

文章编号:1002-2082(2010)04-0652-06

非傍轴洛伦兹光束的传输特性研究

张悦, 段其强, 陈献亚, 丁桂林

(江苏大学 机械工程学院 光信息科学与技术系, 江苏 镇江 212013)

摘要: 基于光强二阶矩理论, 推导出非傍轴洛伦兹光束的远场发散角、近场发散角、束腰宽度以及光束传输因子的解析表达式, 并通过数值模拟, 得到它们与对应束腰宽度以及波长的关系。结果表明: 与非傍轴高斯光束相比, 在满足二极管激光器物理机制的条件下, 非傍轴洛伦兹光束更符合二极管激光束的实际情况, 因此, 非傍轴洛伦兹光束更适用于描述二极管激光器等光源尺寸小且发散程度较大的激光光源。

关键词: 光束传输; 非傍轴; 二阶矩; 洛伦兹光束

中图分类号: O436

文献标志码: A

Propagation properties of non-paraxial Lorentz beam

ZHANG Yue, DUAN Qi-qiang, CHEN Xian-ya, DING Gui-lin

(Department of Optical Science and Technology, School of Mechanical Engineering,
Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: Based on the theory of the second intensity moment, the results of the far-field divergence angle, near-field divergence angle, waist width and beam propagation factor of non-paraxial Lorentz beam are derived, and the relationship of them versus the corresponding waist width and the wavelength is studied. The result indicates that, compared with the non-paraxial Gaussian beam, under the condition of satisfying physical mechanism of diode laser, the non-paraxial Lorentz beam is more appropriate with the actual situations of diode laser beam. Accordingly, the non-paraxial Lorentz beam is a more appropriate model to describe laser sources with small size and high divergence such as diode laser.

Key words: beam propagation; non-paraxial; second-order moment; Lorentz beam

引言

二极管激光器作为一种重要的激光光源, 具有价格低廉, 尺寸小, 易于操作的优点, 在激光精密测量、激光打印、激光治疗等领域有着广泛的应用^[1-2]。近年来, 随着二极管激光器的迅速发展和广泛应用, 针对二极管激光束模型的研究仍然是值得关注的开放性课题, 目前主要用高斯型分布来描述二极管激光器。二极管激光器具有尺寸小、发散程度相对较大等特点^[3], 因此用高斯型分布来描述就不再适合了。洛伦兹型分布是一个相对较好的近

似, 作为近年来引入的一种新的激光束分布形态^[4], 洛伦兹型分布具有在相同空间分布下角扩展程度相对较大的特性^[3], 适合于描述某些发散程度相对较大的激光光源。例如双异质结激光器 $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$, 用洛伦兹型分布描述就较为合适。另一方面, 光束的传输质量一般用光束传输因子法, 即 M^2 因子法来评价^[5]。在傍轴近似下, A. E. Siegman 和 R. Borghi 等人对用光束传输因子 (M^2) 来评价光束质量的问题已进行了深入的研究。随着二极管激光器、微腔激光器等技术的不断发展和

收稿日期: 2010-01-14; 修回日期: 2010-04-15

作者简介: 张悦(1984—), 男, 河南洛阳人, 江苏大学硕士研究生, 主要从事光束变换研究工作。

E-mail: zhangyue_0910@163.com

应用, 非傍轴光束描述及其光束质量的问题需要进行研究。为了将 M^2 因子法推广到非傍轴的情况, M. A. Porrás^[6] 提出了光强的精确定义, 使得各类光束得到了广泛而深入的研究^[7-10]。有关将非傍轴洛伦兹光束作为二极管激光束模型来描述二极管激光器的研究还未见报道。因此, 本文将非傍轴洛伦兹光束作为二极管激光束的数学物理模型, 从二阶矩的定义出发, 采用光强的精确定义, 对非傍轴洛伦兹光束作了理论研究, 并通过数值模拟, 分析了非傍轴洛伦兹光束的传输特性。结果表明, 在非傍轴情况下, 洛伦兹光束比高斯光束更适合用于描述二极管激光器。

1 理论模型

建立二维直角坐标系 oxz , z 轴沿光束的传输方向。在二维直角坐标系 oxz 中, 洛伦兹光束在 $z=0$ 平面的场分布^[4]为

$$U(x, 0) = \frac{Ew_0}{x^2 + w_0^2} \quad (1)$$

式中: E 为归一化常数; w_0 为洛伦兹光束在 x 方向的束腰宽度。我们用(1)式定义的函数来描述二极管激光器激活介质出口处快轴方向的场分布, w_0 取激活介质横向高度的一半, 这符合其物理机制^[11]。某些波长为 $0.8 \mu\text{m}$ 的 $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ 双异质结激光器, 激活介质的横向高度为 $0.1 \mu\text{m}$ ^[3, 12], 其束腰宽度与波长比的数量级为 0.1 。根据平面波的角谱理论^[13], 对(1)式进行傅里叶变换, 得到空间-频率域中光场复振幅的角谱分布为

$$A_0(p) = \frac{k}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{Ew_0}{x^2 + w_0^2} \exp(-ikpx) dx = \frac{Ek}{2} \exp(-w_0 k |p|) \quad (2)$$

式中: $k = 2\pi/\lambda$; λ 为波长; p 为场的方向余弦;

$p = \lambda f_x$, f_x 为 x 方向的空间频率。由(2)式可知, 非傍轴洛伦兹光束在 $z=0$ 处光场复振幅的角谱 $A_0(p)$ 为实数。

又根据平面波的角谱理论^[13], 非傍轴洛伦兹光束在 z 平面的场分布为

$$U(x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_0(p) \exp[ik(px + mz)] dp \quad (3)$$

其中

$$m = \begin{cases} \sqrt{1-p^2}, & p^2 \leq 1 \\ i\sqrt{p^2-1}, & p^2 > 1 \end{cases} \quad (4)$$

由(2)式和(3)式可以得到

$$U(x, z) = \frac{k}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[1 - w_0 k |p| + ik(px + \sqrt{1-p^2}z)] dp \quad (5)$$

光强密度的定义式^[14]为

$$D = \text{Re} \left\{ -i \frac{\lambda}{2\pi} U^*(x, z) \frac{\partial U(x, z)}{\partial z} \right\} \quad (6)$$

式中: Re 表示实部; $*$ 表示复共轭。

在忽略倏逝波的情况下, 二维非傍轴标量光束的远场发散角、束腰宽度以及光束传输因子的定义式^[15]分别为

$$\tan^2 \theta = \frac{4}{P(z)} \int_{-1}^1 \frac{p^2}{\gamma} |A_0(p)|^2 dp \quad (7)$$

$$W_{\min}^2 = W_0(0)^2 = \frac{\lambda^2}{\pi^2 P(z)} \text{Re} \left\{ \int_{-1}^1 \frac{\partial [A_0(p)\gamma]}{\partial p} \frac{\partial [A_0^*(p)]}{\partial p} dp \right\} \quad (8)$$

$$M^2 = \frac{\pi}{\lambda} w_{\min} \tan \theta \quad (9)$$

式中: $\gamma = \sqrt{1-p^2}$; $*$ 为复共轭符号, 且

$$P(z) = \int_{-1}^1 \gamma |A_0(p)|^2 dp \quad (10)$$

将(2)式和(10)式代入(7)式, (8)式和(9)式, 经过复杂的计算, 可得:

$$\tan^2 \theta = \frac{\left[24\pi \frac{w_0}{\lambda} I_0(4\pi \frac{w_0}{\lambda}) + 6I_1(4\pi \frac{w_0}{\lambda}) + 24\pi \frac{w_0}{\lambda} I_2(4\pi \frac{w_0}{\lambda}) - 12\pi \frac{w_0}{\lambda} \times \right. \\ \left. {}_0F_1[2, 4\pi^2(\frac{w_0}{\lambda})^2] - 256\pi(\frac{w_0}{\lambda})^2 {}_1F_2[\{2\}, \{\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\}, 4\pi^2(\frac{w_0}{\lambda})^2] \right]}{3I_1(4\pi \frac{w_0}{\lambda}) - 3L_1(4\pi \frac{w_0}{\lambda})} \quad (11)$$

$$W_0(0)^2 = \frac{\left[256\pi \frac{w_0^4}{\lambda^2} {}_1F_2[\{2\}, \{\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\}, 4\pi^2(\frac{w_0}{\lambda})^2] - 12w_0^2 I_1(4\pi \frac{w_0}{\lambda}) + \right. \\ \left. 24w_0^2 L_{-1}(4\pi(\frac{w_0}{\lambda})) - 48\pi \frac{w_0^3}{\lambda} L_0(4\pi \frac{w_0}{\lambda}) \right]}{3I_1(4\pi \frac{w_0}{\lambda}) - 3L_1(4\pi \frac{w_0}{\lambda})} \quad (12)$$

$$M^2 = \frac{\sqrt{2}}{3\pi\lambda} \left[\frac{12\pi^2 \frac{\omega_0}{\lambda} I_0(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) + 3\pi I_1(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) + 12\pi^2 \frac{\omega_0}{\lambda} I_2(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) - 6\pi^2 \frac{\omega_0}{\lambda} \times \right. \\ \left. {}_0F_1[2, 4\pi^2(\frac{\omega_0}{\lambda})^2] - 128\pi^2(\frac{\omega_0}{\lambda})^2 {}_1F_2[\{2\}, \{\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\}, 4\pi^2(\frac{\omega_0}{\lambda})^2] \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ \left[I_1(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) - L_1(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ \left[\frac{256\pi^4 \frac{\omega_0^4}{\lambda^2} {}_1F_2[\{2\}, \{\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\}, 4\pi^2(\frac{\omega_0}{\lambda})^2] - 12\pi^3 \omega_0^2 I_1(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) + \right. \\ \left. 24\pi^3 \omega_0^2 L_{-1}(4\pi(\frac{\omega_0}{\lambda})) - 48\pi^4 \frac{\omega_0^3}{\lambda} L_0(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) \right]^{\frac{1}{2}} \\ \left[I_1(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) - L_1(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

由非傍轴标量光束在 \$z\$ 平面的束腰宽度的定义^[15]:

$$W^2(z) = W^2(0) + z^2 \tan^2(\theta) \quad (14)$$

可以得到非傍轴洛伦兹光束的近场发散角为

$$\theta(z) = W'(z) = \left[\frac{24\pi^2 \frac{\omega_0}{\lambda} I_0(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) + 6\pi I_1(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) + 24\pi^2 \frac{\omega_0}{\lambda} I_2(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) - 12\pi^2 \frac{\omega_0}{\lambda} \times \right. \\ \left. {}_0F_1[2, 4\pi^2(\frac{\omega_0}{\lambda})^2] - 256\pi^2(\frac{\omega_0}{\lambda})^2 {}_1F_2[\{2\}, \{\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\}, 4\pi^2(\frac{\omega_0}{\lambda})^2] \right] \times \\ \frac{3\pi I_1(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) - 3\pi L_1(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda})}{\left[\frac{24\pi^2 \frac{\omega_0}{\lambda} I_0(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) + 6\pi I_1(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) + 24\pi^2 \frac{\omega_0}{\lambda} I_2(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) - 12\pi^2 \frac{\omega_0}{\lambda} \times \right. \\ \left. {}_0F_1[2, 4\pi^2(\frac{\omega_0}{\lambda})^2] - 256\pi^2(\frac{\omega_0}{\lambda})^2 {}_1F_2[\{2\}, \{\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\}, 4\pi^2(\frac{\omega_0}{\lambda})^2] \right]^{\frac{1}{2}} + \\ \left. \left[\frac{32\pi^2 {}_1F_2[\{2\}, \{\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\}, 4\pi^2(\frac{\omega_0}{\lambda})^2] - \frac{3}{2}\pi(\frac{\lambda}{\omega_0})^2 I_1(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{3\pi(\frac{\lambda}{\omega_0})^2 L_{-1}(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) - 6\pi^2 \frac{\lambda}{\omega_0} L_0(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda})}{(\frac{z}{z_R})^2 3\pi^3 I_1(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) - (\frac{z}{z_R})^2 3\pi^3 L_1(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda})} \right]^{\frac{1}{2}} \right] \quad (15)$$

式中:瑞利距离^[16] \$z_R = \sqrt{8 \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}}\$;

\$I_0(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}), I_1(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}), I_2(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda})\$ 为贝塞尔函数;

\$L_{-1}(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) = -ie^{\frac{i\pi}{2}} H_{-1}(-i4\pi \frac{\omega_0}{\lambda})\$;

\$L_0(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) = -iH_0(-i4\pi \frac{\omega_0}{\lambda})\$;

\$L_1(4\pi \frac{\omega_0}{\lambda}) = -ie^{-\frac{i\pi}{2}} H_1(-i4\pi \frac{\omega_0}{\lambda})\$

(\$H\$ 为厄米函数);

\${}_1F_2[\{2\}, \{\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\}, 4\pi^2(\frac{\omega_0}{\lambda})^2] =

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2)_k}{(\frac{3}{2})_k (\frac{5}{2})_k [4\pi^2(\frac{\omega_0}{\lambda})^2]^k} k!$$

$${}_0F_1[2, 4\pi^2(\frac{\omega_0}{\lambda})^2] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2)_k [4\pi^2(\frac{\omega_0}{\lambda})^2]^k}{k! \Gamma(2)}$$

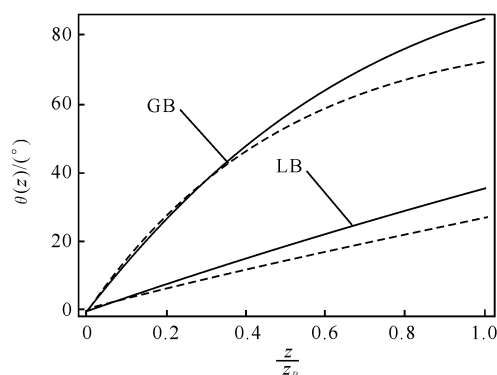
(\$\Gamma\$ 为欧拉函数)。

由(11)式、(12)式、(13)式和(15)式可知,非傍轴洛伦兹光束的远场发散角、束腰宽度、光束传输因子以及近场发散角与 \$x\$ 方向的束腰宽度和光束的波长有关。

2 数值计算与分析

图 1 为洛伦兹光束和高斯光束在非傍轴与傍轴情况下近场发散角 \$\theta(z)\$ 随传输距离 \$z\$ 的变化关系。此时令 \$x\$ 方向束腰宽度与波长比 \$\omega_0/\lambda\$ 的值为 0.1, 如前所述, 这样取值符合二极管激光器的物理

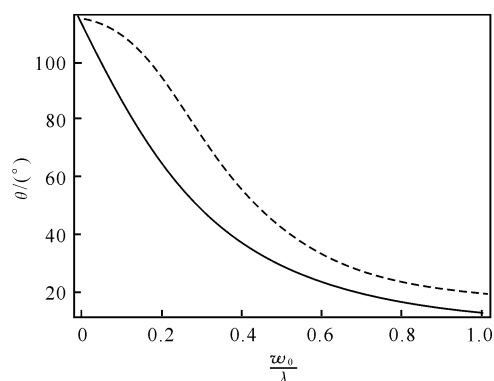
机制^[3,12]。从图1可知,洛伦兹光束和高斯光束在非傍轴与傍轴情况下的近场发散角都随传输距离的增大而逐渐增大。当传输距离 $z=z_g$,即传输距离为一个瑞利距离时,非傍轴洛伦兹光束的近场发散角为 35.21° ,非傍轴高斯光束的近场发散角为 84.50° ,傍轴洛伦兹光束的近场发散角为 27.05° ,傍轴高斯光束的近场发散角为 72.25° ,二极管激光束的近场发散角范围为 $30^\circ\sim 40^\circ$ ^[3]。由此可见,傍轴高斯光束与二极管激光束的实际情况相差甚远,不适合作为二极管激光束的模型。傍轴洛伦兹光束相比傍轴高斯光束虽然更接近二极管激光束,但也不符合它的实际情况,与非傍轴洛伦兹光束相比它也不适合描述二极管激光器。非傍轴洛伦兹光束的



实线为非傍轴情况下洛伦兹光束和高斯光束的变化,虚线为傍轴情况下洛伦兹光束和高斯光束的变化

图1 近场发散角 $\theta(z)$ 随传输距离 z 的变化曲线

Fig. 1 Near-field divergence angle $\theta(z)$ versus z . The solid and dashed lines represent non-paraxial and paraxial respectively

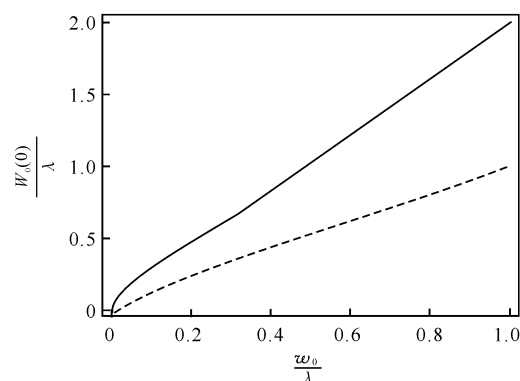


实线为洛伦兹光束,虚线为高斯光束

图2 在非傍轴情况下远场发散角 θ 随 x 方向束腰宽度 w_0 的变化曲线

Fig. 2 Far-field divergence angle θ versus waist width w_0 corresponding to x in non-paraxial case. The solid and dashed lines represent Lorentz beam and Gaussian beam respectively

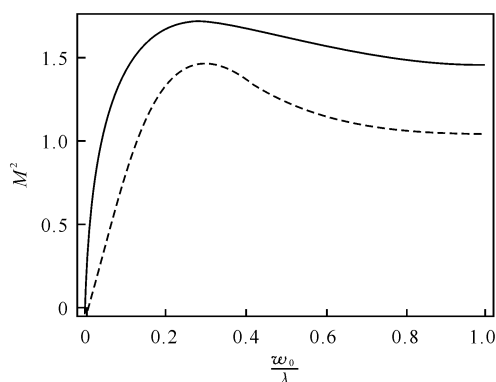
近场发散角相比其他3种光束,它更符合二极管激光束的实际情况。由于本文所讨论的是洛伦兹光束在非傍轴情况下的传输特性,所以只对洛伦兹光束和高斯光束在非傍轴情况下的传输变化进行比较。图2为洛伦兹光束和高斯光束在非傍轴情况下远场发散角 θ 随 x 方向束腰宽度 w_0 的变化关系。从图2可知,随着 w_0/λ 的增大,非傍轴洛伦兹光束与非傍轴高斯光束的远场发散角都由 114.59° 开始逐渐减小。当 $w_0=0.1\lambda$ 时,非傍轴洛伦兹光束的远场发散角为 86.58° ,非傍轴高斯光束的远场发散角为 109.08° ,这说明在束腰宽度与波长比取值符合二极管激光器物理机制的情况下,非傍轴洛伦兹光束的远场发散角要小于非傍轴高斯光束。图3为洛伦兹光束和高斯光束在非傍轴情况下束腰宽度与波长的比 $W_0(0)/\lambda$ 随方向束腰宽度的变化关系。从图3可知,洛伦兹光束和高斯光束在非傍轴情况下的束腰宽度都随着 x 方向束腰宽度 w_0 的增大而增大,洛伦兹光束的增大速度要快于高斯光束。图4为洛伦兹光束和高斯光束在非傍轴情况下光束传输因子 M^2 随 x 方向束腰宽度 w_0 的变化关系。从图4可知,洛伦兹光束和高斯光束在非傍轴情况下的传输因子随着 w_0/λ 的增大都呈现出从零开始增大后逐渐减小的变化规律。当 $w_0=0.1\lambda$ 时,非傍轴洛伦兹光束的传输因子为1.43,非傍轴高斯光束的传输因子为0.83,这说明非傍轴洛伦兹光束比非傍轴高斯光束更符合二极管激光束的实际情况。



实线为洛伦兹光束,虚线为高斯光束

图3 在非傍轴情况下束腰宽度与波长的比 $W_0(0)/\lambda$ 随 x 方向束腰宽度 w_0 的变化曲线

Fig. 3 Ratio of waist width to wavelength $W_0(0)/\lambda$ versus waist width w_0 corresponding to x in non-paraxial case. The solid and dashed lines represent Lorentz beam and Gaussian beam respectively



实线为洛伦兹光束,虚线为高斯光束

图4 非傍轴情况下光束传输因子 M^2 随 x 方向束腰宽度 w_0 的变化曲线

Fig. 4 Beam propagation factor M^2 versus waist width w_0 corresponding to x in non-paraxial case. The solid and dashed lines represent Lorentz beam and Gaussian beam respectively

3 结论

基于光强的二阶矩理论,经过一系列复杂的数学计算,得出了非傍轴洛伦兹光束的远场发散角、近场发散角、束腰宽度以及光束传输因子的解析表达式,得知它们与 x 方向束腰宽度 w_0 以及波长 λ 有关。数值计算表明,非傍轴洛伦兹光束的远场发散角、近场发散角、束腰宽度以及光束传输因子与非傍轴高斯光束的对应参量相比具有相似的变化规律。在束腰宽度与波长比取值符合二极管激光器物理机制的情况下,非傍轴洛伦兹光束更符合二极管激光束的实际情况。所以,在相同束腰的情况下,非傍轴洛伦兹光束比非傍轴高斯光束更适合于描述尺寸小、发散性较大的二极管激光器等激光光源。

参考文献:

[1] 苏宙平,楼祺洪,董景星,等. 激光二极管阵列的窄线宽、可调谐输出[J]. 中国激光,2007,34(6):751-754. SU Zhou-ping, LOU Qi-hong, DONG Jing-xing, et al. Line width-narrowed, tunable laser diode array[J]. Chinese Journal of Lasers, 2007, 34(6): 751-754. (in Chinese with an English abstract)

[2] 张豪磊,陈秀艳,李修,等. 二极管侧面抽运 Nd:YAG/KTP 腔内倍频百瓦级绿光激光器[J]. 应用光学,2009,30(5):874-878. ZHANG Hao-lei, CHEN Xiu-yan, LI Xiu, et al. Internally frequency-doubled hectowatt-level Nd:YAG/KTP green laser side-pumped by LD [J].

Journal of Applied Optics, 2009, 30(5): 874-878. (in Chinese with an English abstract)

[3] NAQWI A, DURST F. Focusing of diode laser beams; a simple mathematical model[J]. Appl. Opt., 1990, 29(12): 1780-1785.

[4] GAWHARY O E, SEVERINI S. Lorentz beams and symmetry properties in paraxial optics[J]. J. Opt. A, 2006, 8(5): 409-414.

[5] SIEGMAN A E. New developments in laser resonators[J]. SPIE, 1990, 1224: 2-20.

[6] PORROS M A. Non-paraxial vectorial moment theory of light beam propagation[J]. Opt. Commun., 1996, 127(1-3): 79-95.

[7] ZHOU Pu, LIU Ze-jin, XUN Xiao-jun, et al. Influence of turbulent atmosphere on the far-field coherent combined beam quality[J]. Chinese Optics Letters, 2008, 6(9): 625-627.

[8] 周胜国,沈学举. 扩束准直光学系统中光学元件失调对高斯光束传输变换的影响分析[J]. 应用光学, 2008, 29(2): 253-256. ZHOU Sheng-guo, SHEN Xue-ju. Influence of optical element misalignment of beam spread collimation optical system on Gaussian beam propagation and transformation [J]. Journal of Applied Optics, 2008, 29(2): 253-256. (in Chinese with an English abstract)

[9] 康小平,何仲,钟山,等. 非傍轴截断平顶光束的质量因子[J]. 强激光与粒子束, 2007, 19(2): 182-186. KANG Xiao-ping, HE Zhong, ZHONG Shan, et al. M^2 factor of non-paraxial truncated flat-topped beams [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2007, 19(2): 182-186. (in Chinese with an English abstract)

[10] 屈军,丁培宏,袁扬胜,等. 非傍轴厄米-正弦-高斯光束的特性[J]. 中国激光, 2008, 35(5): 706-711. QU Jun, DING Pei-hong, YUAN Yang-sheng, et al. Non-paraxial Hermite-Sine-Gaussian beam character [J]. Chinese Journal of Lasers, 2008, 35(5): 706-711. (in Chinese with an English abstract)

[11] 曾树荣. 半导体器件物理基础[M]. 北京:北京大学出版社, 2002. ZENG Shu-rong. Physics fundamental of semiconductor devices [M]. Beijing: Peking University Press, 2002. (in Chinese)

[12] DUMKE W P. The Angular beam divergence in doubleheterojunction layers with very thin active regions [J]. IEEEJ. Quantum Electron., 1975, QE-11(7): 400-402.