

中国科学院长春光机所

2010 年招收攻读博士学位研究生入学统一考试试卷

科目名称：数字信号处理

考生须知：

1. 本试卷满分为 100 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2. 所有答案必须写在答卷纸上，写在本试卷纸或草稿纸上一律无效。

-
1. (12 分) 求离散系统 $y(n) + 0.2y(n-1) - 0.24y(n-2) = x(n) + x(n-1)$ 的传递函数 $H(z)$ ，说明其收敛域、系统稳定性和因果性；求系统的单位冲激响应和单位阶跃响应。

2. (10 分) 设一离散时间系统的输入和输出的付里叶变换关系为

$$Y(k) = 2X(k) + e^{-j\frac{2\pi}{N}k} X(k) - \frac{dX(k)}{dk}$$

- (1) 该系统是线性的吗？为什么？
- (2) 该系统是时不变的吗？为什么？

3. (12 分) 已知 $f(n) = x(n) + jy(n)$ ， $x(n)$ 与 $y(n)$ 均为长度为 N 的实序列。设

$$F(k) = DFT[f(n)] = \frac{1-a^N}{1-aW_N^k} + j \frac{1-b^N}{1-bW_N^k}, \quad 0 \leq k \leq N-1$$

试求 $X(k) = DFT[x(n)]$ ， $Y(k) = DFT[y(n)]$ ， $x(n)$ 和 $y(n)$ 。

4. (12 分) 设实序列 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的线性相关定义为：

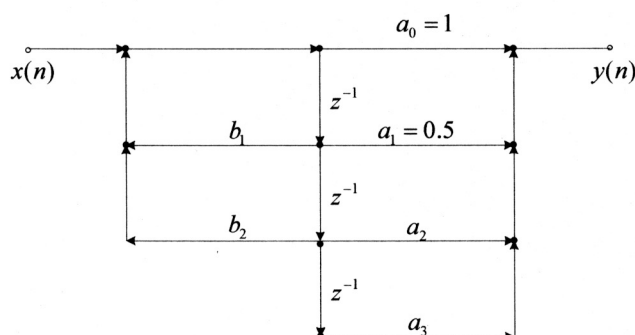
$$r_{xy}(m) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n-m)y(n) \quad (m > 0)$$

若 $x(n)$ 和 $y(n)$ 分别是 L 点和 M 点的有限长序列，请设计利用 FFT 和 IFFT 计算 $r_{xy}(m)$ 的方法，并给出算法的步骤。

5. (10分) 一个数字频谱分析系统采用 FFT 对连续时间、带限的信号 $x(t)$ 进行频谱分析，系统的抽样频率为固定参数。设该系统能分析的信号的最高频率为 50kHz，抽样一帧的点数 N 为 2 的幂次，请回答下列问题：

- (1) 确定数字系统的最低抽样频率；
- (2) 若该系统频谱分析的频率分辨率为 50Hz，求最少的分析点数和记录的时间长度；
- (3) 如在记录的数据序列后面补零后，再进行频谱分析，能否提高系统的频率分辨率？请简要说明理由。

6. (10分) 有一个数字滤波器的信号流图如下图所示。欲使其具有线性相位特性， b_1, b_2, a_1, a_2, a_3 应为何值？简要说明理由。



7. (12分) 设一个线性相位 FIR 滤波器的三个零点为 $1, 0.5, 1 + \sqrt{2}j$ ，试计算：
- (1) 该 FIR 滤波器的最低阶数是多少？最少的群延时是多少？
 - (2) 假设滤波器频率响应 $H(e^{j0}) = 0.5$ ，求该滤波器的系统函数表达式。
8. (12分) 一个数字系统的抽样频率为 1000Hz，已知该系统受到频率为 100Hz 信号的干扰。请设计一个陷波滤波器 $H_{bs}(z)$ 去掉该干扰。要求 3dB 的带边频率为 95Hz 和 105Hz，阻带的下边频率和上边频率分别为 99Hz 和 101Hz，阻带衰减不小于 13dB。
9. (10分) 设 $H(z) = 0.0373z / (z^2 - 1.7z + 0.745)$ ，用有限字长的系数实现该滤波器时，为了维持系统稳定性，求所需要的最小字长。