and Aharon M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(12): 3736-3745.
- [7] Mairal J, Elad M, and Sapiro G. Sparse representation for color image restoration[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2008, 17(1): 53-69.
- [8] 刘扬阳, 金伟其, 苏秉华. 基于正交离散小波的超分辨力图像复原算法[J]. 北京理工大学学报, 2005, 25(5): 431-434.
- Liu Yang-yang, Jin Wei-qi, and Su Bing-hua. Super-resolution image restoration algorithm based on orthogonal discrete wavelet transform[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2005, 25(5): 431-434.
- [9] 金炜, 魏彪. 中子数字图像几何不锐度校正算法研究[J]. 光学学报, 2007, 27(10): 1765-1770.
- Jin Wei and Wei Biao. Correction algorithm for the geometric unsharpness of digital neutron radiation image [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, 27(10): 1765-1770.
- 成萍: 女, 1976年生, 讲师, 在站博士后, 研究方向为雷达成像与识别、被动毫米波成像、稀疏信号表示等.
- 赵家群: 男, 1976年生, 讲师, 研究方向为固体激光器及非线性频率转换.
- 司锡才: 男, 1940年生, 教授, 博士生导师, 享受政府特殊津贴专家, 研究方向为宽频带系统的信号检测、处理与识别等.