

# 基于变长 Turbo 码的低复杂度联合信源信道译码\*

陈绍宏<sup>1†</sup>, 张 灿<sup>1,2</sup>, 涂国防<sup>1</sup>, 霍岳恒<sup>1</sup>

(1 中国科学院研究生院信息科学与工程学院, 北京 100049;

2 中国科学院研究生院信息安全国家重点实验室, 北京 100049)

(2010 年 4 月 26 日收稿; 2010 年 5 月 10 日收修稿稿)

Chen S H, Zhang C, Tu G F, et al. Low-complexity joint source-channel decoding based on variable length encoded Turbo codes[J]. Journal of the Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, 2011, 28(2): 246 – 252.

**摘 要** 基于变长 Turbo 码的联合信源信道译码通过构造联合译码平面网格图, 具有比比特级译码更好的性能. 但平面网格图复杂, 使变长 Turbo 码译码复杂度高. 基于此, 构造了一个空间网格图, 提出基于变长 Turbo 码的低复杂度联合信源信道译码方法. 仿真结果表明, 该算法比平面网格图计算复杂度减少约 3.8%, 在 SER(symbol error ratio) 为  $10^{-4}$  时, 获得  $E_b/N_0$  增益约为 0.2dB.

**关键词** 联合信源信道编译码, 变长 Turbo 码, 空间网格图, VLS – APP

**中图分类号** TN911.2

联合信源信道编译码技术是近年来研究的热点课题之一, 现存的信源编码和信道编码是根据 Shannon 编码的分离理论, 信源和信道编码可以分别设计, 局部最优化使编码总体性能达到最优. 分离理论假设前提是 1) 无论信源编码还是信道编码假定可以容忍无限长的时延; 2) 预先掌握传输信道的统计特性.

在资源受限的空间通信中, 上述 2 个假设条件难以满足. 例如图像与视频信号是一种对时延相当敏感的实时业务, 不可能使用过长的编码块; 深空通信的特殊环境, 存在可变延时和随机衰减效应, 预先不能掌握信道的统计特性. 因此, R. Bauer 和 J. Hagenauer 等人<sup>[1-2]</sup>通过改善经典的 BCJR(Bahl-Cocke-Jelinek-Ravic)算法<sup>[3]</sup>, 提出基于 5 符号信源的符号级 VLC(variable length codes)网格图的最大后验概率译码算法 MAP(maximum a posteriori probability), 实现了 5 符号变长码的符号级译码. R. Thobaben 和 J. Kliewer<sup>[4]</sup>提出基于变长码与卷积码并行级联编码结构的迭代译码算法, 改善了符号级译码算法的性能. R. Thobaben 和 J. Kliewer<sup>[5-6]</sup>进一步研究了一阶 Markov 信源情况下的低复杂度的符号级联合译码算法, 取得了译码复杂度和性能的折衷. 由于上述符号级译码算法复杂度都较高, 只适用于短数据包, 因此 R. Bauer 和 J. Hagenauer<sup>[7]</sup>进一步研究了适用于长数据包的基于比特级 VLC 网格图的迭代译码算法, 在损失一定译码性能下, 降低了比特级译码复杂度.

Turbo 码编码器最初由 2 个二进制卷积码并行级联组成, 在每一时刻仅对一个单独的比特进行编码, 输出一个  $n$  比特码字, 即码率  $R = 1/n$ . 在接收端, 采用比特级网格图, 用最大后验概率准则, 对分量译码器输出的对数似然比 LLR(logarithm likelihood ratio)进行判决, 得到译码结果. 研究结果表明, 这种经典编码结构结合二进制相移键控调制方法, 有接近香农限的优异性能. 因此, 学者们研究变长码与

\* 国家自然科学基金(61032006, 60773137, 60972067)和国家专用项目(2069901)资助

E-mail: chenshaoh07@mails.gucas.ac.cn

Turbo 码的联合译码算法.

L. Guivarch 和 M. Jeanne 等<sup>[8-9]</sup>利用 huffman 码字之间的比特转移概率作为 Turbo 码第一个分量码译码的先验信息,提出了可变长码和 Turbo 码的联合译码算法,由于译码没有充分利用剩余信源冗余,复杂度较高.

现存的基于 Turbo 码的联合译码方法大都是利用传统的信源信道分离编码模型,仅在接收端利用信源的剩余冗余实现联合信源信道译码,并且后验概率译码算法是基于比特级网格图进行译码的.事实上,变长编码器输出的二进制序列是由若干不同长度的 VLC 码字符号级联组成的,若以 VLC 码字符号作为译码的处理单元,更加符合信源统计的先验知识,有助于改善译码性能.基于此思考,J. Liu 和 G. Tu 等人<sup>[10]</sup>提出了可变长 Turbo 编译码方法.但是,该方法采用平面网格图,计算复杂度较高.为减少计算复杂度,本文建立了基于变长 Turbo 码的空间网格图,提出基于变长 Turbo 码的低复杂度联合信源信道译码方法,减少了计算复杂度,同时改善了译码的性能.

## 1 基于变长 Turbo 码的联合信源信道编译码

### 1.1 变长 Turbo 码的编码

J. Liu 和 G. Tu 等人<sup>[10]</sup>研究了基于变长 Turbo 码的联合信源信道编译码方法,可变长 Turbo 码的编码框图如图 1 所示.在编码器端,采用一种新的混合级联编码结构,将信源可变长编码器与 Turbo 码的第 1 个分量码 RSC1(recursive systematic convolutional codes)串行级联作为联合编码器的水平分量码,再通过量化器 Q 和交织器 Π 并联 Turbo 码的第 2 个分量码(RSC2)作为联合编码器的垂直分量码.

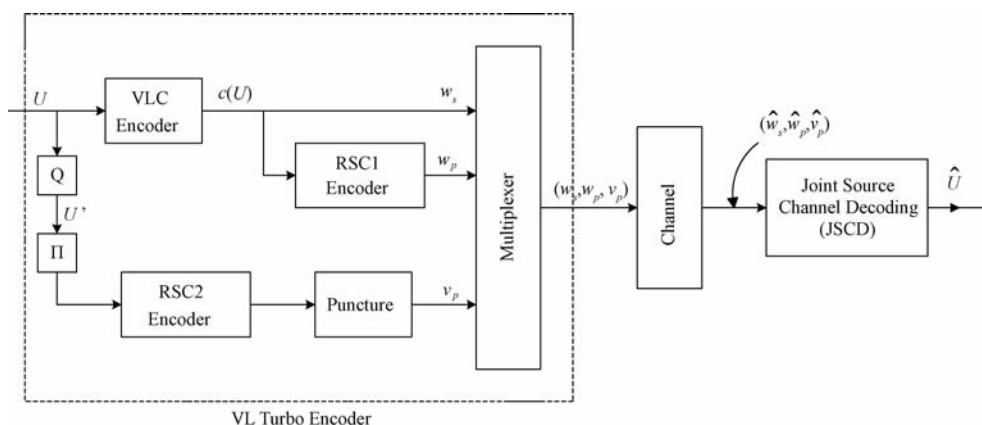


图 1 可变长 Turbo 码的编码

图 1 中设 2 个分量码 RSC1、RSC2 的生成多项式分别为  $G_1 = [3, 1]_8$  和  $G_2 = [11, 12]_8$ . 删余器 (puncture) 根据信道变化对第二路分量码删余信息位,保留校验位,则 2 个分量码的码率分别为  $R_{c1} = 1/2$  和  $R_{c2} = 1$ . 交织器 Π 采用随机交织器<sup>[2]</sup>. 在编码端,以  $K$  个符号为一个数据包编码,以  $\lambda$  个数据包为单位交织,量化器 Q 以一个符号 2bit 量化,则交织器长度  $N = K \times Q \times \lambda$ . 使用表 1 所示的信源集合  $X$  (表 1 中的 1~4 列给出了信源集合  $X$  的基本信息: $X$  包含的符号、每个符号出现的概率、相应的 huffman 码的码字长度),则整个变长 Turbo 码系统的码率为

$$R_v = \frac{H(X)}{l_{av}/R_{c1} + Q/R_{c2}} \approx 0.32,$$

其中,信源熵  $H(X) = 1.78$ ,平均码长  $l_{av} = 1.79$ ,每个符号量化  $Q = 2\text{bit}$ .

(本文后续的所有例子,包括各个网格图和仿真实验,都以  $X$  作为信源集合)

表 1 信源集合 X 及其基本信息

$X$	概率	huffman 码字	$l_i$	$\varphi_i$
$a$	0.49	0	1	0
$b$	0.17	111	3	2
$c$	0.23	10	2	1
$d$	0.11	110	3	3
熵 $H(X) = 1.78$ 平均码长 $l_{av} = 1.79$				

### 1.2 基于变长 Turbo 码的联合信源信道译码

变长 Turbo 码联合译码框图如图 2 所示. 联合译码将信源 VLC 模块和第 1 个分量编码器 RSC1 看成一个整体, 联合译码只需要采用 2 个软输入/软输出 SISO (soft-input soft-output) 模块进行迭代译码. 其中一个 SISO 模块对应信源 VLC 编码和 RSC1 的联合译码, 采用可变长符号级的 MAP 译码算法进行译码; 而另一个 SISO 模块对应变长 Turbo 编码器的第 2 个分量编码器 RSC2, 采用传统的比特级 MAP 译码

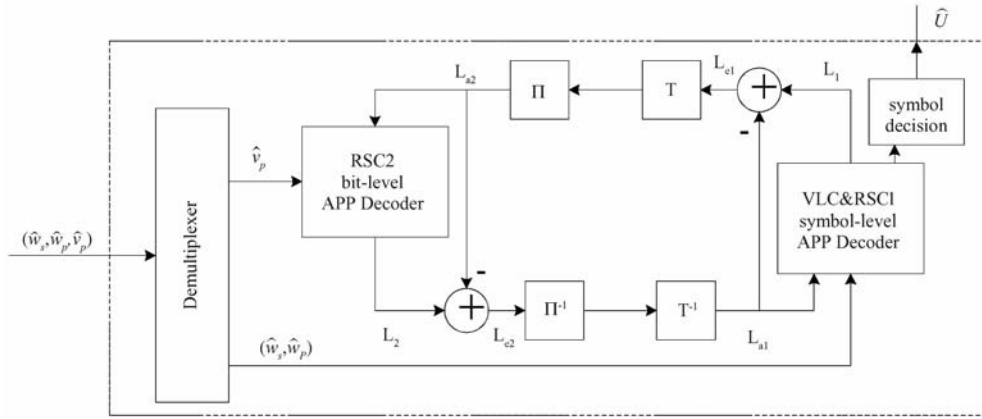


图 2 变长 Turbo 码的联合译码框图

算法. 迭代译码过程在 2 个 SISO 模块之间交换外信息 L (如图 2 所示). 联合译码的过程如下: 译码端接收到  $(\hat{w}_s, \hat{w}_p$  和  $\hat{v}_p)$  序列后, 分离为  $\hat{w}_s, \hat{w}_p$  和  $\hat{v}_p$  二路, RSC2 的分量译码器首先利用校验序列  $\hat{v}_p$  和比特先验信息  $L_{a2}$  进行比特级译码, 得到比特级对数似然比  $L_2$ . 对数似然比  $L_2$  减去先验信息  $L_{a2}$ . RSC1 的分量译码器利用符号先验信息  $L_{a1}$  和信道接收序列  $\hat{w}_s$  和  $\hat{w}_p$  进行变长符号级后验概率 VLS-APP (Variable length symbol-a posteriori probability) 译码. 通过若干迭代后, 对译码输出的符号对数似然比进行符号判决, 就可以得到编码符号的最优估计. 符号级联合译码的最优估计是依据联合译码的迭代译码网格图, 减少译码的计算复杂度.

### 1.3 可变长 Turbo 码的空间网格图

R. Bauer 和 J. Hagenauer 采用 4 个符号序列  $U = \{a, b, b, c\}$  (其中  $X$  表示信源集合,  $u_i \in X, X = \{a = 0, b = 111, c = 10, d = 110\}$ ), 用横坐标索引  $k$  表示编码的符号个数, 纵坐标索引  $n$  表示 VLC 序列的累计比特长度, 建立了 4 符号的变长译码网格图 (如图 3 所示), 利用可变长符号的先验知识, 提出了可变长联合信源信道迭代译码算法<sup>[1]</sup>.

为了简化符号级变长译码网格图和符号的储存空间, 经数学变换

$$v = n - k \cdot l_{\min} \tag{1}$$

其中  $l_{\min} = \min \{l_i | i \in X\}$ , 将  $k$  和  $n$  索引表示的 VLC KN 网格图 (图 3) 变换为  $k$  和  $v$  索引表示的 VLC KV 网格图 (图 4 所示). 用图 4 中的降维状态变量  $v$  代替图 3 中的高维状态变量  $n$ . 在具有相同计算复杂度 (相同搜索路径) 时, 简化了网格图和储存空间.

变长 Turbo 码的符号级译码是由反馈系统卷积码 RSC 构成. 图 5 表示生成多项式为  $G = [3, 1]_8$  的反馈系统卷积码的符号级网格图, 它由卷积码的比特级网格图在时间轴上扩展生成<sup>[10]</sup>. 图中的状态  $S_i (i = 0, 1)$  表示卷积码中寄存器的状态, 路径分支表示状态之间的转移情况. 当寄存器初始状态为  $S_1$  时经输入  $X$  中的符号  $c$  后将转移到  $S_0$  状态, 且卷积码相应的输出码字为 1100.

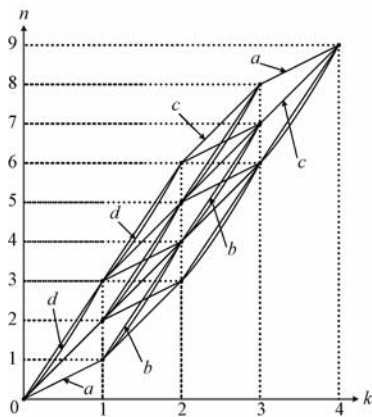


图 3 符号级 VLC KN 网格图

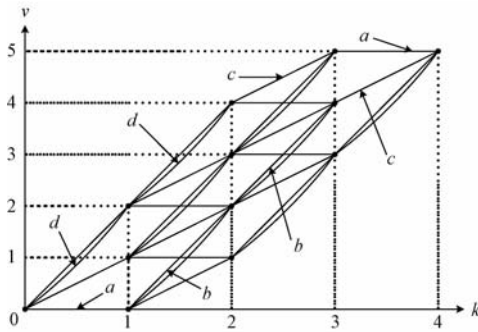


图 4 符号级 VLC KV 网格图

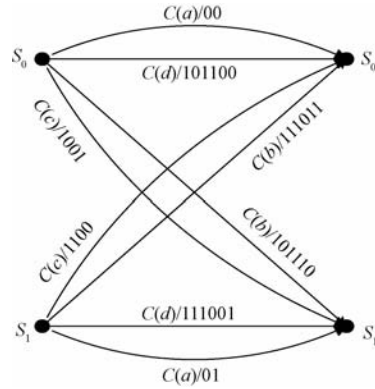


图 5 2 状态 RSC 网格图

J. Liu 和 G. Tu 等<sup>[10]</sup>首先将符号级 VLC KV 网格图(图 4 所示)与状态 RSC 网格图联合构造了一种  $K=4$  个符号  $(a,b,c,d)$ ,  $V=5$  的复合状态表示的可变长符号的联合信源信道的译码平面网格图(如图 6 所示)。

复合状态联合平面网格图中的复合状态  $t$  由 KV 网格图中的状态  $v$  和卷积码网格图中的状态  $S_i$  复合而成,图 6 中任意 2 个节点之间的状态转移,不仅对应着信源集合  $X$  中的一个变长码字,同时也对应着相应的卷积码网格图中的状态转移,在译码端实现了变长码字和卷积码状态之间的同步.当联合平面网格图的状态从节点  $A$  转移到节点  $B$  时,表示输入了一个码字长度为  $l_i = v_i + l_{\min} = v_B - v_A + 1 = 3$  且使卷积码状态从  $S_0$  转移到  $S_1$  的信源符号,即符号  $b$ 。

复合状态联合平面网格图随着符号数  $K$  的增加,译码平面网格图的竞争路径增加,计算复杂度增加.为减少计算复杂度,本文构造了一种基于变长 Turbo 码的空间网格图。

在符号级变长 Turbo 码联合编码端,为每个不同的信源符号赋予不同的权重  $\phi_i$ ,变长 Turbo 码编码后码流序列有 3 个约束条件:累计符号数、累计比特数和累计符号权重.在译码端利用 3 个约束条件构建空间(三维)网格图.利用权重状态索引条件,空间网格图的路径总数比平面网格图路径减少,从而简化了联合译码的计算复杂度。

建立空间网格图的步骤如下:

- I 当图 3 中的横坐标表示符号个数索引时,编码  $U$  后得到累计符号个数  $K$ 。
- II 当图 3 中的纵坐标表示比特个数索引时,编码  $U$  后得到累计比特个数  $\text{bit}N$ ,则有

$$\sum_{k=1}^K l_{u_k} = \text{bit}N, \tag{2}$$

其中,  $l_{u_k}$  为符号  $u_k$  对应的变长码字长度。

- III 设  $U$  中的每个符号  $u_k$  赋予一个权重  $\phi_{u_k}$ ,编码  $U$  后得到累计权重  $\phi$ ,则有

$$\sum_{k=1}^K \phi_{u_k} = \phi. \tag{3}$$

条件 III 等价于在原来 VLC KN 平面网格图的基础上增加一个新的坐标轴,即增加了符号权重索引.如编

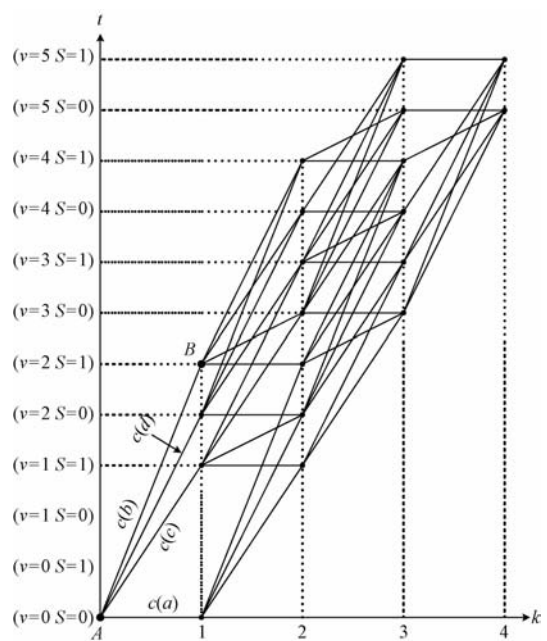


图 6 复合状态联合平面网格图

码 4 符号序列  $U = \{a, b, b, c\}$  后, 由约束条件 I、II 和 III 可得  $K = 4, \text{bit}N = 9, \phi = 5$  (符号权重  $\phi_{u_k}$  的设置参见表 1 的最后一列), 得到如图 7 所示的空间网格图. 在图 7 的纵坐标表示中, 本文采用式 (1) 的方法以变量  $v$  代替变量  $n$ , 用  $V$  代替累计比特个数  $\text{bit}N$ . 其中  $V = \text{bit}N - K \cdot l_{\min}$ .

图 7 中的幸存路径表示编码所有可能的 4 符号序列, 最后得到 9bit 码字且累计权重为 5. 其中点 ( $K = 4, V = 5, \phi = 5$ ) (或点 ( $K = 4, \text{bit}N = 9, \phi = 5$ )) 决定了路径终点  $T$  的位置, 空间网格图中的所有幸存路径都从原点出发, 最终汇聚到点  $T$ , 即满足约束条件 I、II、III 的幸存路径都终止于点  $T$ . 图 8 表示只有条件 I 和 II 约束下的空间网格图. 图 8 中所有幸存路径的终点都在直线 ( $K = 4, V = 5, \phi$ ) ( $\phi$  任意) 上. 从图 7 和图 8 路径可以看出在增加约束条件 III 的情况下, 空间网格图中的幸存路径明显减少. 例如在图 8 中满足条件 I 和 II 的路径  $U' = \{d, d, c, a\}$  存在, 但由于路径  $U'$  不满足条件 III (满足条件 III 应有  $\phi = 5$ ), 因此不会出现在图 7 中, 这样就降低了译码的计算复杂度.

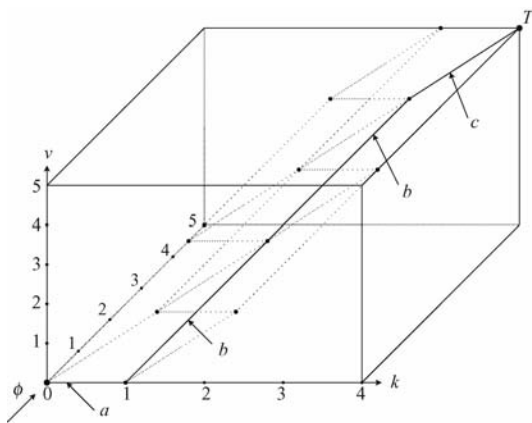


图 7 空间 VLC 网格图

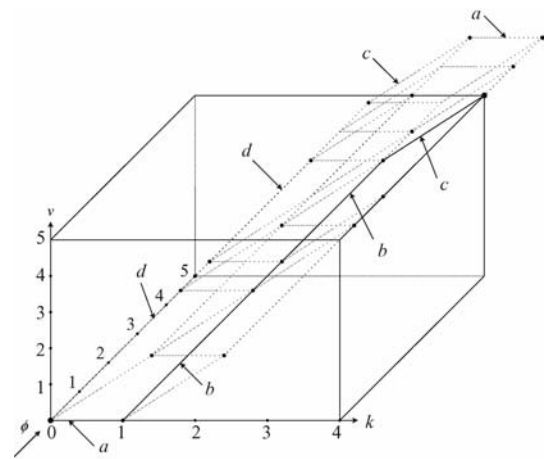


图 8 2 个约束条件下的空间网格图

## 2 实验结果与分析

仿真实验在 Pentium (R)<sub>4</sub> 个人计算机上进行, 采用 BPSK 调制方式和高斯信道 (AWGN), 变长 Turbo 码的编译码如图 1 和图 2 所示. 实验符号序列参数如表 1 所示, 符号量化  $Q\{X: a, b, c, d\} = \{00, 01, 10, 11\}$ .

实验中每比特信号能量和噪声功率谱密度的比值  $E_b/N_0$  ( $E_b$  为比特的平均能量,  $N_0$  为单边噪声功率谱密度) 由下式确定

$$E_b/N_0 = \text{SNR} - 10 \log_{10} R, \quad (4)$$

其中, SNR 为高斯信道的信噪比,  $R$  为系统码率,  $E_b/N_0$  和 SNR 的单位都是 dB.

实验中符号错误率 SER 根据 Levenshtein 距离<sup>[12]</sup>来计算. 设发送序列为  $U_i$ , 包含  $\|U_i\|$  个符号, 接收序列为  $U_r$ , 包含  $\|U_r\|$  个符号, 则  $U_i$  和  $U_r$  之间的 Levenshtein 距离定义为将序列  $U_i$  转换为序列  $U_r$  所需要的插入、删除或置换操作的最小次数, 记为  $d_L(U_i, U_r)$ . 则符号错误率

$$\text{SER} = \frac{d_L(U_i, U_r)}{\|U_i\|}. \quad (5)$$

按照文献 [4, 7, 10] 的方法, 实验中假设参数  $\text{bit}N$  和  $\phi$  能无差错地传到接收端, 数据包长度  $K$  固定为 10 或 16.

为了比较本文方法与文献 [10] 方法的计算复杂度, 设联合空间网格图路径分支数为  $B_1$ , 文献 [10] 的联合平面网格图路径分支数为  $B_2$ , 则 VLS-APP 算法在 2 种网格图中减少的相对计算量定义为  $\Delta d =$

$(B_2 - B_1)/B_2$ .

当数据包长度  $K = 10$ , 交织长度  $N = 500\text{bit}$ , 迭代译码 4 次. 在不同的  $E_b/N_0$  时, 实验结果如表 2 所示.

实验结果表明: 本文联合空间网格图与文献 [10] 的平面网格图相比, 路径分支总量减少约 8.6% ~ 9.0%.

表 2 本文方法与文献 [10] 方法的计算量比较 ( $K = 10, N = 500\text{bit}$ )

总符号数 $E_b/N_0$	$10 \times 10000$			
	0dB	1dB	1.5dB	3dB
$B_1$	2730042	2720989	2740540	2728324
$B_2$	3000641	2985331	3000529	2989072
$\Delta d$	9.02%	8.85%	8.66%	8.72%

为了比较长数据包的计算复杂度, 本文采用  $K = 16$ , 符号量化  $Q = 2$ , 每次使用 32 个包进行交织, 交织器长度  $N = 1024\text{bit}$ , 迭代译码 6 次. 在不同的  $E_b/N_0$  时, 实验结果如表 3 所示.

表 3 本文方法与文献 [10] 方法的计算量比较 ( $K = 16, N = 1024\text{bit}$ )

总符号数 $E_b/N_0$	$10 \times 6400$			
	2dB	3dB	3.5dB	4dB
$B_1$	5206234	5222940	5219930	5210393
$B_2$	5418984	5426170	5426375	5419879
$\Delta d$	3.93%	3.75%	3.80%	3.87%

表 3 实验结果表明: 本文的联合空间网格图与文献 [10] 的平面网格图相比, 路径分支总量减少约 3.8% ~ 3.9%. 表 2 的实验结果与表 3 的实验结果相比较, 可知数据包越长, 路径分支总量减少越少.

为了比较在相同符号错误率 SER 下, 每 bit 信号能量和噪声功率谱密度的比值  $E_b/N_0$  的性能, 比较了本文基于空间网格图与基于平面网格图<sup>[10]</sup>方法以及分离系统比特级编译码方法的译码性能.

当符号长度  $K = 10$ , 交织长度  $N = 500\text{bit}$ , 迭代译码 10 次时, 3 种方法实验结果如图 9 所示. 实验结果表明: 在  $\text{SER} = 10^{-4}$  时, 本文基于空间网格图方法与文献 [10] 的基于平面网格图方法相比, 获得  $E_b/N_0$  增益为 0.9dB; 与文献 [11] 的分离系统的比特级方法相比获得  $E_b/N_0$  增益为 1.2dB.

当符号长度  $K = 16$ , 交织长度  $N = 1024\text{bit}$ , 迭代译码 16 次时, 3 种方法实验结果如图 10 所示. 本文基于空间网格图方法与文献 [10] 的基于平面网格图方法相比, 获得  $E_b/N_0$  增益为 0.2dB; 与文献 [11] 的分离系统的比特级方法相比,  $E_b/N_0$  增加大约 1.6dB.

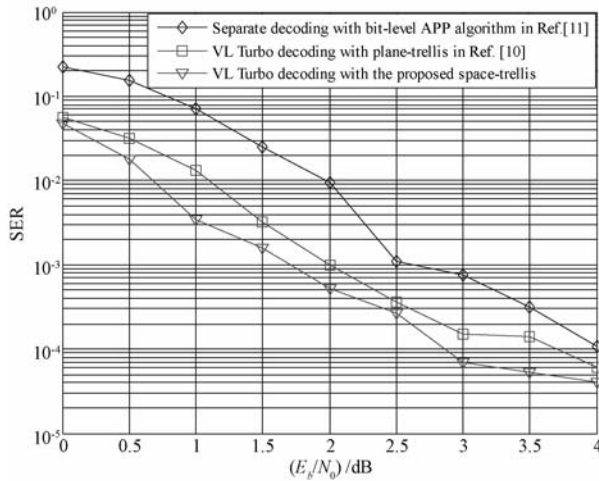


图 9 3 种方案的 SER 性能比较 ( $K = 10, N = 500\text{bit}$ )

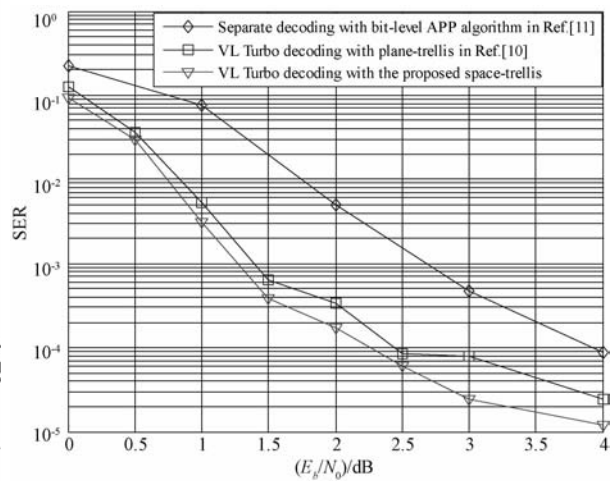


图 10 3 种方案的 SER 性能比较 ( $K = 16, N = 1024\text{bit}$ )

### 3 结论

本文构造了一种新的变长 Turbo 码译码的空间网格图,提出了基于 Turbo 码的低复杂度联合信源信道译码方法.实验结果表明:该算法同现存的基于变长 Turbo 码平面网格图比较,路径分支减少了大约 3.8%;在  $SER = 10^{-4}$  时,获得  $E_b/N_0$  增益约为 0.2dB,可应用于资源受限的空间通信网中的联合编译码.

#### 参考文献

- [ 1 ] Bauer R, Hagenauer J. Iterative source/channel decoding using reversible variable length codes [ C ] // Proc IEEE Data Compression Conference (DCC'00). Snowbird, Utah, USA, 2000: 93-102.
- [ 2 ] Bauer R, Hagenauer J. Symbol-by-symbol MAP decoding of variable length codes. [ C ] // Proc 3rd ITG Conference on Source and Channel Coding (CSCC'00). Munich, Germany, 2000:111-116.
- [ 3 ] Bahl LR, Cocke J, Jelinek F, et al. Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate [ J ]. IEEE Trans Inf Theo, 1974, 20(2): 284-287.
- [ 4 ] Kliewer J, Thobaben R. Parallel concatenated joint source-channel coding [ J ]. Electron Lett, 2003, 39(23): 1664-1666.
- [ 5 ] Kliewer J, Thobaben R. Iterative joint source-channel decoding of variable-length codes using residual source redundancy [ J ]. IEEE Trans Wire Commun, 2005, 4(3): 919-929.
- [ 6 ] Thobaben R, Kliewer J. Low-complexity iterative joint source-channel decoding for variable-length encoded Markov sources [ J ]. IEEE Trans Commun, 2005, 53(12): 2054-2064.
- [ 7 ] Bauer R, Hagenauer J. On variable length codes for iterative source/channel decoding [ C ] // Proc IEEE Data Compression Conference (DCC'01). Snowbird, Utah, USA, 2001:273-282.
- [ 8 ] Guivarch L, Carlach J C, Siohan P. Joint source-channel soft decoding of Huffman codes with turbo codes [ C ] // Proc DCC'00, Snowbird, Utah, USA, 2000:83-92.
- [ 9 ] Jeanne M, Carlach J C, Siohan P. Joint source-channel decoding of variable length codes for convolutional codes and turbo codes [ J ]. IEEE Trans Commun, 2005, 53(1): 10-15.
- [ 10 ] Liu J J, Tu G F, Zhang C, et al. Joint source and channel decoding for variable length encoded turbo codes [ J ]. EURASIP J Advances in Signal Processing, 2008(1): .
- [ 11 ] Lakovic K, Villasenor J. Combining variable-length codes and turbo codes [ C ] // Proc IEEE 55<sup>th</sup> Vehicular Technology Conference (VTC'02). 2002, 4: 1719-1723.
- [ 12 ] Okuda T, Tanaka E, Kasai T. A method for the correction of garbled words based on the Levenshtein metric [ J ]. IEEE Trans Comp, 1976, 25(2): 172-178.

## Low-complexity joint source-channel decoding based on variable length encoded Turbo codes

CHEN Shao-Hong<sup>1</sup>, ZHANG Can<sup>1,2</sup>, TU Guo-Fang<sup>1</sup>, HUO Yue-Heng<sup>1</sup>

(1 School of Information Science and Engineering, Graduate University, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

2 State Key Laboratory of Information Security, Beijing 100049, China)

**Abstract** Variable length encoded Turbo codes (VL Turbo codes) with constructed joint decoding plane trellis has better decoding performance than the bit-level decoding algorithm. However the plane trellis is complicated, resulting in a high decoding complexity of VL Turbo codes. We construct a space trellis and propose a low-complexity JSCD approach based on VL Turbo codes. Simulation results show that the proposed approach reduces the decoding complexity by 3.8%, compared to the plane trellis, and the gain of  $E_b/N_0$  is about 0.2dB at  $SER = 10^{-4}$ .

**Key words** JSCC/D, VL Turbo codes, space trellis, VLS-APP