

## 计算方法

姓名 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

(允许用计算器, 在数值计算中保留 4 位小数)

一 (15 分) 给出函数表

$x$	-2.00	0.00	1.00	2.00
$f(x)$	17.00	1.00	2.00	19.00

1. 做出差商表, 写出 3 次牛顿插值多项式;
2. 写出该插值多项式误差表达式;
3. 设  $g(x) = 10x^5 - 3x + 1$ , 计算  $g[1,2,3,4,5,6]$ ,  $g[1,2,3,4,5,6,7]$

二. (10 分) 用最小二乘法对下列数据做出形如:  $f(x) = a + b \sin x$  的拟合函数。

$x_i$	0.3	0.5	0.6	0.7
$y_i$	1.3773	1.4877	1.5388	1.5866

三. (10 分) 用龙贝格积分公式完成下列表中的计算 (在本题计算中保留 5 位小数)

k	$T_0^{(k)}$	$T_1^{(k-1)}$	$T_2^{(k-2)}$	$T_3^{(k-3)}$
0	2.5055			
1	2.8087			
2	2.8842			
3	2.9026			

四. (10 分) 写出 Dolittle 分解的计算公式,

给出矩阵  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & -1 \\ 6 & -4 & 2 \end{pmatrix}$  的 Dolittle 分解式。

五. (15分) (1) 用牛顿迭代法计算 $\sqrt[3]{6}$ ,  $x_0 = 2.2222$ ;

(2) 设  $a$  是  $f(x) = 0$  的单根, 证明牛顿迭代法是 2 阶收敛的。

六. (15分) 方程组 
$$\begin{cases} x_1 + \rho x_2 = b_1 \\ \rho x_1 + 2x_2 = b_2 \end{cases}$$

(1) 写出解方程组的雅可比迭代格式, 并讨论迭代收敛条件;

(2) 写出解方程组的高斯-塞德尔迭代格式, 并讨论迭代收敛条件。

七. (15分) 由常微分方程 
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = f(x, y), & (a \leq x \leq b) \\ y(a) = y_0 \end{cases}$$
 的等价方程

$y(x_{n+1}) = y(x_n) + \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x, y(x)) dx$ , 推导三阶隐式阿达姆斯公式以及截断误差式。

八. (10分) 给定线性方程组  $Ax = b$ , 其中  $A$  是  $n$  阶非奇异阵,  $b$  是  $n$  维非零向量,  $x^*$  是

$Ax = b$  的精确解,  $x$  是  $Ax = b$  的近似解, 记  $r = b - Ax$ ,  $cond(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$

证明: 
$$\frac{\|x - x^*\|}{\|x^*\|} \leq cond(A) \frac{\|r\|}{\|b\|}$$