

基于 T-S 模型的自适应多变量模糊预测控制

刘福才¹, 任丽娜¹, 路平立²

(1. 燕山大学工业计算机控制工程河北省重点实验室, 河北 秦皇岛 066004;
2. 北京理工大学自动化学院, 北京 100081)

摘要: 针对多变量非线性系统的控制问题, 提出了一种具有良好控制效果的模糊预测控制方法。首先采用快速聚类法和递推最小二乘法辨识得到非线性系统的 T-S 模型, 然后对系统进行线性化, 并基于线性化的模型设计模糊广义预测控制器并对非线性对象进行在线自适应控制。对一个带时延的强耦合二变量非线性对象进行仿真, 结果表明对于具有时变性的非线性系统, 该方法具有很好的控制效果。

关键词: T-S 模型; 快速模糊聚类; 广义预测控制; 自适应控制

中图分类号: TP 273.4

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2010.12.34

Multivariable adaptive fuzzy predictive control based on T-S model

LIU Fu-cai¹, REN Li-na¹, LU Ping-li²

(1. Key Lab. of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan Univ., Qinhuangdao 066004, China;
2. Coll. of Automation, Beijing Inst. of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: A very good control effect algorithm of fuzzy predictive control based on nonlinear multivariable system is presented. Firstly, the nonlinear system of T-S model is identified by fast clustering and recursive least square method, and the linear model is gotten. Then the fuzzy generalized predictive controller based on linear system is designed to control the nonlinear object adaptively. The simulations for the variable nonlinear object with delay time and strong coupling show that this algorithm has good control effects.

Keywords: T-S model; fast fuzzy clustering; generalized predictive control; adaptive control

0 引言

很多受控对象是时变非线性的多变量系统, 各变量之间的关联性较强, 并且还可能具有分布参数大、滞后等特点, 对于这样的复杂受控对象, 要建立其数学模型, 由于建模过程中忽略的因素较多而影响模型的精度。若对多变量系统采用 Clarke 提出的基于参数模型的广义预测控制思想, 模型误差将影响预测控制的效果。针对这一实际问题, 基于系统辨识的预测控制方法被提出, 由采样数据为系统建立模糊模型是逼近非线性系统的有效工具之一。

T-S 模型^[1-4] 不仅具有逼近非线性系统的能力, 并且在模型的结论部分将模型输出表示为输入特征量的线性组合, 实际上起到了将系统分区线性化的作用。即在不同时刻, 根据系统的状态可将非线性对象转化为不同的线性模型, 模型的参数是随着系统状态变化而变化的。这样被控对象虽然是是非线性的, 但在任何一个控制周期内, 由 T-S 模型获得的预测模型却是线性的, 称为“即时线性化”。

广义预测控制^[5-6] 将自校正控制与预测控制相结合, 具有较强的适应能力, 在复杂工业过程中获得了成功的应用。它保留了动态矩阵控制的优化策略, 吸收了自校正、自适应控制的优点, 对模型要求精度低, 是一种基于辨识被控过程参数模型且带有自适应机制的预测控制算法, 对于变参数、变结构、变时滞对象具有较强的鲁棒性。

鉴于以上分析, 本文针对时变非线性多变量系统的特性, 首先基于快速聚类法和递推最小二乘法, 利用 T-S 模型模糊辨识方法对系统模型进行辨识, 并将其转化为线性时变状态空间模型, 然后基于线性化的模型设计广义预测控制器并对非线性对象进行自适应控制。仿真结果表明, 由于采用预测模型自校正机制与预测控制相结合, 克服了由过程参数时变所引起的预测模型输出误差增大的缺点, 而对系统的动态性能有所改善。该方法适于多变量复杂非线性系统的控制, 具有较强的鲁棒性, 并且通过对受控对象动态特性的在线辨识, 自动地建立模糊控制规则, 在控制过程中不断地修改、完善, 从而达到良好的控制效果。

收稿日期: 2009-09-15; 修回日期: 2010-05-27。

基金项目: 河北省自然科学基金(2010001320)资助课题

作者简介: 刘福才(1966-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为模糊辨识与预测控制、混沌系统预测控制、电力拖动及其计算机控制。

E-mail: lfc_xb@263.net

1 多变量广义预测控制

假设由模糊辨识方法已经获得对象的受控自回归积分滑动平均(controlled autoregressive moving average, CAR-MA)模型,模型方程描述为

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + \xi(t)/\Delta \quad (1)$$

式中, $y(t)$ 、 $u(t)$ 、 $\xi(t)$ 分别为 m 维输出、 n 维输入和 m 维干扰向量; $A(q^{-1})$ 、 $B(q^{-1})$ 和 Δ 为后移算子 q^{-1} 的矩阵多项式

$$A(q^{-1}) = I + A_1 q^{-1} + A_2 q^{-2} + \dots + A_{na} q^{-na} \quad (2)$$

$$B(q^{-1}) = B_0 + B_1 q^{-1} + B_2 q^{-2} + \dots + B_{nb} q^{-nb} \quad (3)$$

式中

$$A_i \in \mathbf{R}^{m \times m}, B_j \in \mathbf{R}^{m \times n}, i = \{1, 2, \dots, na\}; j = \{0, 1, \dots, nb\}$$

$$\Delta = 1 - q^{-1} \quad (4)$$

为了求多变量对象的输出预测值,定义矩阵多项式 ϕ 、 $\phi^{[k]}$ 和 $B^{[k]}$ 为

$$A(q^{-1})\Delta = I - q^{-1}\phi \quad (5)$$

$$\phi^{[k]} = q^k \left[\phi - \sum_{j=0}^{k-1} \phi_j q^{-j} \right] \quad (6)$$

$$B^{[k]} = q^k \left[B - \sum_{j=0}^{k-1} B_j q^{-j} \right], k = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

由此可求得对象输出的第 k 步最优预测为

$$\hat{y}(t+k) = s(t+k) + H_0 \Delta u(t+k-1) + H_1 \Delta u(t+k-2) + \dots + H_{k-1} \Delta u(t) \quad (8)$$

$$s(t+k) = Y_{k-1} y(t) + U_{k-1} \Delta u(t-1) \quad (9)$$

式中, Y_{k-1} 、 U_{k-1} 和 H_{k-1} 可由以下递推关系求得

$$Y_{k-1} = \phi^{[k-1]} + \sum_{j=0}^{k-2} \phi_j Y_{k-2-j} \quad (10a)$$

$$U_{k-1} = B^{[k-1]} + \sum_{j=0}^{k-2} \phi_j U_{k-2-j} \quad (10b)$$

$$H_{k-1} = B_{k-1} + \sum_{j=0}^{k-2} \phi_j H_{k-2-j} \quad (10c)$$

多变量广义预测控制的控制目标是使多变量系统的各个输出以最优的方式跟踪各自的期望轨迹,性能指标为

$$J = \sum_{j=1}^{N_u} [y(t+j) - y_r(t+j)]^T P(j) [y(t+j) - y_r(t+j)] + \sum_{j=1}^{N_u} \Delta u(t+j-1)^T \lambda(j) \Delta u(t+j-1) \quad (11)$$

式中, N 为多变量对象的输出预测域长度; N_u 为控制域长度; $P(j)$ 、 $\lambda(j)$ 分别为输出偏差及控制量增量的权重矩阵; $y_r(t+j)$ 为第 j 个预测时间输出参考轨迹的数值向量。

对性能指标进行优化,多变量系统的广义预测控制律为

$$\Delta u = (H^T P H + \lambda)^{-1} H^T P (y_r - s) \quad (12)$$

式中, Δu 为 nNu 维控制增量向量

$$\Delta u = [\Delta u^T(t), \Delta u^T(t+1), \dots, \Delta u^T(t+N_u-1)]^T$$

y_r 为 mN 维在 t 时刻可确定的输出预测向量

$$y_r = [y_r^T(t+1), y_r^T(t+2), \dots, y_r^T(t+N)]^T$$

P 、 λ 分别为 $mN \times mN$ 维矩阵和 $nNu \times nNu$ 维矩阵

$$P = \text{diag} \{P(1), P(2), \dots, P(N)\} \quad (13)$$

$$\lambda = \text{diag} \{\lambda(1), \lambda(2), \dots, \lambda(N_u)\} \quad (14)$$

H 为 $mN \times nNu$ 维矩阵

$$H = \begin{bmatrix} H_0 & 0 & \dots & 0 \\ H_1 & H_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ H_{N-1} & H_{N-2} & \dots & H_{N-N_u} \end{bmatrix}, H_i \in \mathbf{R}^{m \times n}$$

选取矩阵 $(H^T P H + \lambda)^{-1} H^T P$ 的前 m 行,记为 R_g ,并将 R_g 分块为

$$R_g = [R_{g1} : R_{g2} : \dots : R_{gN}] \quad (15)$$

式中, $R_{gi} (i=1, 2, \dots, N)$ 为 $m \times m$ 维矩阵。

由式(12)得控制作用 $\Delta u(t)$ 为

$$\Delta u(t) = R_g \cdot [y_r - s] = \sum_{i=1}^N R_{gi} y_r(t+i) - \sum_{i=1}^N R_{gi} s(t+i) \quad (16)$$

将式(9)代入式(16),得

$$\Delta u(t) = R(q) y_r(t) - R_y(q^{-1}) y(t) - R_u(q^{-1}) \Delta u(t-1) \quad (17)$$

式中, $\Delta u(t) = u(t) - u(t-1)$;

$R(q)$ 、 $R_y(q^{-1})$ 、 $R_u(q^{-1})$ 为如下矩阵多项式

$$R(q) = \sum_{i=1}^N R_{gi} q^i \quad (18a)$$

$$R_y(q^{-1}) = \sum_{i=1}^N R_{gi} Y_{i-1} \quad (18b)$$

$$R_u(q^{-1}) = \sum_{i=1}^N R_{gi} U_{i-1} \quad (18c)$$

2 基于 T-S 模型的多变量系统模糊建模

2.1 快速模糊聚类

采用快速模糊 C-均值聚类^[7-8]方法辨识前提参数。给定样本 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_c, \dots, x_n\}$,给聚类中心赋初值,定义目标函数

$$J = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m \delta_{ik}$$

$\delta_{ik} = |x_k - z_i|^2, i = 1, 2, \dots, c; k = 1, 2, \dots, n$ (19) 式中, μ_{ik} 为第 k 个数据在第 i 类里的隶属度($\mu_{ik} \in [0, 1]$),

且满足 $\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, 0 < \sum_{k=1}^n \mu_{ik} < n; 1 < m < \infty; z_i$ 为第 i 类中心; δ_{ik} 为样本 x_k 到中心 z_i 的距离。具体算法如下:

步骤 1 初始化参数。给定 C 和 m 的初值,初始化聚类中心值 z_i ;

步骤 2 计算 μ_{ik}

$$\mu_{ik} = \left[\sum_{j=1}^c \left(\frac{x_k - z_i}{x_k - z_j} \right)^{2/(m-1)} \right]^{-1}, i = 1, 2, \dots, c; k = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

步骤 3 更新 z_i

$$z_i = \frac{\sum_{k=1}^n x_k (\mu_{ik})^m}{\sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m}, i = 1, 2, \dots, c \quad (21)$$

步骤 4 如果 $\|\mu_{\text{new}} - \mu\| \leq \lambda$ (λ 为阈值),则停止;否则转步骤 2。

上述模糊聚类算法主要计算隶属函数 U 和聚类中心 Z 两个矩阵。通过认真分析聚类中心矩阵 Z 的迭代更新过程,可以

发现,一是分子部分是采样数据点的加权和;二是分母部分是隶属函数矩阵 U 第 i 行的和;三是因为分子、分母都是和的形式,所以在计算隶属函数矩阵时,可以得到聚类中心矩阵 Z 的分子与分母。考虑到这些情况,在 MATLAB 编程过程中,不需要保存隶属函数矩阵 U ,从而提高计算速度。

2.2 模糊模型

设辨识对象为 $P(U, Y)$, U 为系统的输入, Y 为系统的输出 ($U \in R^r, Y \in R^q$)。对于这样的多输入多输出系统,可以分解为 q 个子系统进行辨识,对于第 j 个子系统,其模糊模型为 T-S 模糊模型^[9-10],模型前提结构是由快速模糊聚类分析所确定的。其模型为

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_{i1} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{i2} \text{ and } \dots \text{ and } x_r \text{ is } A_{ir}$$

$$\text{Then } y_i = p_0^i + p_1^i x_1 + p_2^i x_2 + \dots + p_r^i x_r$$

$$i = 1, 2, \dots, c \quad (22)$$

式中, R^i 为第 i 条模糊规则; x_r 表示模糊模型的第 r 个输入变量; A_{ij} 是变量 x_r 的第 j 个模糊子集; y_i 为第 i 条规则的输出; p_r^i 是系数。

令

$$v_i = \xi_i / \sum_{i=1}^c \xi_i$$

则模糊子系统的输出可表示为

$$y = \frac{\sum_{i=1}^c \xi_i y_i}{\sum_{i=1}^c \xi_i} = \sum_{i=1}^c v_i y_i = \sum_{i=1}^c v_i (p_0^i + p_1^i x_1 + p_2^i x_2 + \dots + p_r^i x_r) \quad (23)$$

式中, $\xi_i = \mu_{i1} \wedge \mu_{i2} \wedge \dots \wedge \mu_{ir}, \mu_{ij}$ 是由快速模糊聚类得出的, \wedge 为模糊化算子,通常采用取小运算。

令

$$f_{jr} = \sum_{i=1}^c v_i p_r^i \quad (24)$$

则

$$y^j = f_{j0} + f_{j1} x_1 + f_{j2} x_2 + \dots + f_{jr} x_r \quad (25)$$

考虑系统输出向量 $Y(t)$ 的线性模型,可写为

$$Y(t) = \begin{bmatrix} y^1(t) \\ y^2(t) \\ \dots \\ y^q(t) \end{bmatrix} = F \cdot x + \zeta = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots \\ f_{21} & f_{22} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{q1} & f_{q2} & \dots \end{bmatrix} \cdot x + \begin{bmatrix} f_{10} \\ f_{20} \\ \vdots \\ f_{q0} \end{bmatrix} \quad (26)$$

式(26)中矩阵 F 是时变的,但在某个采样时刻,式(26)却是普通的线性方程。当获得了形如式(26)的方程组后,也就得到了系统特定时刻的 CARIMA 模型,就可以利用广义预测控制对此多变量系统进行控制。

综合上述内容,总结模糊预测控制步骤如下:

步骤 1 初始化相关参数,包括快速模糊聚类的中心个数 c ; 对象输出预测步数 N ; 控制步数 Nu ; 控制增量的权重矩阵 $P(j)$ 和 $\lambda(j)$; 对象输出和输入阶次 na 和 nb 。

步骤 2 选择合适的激励信号,采用上述辨识方法,根

据对象的输入输出数据完成被控对象的初步辨识,获得对象的初始 T-S 模型。

步骤 3 在采样时刻 t 首先进行 T-S 模型在线辨识,并按式(24)~式(26)得到线性化的模型,获得对象特定时刻的 CARIMA 模型。

步骤 4 按照式(12)~式(17),计算预测控制律 $u(t)$ 并输出控制。

步骤 5 使 $t=t+1$,并转步骤 3。

3 仿真研究

为了检验提出的控制方法,采用文献[11]所用的系统仿真对象,设一个带时延的强耦合二变量非线性对象为

$$y_1(k+1) = \frac{1}{1+y_1^2(k)} [0.8y_1(k) + u_1(k-2) + 0.2u_2(k-3)]$$

$$y_2(k+1) = \frac{1}{1+y_2^2(k)} [0.9y_2(k) + 0.3u_1(k-3) + u_2(k-2)] \quad (27)$$

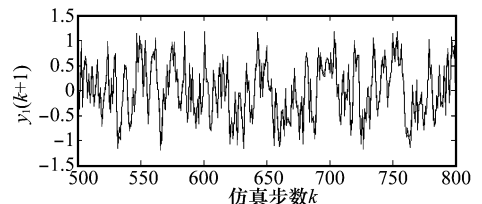
取被控对象输出的期望轨迹为

$$R_1 = \begin{bmatrix} r_1(k) \\ r_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}, R_2 = \begin{bmatrix} r_1(k) \\ r_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

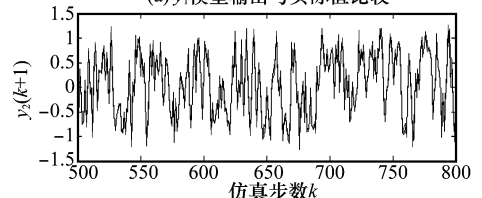
在仿真过程中,首先取聚类中心数 $c=4$; 预测步数 $N=4$; 控制步数 $Nu=1$; 分别在输入 u_1 和 u_2 上迭加互不相关的随机序列,使对象得到充分的激励。两个随机序列的幅值为 $[-1, 1]$, 采样时间为 1, 进行 T-S 模型的在线辨识, $t=500$ 到 $t=800$ 的辨识结果如图 1 所示。考虑到实际控制中,受控对象常常存在时变性和不确定性,为检验提出控制方法的鲁棒性,假设在时刻 $k=100$,对象模型变为

$$y_1(k+1) = \frac{1}{1+0.8y_1^2(k)} [0.6y_1(k) + 0.9u_1(k-2) + 0.3u_2(k-3)]$$

$$y_2(k+1) = \frac{1}{1+0.9y_2^2(k)} [0.7y_2(k) + 0.2u_1(k-3) + 0.8u_2(k-2)] \quad (28)$$



(a) y_1 模型输出与实际值比较



(b) y_2 模型输出与实际值比较

——: 系统输出;: 模型输出

图 1 系统实际输出与模糊模型输出的比较

预测模型依旧采用式(27),其他参数设置不变,对参考轨迹 R_1 、 R_2 分别进行仿真。为比较控制效果,分别采用本文的模糊预测控制方法和 PID 控制方法对模型实施控制,仿真结果如图 2 和图 3 所示。

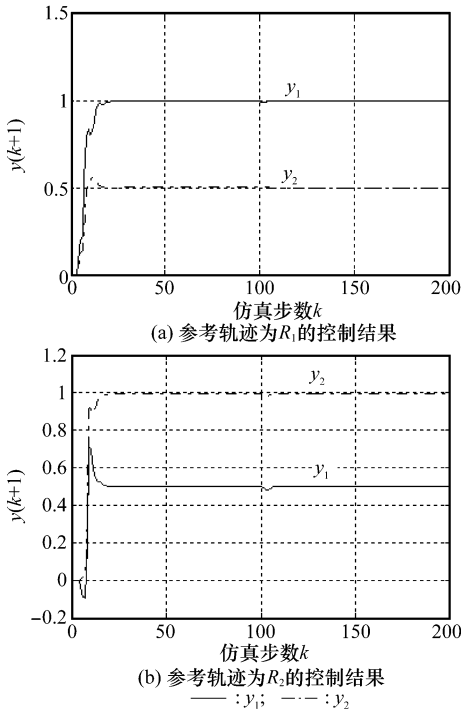


图 2 参考轨迹分别是 R_1 、 R_2 的控制结果(模糊预测方法)

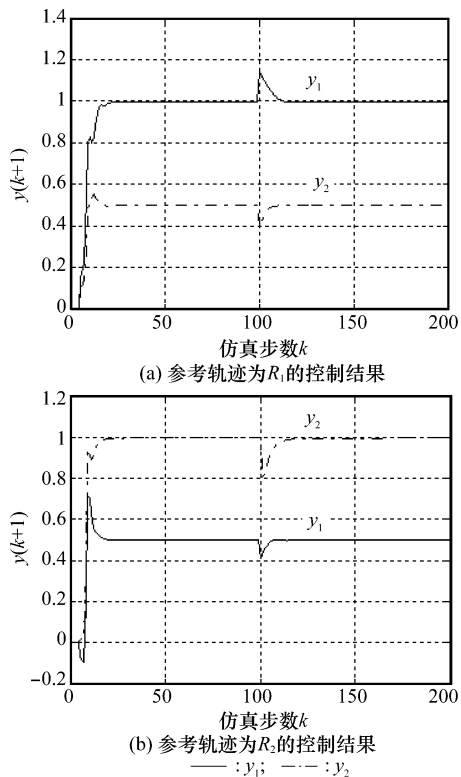


图 3 参考轨迹分别是 R_1 、 R_2 时的控制结果(PID 控制方法)

从控制结果中可以看出,在预测模型与被控对象存在一定差异的情况下,模糊预测控制方法表现出较好的控制性能和鲁棒性。在模型变化之后,响应曲线能够较好地跟踪期望轨迹。然而 PID 控制在被控对象发生变化时,跟踪效果并不很理想,超调很大。

4 结 论

本文将 T-S 模型模糊辨识方法和广义预测控制方法相结合,研究了多变量非线性系统的控制问题。充分利用 T-S 模型模糊辨识方法可以任意精度逼近非线性系统的特性,建立系统的非线性数学描述。进一步,针对系统存在时变参数的特性,利用广义预测控制很好的适应能力设计了控制器。仿真结果表明,对于具有时变性的非线性系统,该控制方法具有很好的控制效果。并且由于该方法不需要建立系统的精确数学模型,而是根据输入输出数据在线辨识 T-S 模型得到系统的线性模型,使其在工业领域具有广泛的应用前景。

参考文献:

- [1] 刘福才. 非线性系统的模糊模型辨识及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006, 3-11.
- [2] Su B, Chen Z Q, Yuan Z Z. Constrained predictive control based on T-S fuzzy model for nonlinear systems[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2007, 18(1): 95-100.
- [3] Sarimveis H, Bafas G. Fuzzy model predictive control of nonlinear processes using genetic algorithms[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2003, 139(1): 59-80.
- [4] 张艳, 张庆灵, 张金兰. T-S 模糊广义系统输出反馈无源控制[J]. *系统工程与电子技术*, 2008, 30(4): 692-695. (Zhang Yan, Zhang Qingling, Zhang Jinlan. Output feedback passive control for T-S fuzzy descriptor system[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, 30(4): 692-695.)
- [5] Clarke D W, Mohtadi C. Properties of generalized predictive control [J]. *Automatica*, 1989, 25(6): 859-875.
- [6] 王洪瑞, 陈志旺, 李建雄. 非线性系统参数自适应直接广义预测控制[J]. *自动化学报*, 2007, 33(10): 1110-1114.
- [7] 王柏萍, 李少远, 邹涛. 预测控制中的稳态目标优化策略及其应用[J]. *系统工程与电子技术*, 2009, 31(6): 1429-1431. (Wang Baiping, Li Shaoyuan, Zou Tao. Steady-state objective optimization in model predictive control and its application[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(6): 1429-1431.)
- [8] Chen M S, Wang S W. Fuzzy clustering analysis for optimizing fuzzy membership functions [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 103(2): 239-254.
- [9] Roubos J A, Babuska R, Verbmgen H B. Predictive control by local linearization of a Takagi-Sugeno fuzzy model[C]// *Proc. of IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 1998: 37-42.
- [10] Li D Q. Hybrid T-S fuzzy modeling and simulation for chaotic Lorenz system [J]. *Chinese Physics*, 2006, 15(11): 2541-2548.
- [11] 李旭明. 多变量模糊神经网络控制器的研究[J]. *控制与决策*, 2001, 16(1): 107-110.