

基于伪测量方程模型库的延迟量测滤波

冯肖亮^{*①} 文韬^② 徐立中^①

^①(河海大学计算机与信息学院 南京 210098)

^②(杭州电子科技大学计算机学院 杭州 310018)

摘要: 信息在传感器网络传输过程中会出现延迟、错序和丢包等现象, 如何充分地利用这些信息对有效提高状态估计精度非常重要。针对现有延迟量测滤波方法中存在的问题, 本文基于所建立的伪测量方程模型库, 提出一种用于处理延迟量测的滤波方法。首先, 利用线性定常系统的参数时不变特性, 在测量值有限延迟条件下建立伪测量方程模型库; 然后, 基于当前时刻到来的延迟或即时测量数据, 在模型库中选取与之对应的测量方程模型, 并结合系统状态模型, 建立系统状态的预测估计器或滤波估计器或滤波融合估计器。仿真对比验证了新方法的有效性 with 最优性。

关键词: 无线传感网; 信息处理; 延迟量测; 滤波估计; 伪测量方程模型库

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)12-2902-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00304

A New Delay Measurement Filter Based on Pseudo-measurement Model Library

Feng Xiao-liang^① Wen Tao^② Xu Li-zhong^①

^①(College of Computer and Information Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

^②(School of Computer Science and Technology, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: Information transferring process in sensor network will appear delay, out-of-sequence even dropout. How to make full use of such information is extremely important to improve state estimation accuracy. In order to further overcome the problems in the existing methods, a novel delay measurement filter based on the pseudo-measurement model library is proposed in this paper. Firstly, a pseudo-measurement model library under finite delay case is built for the linear time invariant system with the invariant parameters property. Secondly, according to current time arrival delay or real time measurement, the corresponding model is selected in the model library. Thirdly, a new hybrid filter with predict-estimator, filter-estimator and fusion-estimator is proposed for the system described by the selected measurement model and the state model. The simulations illustrate the effectiveness and optimality of the proposed method.

Key words: Wireless sensor network; Information processing; Delay measurement; Filtering estimation; Pseudo-measurement model library

1 引言

随着无线传感器网络的应用和发展, 物联网、信息物理融合系统等技术得到了国内外学者的广泛关注。但是, 无线传感器网络技术仍有待于进一步发展和提高。基于无线传感器网络环境的信息处理是传感器网络研究的重点和难点问题之一。

无线传感器网络中的节点对网络覆盖范围内的目标进行信息采集时, 由于通信带宽、路由协议、

自身能量等物理因素的影响, 当传感器节点获得的信息传送到信息处理中心(如, 滤波器等)时, 常常呈现延迟甚至错序和丢包等现象^[1-3], 使得先采集到的信息后到达滤波器, 而后采集到的信息先到。这样, 在延迟情形下的滤波器设计问题就给系统状态或参数的实时估计提出了新的挑战^[1-16]。针对一步延迟量测的状态估计问题, 文献[4]给出了在线性最小均方误差意义下最优的 A1 算法, 随后文献[5,6]又针对其离散化方式与逆问题开展了研究。针对多步延迟量测的滤波问题, 目前主要有以下几类处理方法: (1)重新滤波的思想。当接收到延迟量测时, 将滤波过程返回至延迟量测的采集时刻, 重新进行

2011-03-30 收到, 2011-07-13 改回

国家自然科学基金(60934009, 60804026)和国家自然科学基金重大项目(91016020)资助课题

*通信作者: 冯肖亮 ioptmyloving@163.com

滤波或者平滑^[7,8]。这种方法可以取得最优的估计精度,但是它需要大量重复滤波或者平滑,因而较难满足滤波实时性的需求。(2)丢弃延迟量测的思想。只利用正常到达量测的丢弃延迟量测方法能满足滤波的实时性,但是丢弃了所有的延迟量测,故滤波精度低^[9]。文献[1,10]利用了一种丢弃部分延迟量测的思想设计滤波器,认为延迟量测“错序即为丢包”。显然,这种处理思想的优势在于方法简单且计算复杂度低,能够利用部分延迟量测。但是在错序现象较严重时,该方法会因滤波器长时间得不到量测的更新而使得状态估计误差过大。(3)等价量测的思想。文献[11,12]将延迟量测转化为滤波时刻的等价量测,然后利用直接更新的方法得到状态估计。随后文献[13]将其推广到了多传感器系统的融合估计。文献[14,15]将延迟量测采集时刻到滤波时刻的所有测量值等价表示为一个量测,这样就将多步延迟量测转化为一步延迟,进而得到了 BI 和 AI 算法。在这两种等价量测转化的过程中,都会产生等价量测噪声与过程噪声之间的相关性,但是上述方法都没有充分考虑噪声之间的相关性,因而无法实现延迟量测的最优估计。此外,还有预测估计与补偿混合滤波的方法,该方法虽然能实时处理所有延迟量测,但是每次更新时,加权系数都需要重新计算,且在所有量测未全部达到时较难满足状态估计的最优性^[3,16]。为了避免加权系数的重复计算,实时地,最优地处理延迟到达的量测,本文针对线性时不变系统,提出了一种新的延迟量测滤波方法。

线性时不变系统是一类常见的运动学系统。针对该类系统所具有的时不变性质,本文在考虑最大延迟步数一定的前提下,建立了系统状态与滤波时刻可能到达滤波器的各量测之间的伪测量方程模型库。该模型库具有“时不变”的性质。当新的量测到达滤波器时,不论该量测是延迟量测还是正常达到的量测,只需要一步选择,就可以方便地建立其与当前系统状态之间的关系。这样就可以尽可能充分地利用所有到达滤波器的量测对系统状态进行估计。最后,本文介绍了一种基于伪测量方程模型库的滤波器设计方法。并用计算机仿真比较证明了本文方法的有效性与高估计精度的特性。

2 系统描述

考虑如下线性定常系统^[1]

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \bar{\mathbf{w}}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{H}\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t) \\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{L}\mathbf{x}(t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为目标的状态向量, $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为状态

转移矩阵; $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^m$ 为传感器对系统状态 $\mathbf{x}(t)$ 的量测, $\mathbf{H} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为其对应的测量矩阵; $\mathbf{z}(t) \in \mathbf{R}^p$ 为待估计的系统信号; 过程噪声 $\bar{\mathbf{w}}(t) \in \mathbf{R}^n$ 与测量噪声 $\mathbf{v}(t) \in \mathbf{R}^m$ 均为零均值的高斯白噪声,且满足如下统计特性:

$$\left. \begin{aligned} E\{\bar{\mathbf{w}}(t)\bar{\mathbf{w}}^T(\tau)\} &= \mathbf{q}(t)\delta(t-\tau) \\ E\{\mathbf{v}(t)\mathbf{v}^T(\tau)\} &= \mathbf{R}(t)\delta(t-\tau) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中

$$\delta(t-\tau) = \begin{cases} 1, & t = \tau \\ 0, & t \neq \tau \end{cases} \quad (3)$$

以 $[t_{k-1}, t_k]$ 为周期将式(1)所描述的系统进行离散化,可得

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}(k, k-1)\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{w}(k, k-1) \quad (4)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (5)$$

式(4)中, $\mathbf{x}(k)$ 表示 t_k 时刻的离散状态向量, $\mathbf{F}(k, k-1)$ 为离散化后系统的状态转移矩阵,且 $\mathbf{F}(k, k-1) = \exp[\mathbf{A} \cdot (t_k - t_{k-1})]$, $\mathbf{y}(k)$ 为系统离散化后 t_k 时刻的量测。 $\mathbf{w}(k, k-1)$ 与 $\mathbf{v}(k)$ 分别为离散化后的过程噪声和测量噪声,且满足 $E\{\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^T(k)\} = \mathbf{R}(k)$, $\mathbf{w}(k, k-1) = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \exp[\mathbf{A} \cdot (t_k - \tau)]\bar{\mathbf{w}}(\tau)d\tau$, $E\{\mathbf{w}(i, j) \cdot \mathbf{w}^T(s, t)\} = \begin{cases} \mathbf{0}, & [t_i, t_j] \cap [t_s, t_t] = \emptyset \\ \mathbf{Q}(n, m), & [t_i, t_j] \cap [t_s, t_t] = [t_n, t_m], t_n < t_m \end{cases}$

为了下文描述的方便,不再将离散化后的待估计信号 $\mathbf{z}(k)$ 列入系统方程组,当滤波器得到状态估计值后,由 $\mathbf{z}(k) = \mathbf{L}\mathbf{x}(k)$ 即可得 t_k 时刻系统所需的估计信号。记 t_k 时刻的观测矩阵 $\mathbf{H}(k) = \mathbf{H}$ 。本文在以下部分将着重介绍一类基于伪测量方程模型库的状态估计方法。

3 基于伪测量方程模型库的 Kalman 滤波器

3.1 伪测量方程模型库的建立

不妨假设系统的最大延迟步数为 L ,即在 t_k 时刻,可能到达滤波器的量测为 $\mathbf{y}(i)$, $i = k-L, k-L+1, \dots, k$ 。建立当前滤波时刻(t_k 时刻)的系统状态与其之间的等量关系式:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}(i) &= \mathbf{F}(i, k)(\mathbf{x}(k) - \mathbf{w}(k, i)) \\ \mathbf{y}(i) &= \mathbf{H}(i)\mathbf{x}(i) + \mathbf{v}(i) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{F}(i, k) = (\mathbf{F}(k, i))^{-1} = (\exp(\mathbf{A} \cdot (t_k - t_i)))^{-1},$$

$$\mathbf{F}(k, i) = \mathbf{F}(k, k-1) * \mathbf{F}(k-1, k-2) * \dots * \mathbf{F}(i+1, i) \quad (7)$$

$$\mathbf{w}(k, i) = \bar{\mathbf{F}}(k, i+1)\mathbf{w}(i+1, i) + \bar{\mathbf{F}}(k, i+2) \cdot \mathbf{w}(i+2, i+1) + \dots + \bar{\mathbf{F}}(k, k)\mathbf{w}(k, k-1) \quad (8)$$

$$\bar{F}(m,n) = \begin{cases} F(m,n), & n < m \\ I, & n = m, \mathbf{w}(k,k) = 0, \\ & i = k-L, k-L+1, \dots, k-1 \\ \mathbf{0}, & n > m \end{cases}$$

这些可能在 t_k 时刻到达滤波器的量测值与状态 $\mathbf{x}(k)$ 之间的关系式如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(i) &= \mathbf{H}(i)\mathbf{F}(i,k)\mathbf{x}(k) - \mathbf{H}(i)\mathbf{F}(i,k)\mathbf{w}(k,i) + \mathbf{v}(i) \\ &=: \mathbf{H}^*(i)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}^*(i) \end{aligned} \quad (9)$$

即 $\mathbf{y}(i)$ 可记为 $\mathbf{H}^*(i)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}^*(i)$, 其中 $\mathbf{H}^*(i) = \mathbf{H}(i)\mathbf{F}(i,k)$, $\mathbf{v}^*(i) = -\mathbf{H}^*(i)\mathbf{w}(k,i) + \mathbf{v}(i)$ 。

将式(9)所描述的模型集合起来就组成了 t_k 时刻与状态 $\mathbf{x}(k)$ 有关的伪测量方程模型库 $\mathbf{M}(k) = \{\mathbf{y}(i) = \mathbf{H}^*(i)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}^*(i) \mid i = k-L, k-L+1, \dots, k\}$ 。在线性时不变系统中, 由于系统参数不随系统运行状况的进行而随时间发生改变。因而有以下结论成立。

定理 1 在线性时不变系统中, 可能在滤波时刻 t_k 到达滤波器的所有量测对应的伪测量方程模型库与 t_{k+1} 时刻可能到达的所有量测对应的伪测量方程模型库是功能等价的, 即在 $\mathbf{M}(k)$ 与 $\mathbf{M}(k+1)$ 中, 各对应模型方程的系统参数是相同的, 系统噪声是满足相同分布的。

利用系统的参数时不变特性, 及式(7)~式(9)可以方便地证明该定理的结论。

由定理 1 可知, 在 t_{k+1} 时刻到达滤波器的所有延迟量测与准时到达的量测所对应的伪测量方程模型库与在 t_k 时刻到达的所有量测所对应的伪测量方程模型库不仅具有相同的形式, 而且对应模型方程的系统参数也是相同的, 系统噪声具有相同的统计特性。因而, 对于所有在 $t_k (k > L)$ 时刻发生的滤波处理都可以采用同一个伪测量方程模型库, 所不同的只是不同滤波时刻对应的系统变量不同而已。当滤波器获得新的量测时, 根据该量测的采样时戳与当前滤波时刻之间的距离就可以在伪测量方程模型库中选择其对应的测量方程模型, 就可方便地将其延迟量测转化为与当前系统状态对应的测量方程。将其与式(4)所描述的状态方程联立, 就可以对 t_k 时刻的系统状态进行估计(具体的滤波过程将在下一小节详细介绍), 进而得到系统所需的待估计信号。

3.2 滤波器设计

在这一小节, 我们将以 t_k 时刻作为滤波时刻来介绍基于伪测量方程模型库的滤波器设计方法。假设 t_{k-1} 时刻的状态估计值为 $\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1)$, 估计误差协方差阵为 $\mathbf{P}(k-1|k-1)$ 。假设在区间 $(t_{k-L},$

$t_k]$ 内有 $l (l = 0, 1, \dots, L+1)$ 个量测在 t_k 时刻到达滤波器。

当 $l = 0$ 时, 这就意味着在区间 $(t_{k-L}, t_k]$ 内没有量测到达滤波器进行系统状态估计。那么滤波器将基于 t_{k-1} 时刻的状态估计 $\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1)$ 及其估计误差协方差阵 $\mathbf{P}(k-1|k-1)$ 对 t_k 时刻的系统状态进行一步预测, 并将该一步预测值作为该时刻的状态估计值。即

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) = \mathbf{F}(k, k-1)\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(k|k-1) &= \mathbf{F}(k, k-1)\mathbf{P}(k-1|k-1) \\ &\quad \cdot \mathbf{F}^T(k, k-1) + \mathbf{Q}(k, k-1) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1); \mathbf{P}(k|k) = \mathbf{P}(k|k-1) \quad (12)$$

当 $l = 1$ 时, 在区间 $(t_{k-L}, t_k]$ 内有一个量测在 t_k 时刻到达滤波器。按照该量测的采样时戳与滤波时刻 t_k 的关系在 $\mathbf{M}(k)$ 中选择与之对应的测量方程。不妨记该量测为 $\mathbf{y}(i) (i = k-L, k-L+1, \dots, k)$, 则其在 $\mathbf{M}(k)$ 中对应的测量方程为

$$\mathbf{y}(i) = \mathbf{H}^*(i)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}^*(i) \quad (13)$$

为了便于描述, 记 $\mathbf{H}^H(i) = (\mathbf{H}^*(i))^T$, $\mathbf{v}^H(i) = (\mathbf{v}^*(i))^T$, 则 $\mathbf{v}^*(i)$ 的方差 $\mathbf{R}^*(i) = \mathbf{H}^*(i)\mathbf{Q}(k, i)\mathbf{H}^H(i) + \mathbf{R}(i)$ 。当 $i = k$ 时, $\mathbf{Q}(k, k) = \mathbf{0}$; 当 $i < k$ 时, $\mathbf{Q}(k, i) = \bar{\mathbf{F}}(k, i+1)\mathbf{Q}(i+1, i)\bar{\mathbf{F}}^T(k, i+1) + \dots + \bar{\mathbf{F}}(k, k)\mathbf{Q}(k, k-1)\bar{\mathbf{F}}^T(k, k)$ 。

首先要对 t_k 时刻的系统状态进行一步预测(如式(10), 式(11)所示), 然后有

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{K}(i)(\mathbf{y}(i) - \hat{\mathbf{y}}(i|k-1)) \quad (14)$$

$$\mathbf{P}(k|k) = \mathbf{P}(k|k-1) - \mathbf{K}(i)\mathbf{P}_{x,y}^T(i|k-1) \quad (15)$$

在式(14), 式(15)中

$$\hat{\mathbf{y}}(i|k-1) = \mathbf{H}^*(i)\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \hat{\mathbf{v}}^*(i|k-1) \quad (16)$$

$$\mathbf{K}(i) = \mathbf{P}_{x,y}(i|k-1)(\mathbf{P}_{y,y}(i|k-1))^{-1} \quad (17)$$

$$\mathbf{P}_{x,y}(i|k-1) = \mathbf{P}(k|k-1)\mathbf{H}^H(i) + \mathbf{P}_{x,v^*}(i|k-1) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{y,y}(i|k-1) &= \mathbf{H}^*(i)\mathbf{P}(k|k-1)\mathbf{H}^H(i) \\ &\quad + \mathbf{H}^*(i)\mathbf{P}_{x,v^*}(i|k-1) + \mathbf{P}_{x,v^*}^T(i|k-1) \\ &\quad - \mathbf{1}\mathbf{H}^H(i) + \mathbf{R}^*(i) - \mathbf{P}_{v^*,v^*}^T(i|k-1) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{v}}^*(i|k-1) &= -\mathbf{H}^*(i)\hat{\mathbf{w}}(k, i|k-1) \\ &= -\mathbf{H}^*(i)\mathbf{F}(k, k-1)\hat{\mathbf{w}}(k-1, i|k-1) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{x,v^*}(i|k-1) &= E\{\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)\mathbf{v}^H(i)\} \\ &= -\mathbf{P}_{x,w}(k, i|k-1)\mathbf{H}^H(i) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{v^*,v^*}(i|k-1) &= E\{\mathbf{v}^*(i)\hat{\mathbf{v}}^H(i|k-1)\} \\ &= -\mathbf{H}^*(i)E\{\mathbf{w}(k, i)\hat{\mathbf{v}}^H(i|k-1)\} \\ &= \mathbf{H}^*(i)E\{\mathbf{w}(k, i)\hat{\mathbf{w}}^T(k, i|k-1)\} \\ &\quad \cdot \mathbf{H}^H(i) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{x,w}(k, i | k-1) &= E\{\tilde{\mathbf{x}}(k | k-1)\mathbf{w}^T(k, i)\} \\ &= \mathbf{F}(k, k-1)E\{\tilde{\mathbf{x}}(k-1 | k-1)\mathbf{w}^T \\ &\quad \cdot (k-1, i)\}\mathbf{F}^T(k, k-1) + \mathbf{Q}(k, k-1) \end{aligned} \quad (23)$$

若 $t_j \in (t_i, t_k]$, 记在 t_j 时刻到达的量测个数为 $\beta_j^{k,i}$ 。假设在 t_{k-1} 时刻各量测的到达顺序为 $\mathbf{y}(\alpha_1^{k-1})$, $\mathbf{y}(\alpha_2^{k-1}), \dots, \mathbf{y}(\alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1})$, 其中 α_i^{k-1} 为 t_{k-1} 时刻到达的第 i 个量测的采样时戳。

记式 (23) 中 $E\{\tilde{\mathbf{x}}(k-1 | k-1)\mathbf{w}^T(k-1, i)\}$ 为 $\mathbf{C}_{\beta_{k-1}^{k,i}}(k-1)$, 表示 t_{k-1} 时刻利用量测 $\beta_{k-1}^{k,i}$ 更新后所得。则式 (23) 中的 $\mathbf{P}_{x,w}(k, i | k-1)$ 可记为 $\mathbf{C}_0(k)$, 且有

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{x,w}(k, i | k-1) &= \mathbf{F}(k, k-1)\mathbf{C}_{\beta_{k-1}^{k,i}}(k-1) \\ &\quad \cdot \mathbf{F}^T(k, k-1) + \mathbf{Q}(k, k-1) \end{aligned} \quad (24)$$

当 $\beta_{k-1}^{k,i} = 0$ 时,

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_0(k-1) &= \mathbf{F}(k-1, k-2)\mathbf{C}_{\beta_{k-2}^{k,i}}(k-2) \\ &\quad \cdot \mathbf{F}^T(k-1, k-2) + \mathbf{Q}(k-1, k-2) \end{aligned} \quad (25)$$

当 $\beta_{k-1}^{k,i} = 1$, 且 $\alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} = k-1$ 时,

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\beta_{k-1}^{k,i}}(k-1) &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k-1)\mathbf{H}(k-1)][\mathbf{F}(k-1, \\ &\quad k-2)\mathbf{C}_{\beta_{k-2}^{k,i}}(k-2)\mathbf{F}^T(k-1, k-2) \\ &\quad + \mathbf{Q}(k-1, k-2)] \end{aligned} \quad (26)$$

当 $\beta_{k-1}^{k,i} = 1$, 且 $\alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} < k-1$ 时,

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\beta_{k-1}^{k,i}}(k-1) &= \left[\mathbf{I} - \mathbf{K} \begin{pmatrix} \alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} \\ \alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} \end{pmatrix} \mathbf{H}^* \begin{pmatrix} \alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} \\ \alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} \end{pmatrix} \right] [\mathbf{F}(k-1, \\ &\quad k-2)\mathbf{C}_{\beta_{k-2}^{k,i}}(k-2)\mathbf{F}^T(k-1, k-2) \\ &\quad + \mathbf{Q}(k-1, k-2)] - \mathbf{K} \begin{pmatrix} \alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} \\ \alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} \end{pmatrix} \\ &\quad \cdot E\left\{ \mathbf{v}^* \begin{pmatrix} \alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} \\ \alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} \end{pmatrix} \mathbf{w}^T(k-1, i) \right\} + \mathbf{K} \begin{pmatrix} \alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} \\ \alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} \end{pmatrix} \\ &\quad \cdot E\left\{ \hat{\mathbf{v}}^* \begin{pmatrix} \alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} \\ \alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} \end{pmatrix} \mathbf{w}^T(k-1, i) \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

当 $\beta_{k-1}^{k,i} > 1$, 若 t_{k-1} 时刻采样的量测在 t_{k-1} 时刻到达时, 不妨记 $\alpha_q^{k-1} = k-1$ 且 $q \neq j$, 则

$$\mathbf{C}_q(k-1) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(\alpha_q^{k-1})\mathbf{H}(\alpha_q^{k-1})]\mathbf{C}_{q-1}(k-1) \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_j(k-1) &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}(\alpha_j^{k-1})\mathbf{H}^*(\alpha_j^{k-1})]\mathbf{C}_{j-1}(k-1) \\ &\quad - \mathbf{K}(\alpha_j^{k-1})E\{\mathbf{v}^*(\alpha_j^{k-1})\mathbf{w}^T(k-1, i)\} \\ &\quad + \mathbf{K}(\alpha_j^{k-1})E\{\hat{\mathbf{v}}^*(\alpha_j^{k-1} | k-1)\mathbf{w}^T(k-1, i)\} \end{aligned} \quad (29)$$

$$E\{\mathbf{v}^*(\alpha_j^{k-1})\mathbf{w}^T(k-1, i)\} = -\mathbf{H}^*(\alpha_j^{k-1})\mathbf{Q}(k-1, \alpha_j^{k-1}, i) \quad (30)$$

$$\mathbf{Q}(k-1, \alpha_j^{k-1}, i) = \begin{cases} \mathbf{Q}(k-1, \alpha_j^{k-1}), & i < \alpha_j^{k-1} \\ \mathbf{Q}(k-1, i), & i \geq \alpha_j^{k-1} \end{cases} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} E\{\hat{\mathbf{v}}^*(\alpha_j^{k-1} | k-1)\mathbf{w}^T(k-1, i)\} &= -\mathbf{H}^*(\alpha_j^{k-1}) \\ &\quad \cdot E\{\hat{\mathbf{w}}(k-1, \alpha_j^{k-1} | k-1)\mathbf{w}^T(k-1, i)\} \end{aligned} \quad (32)$$

$\hat{\mathbf{w}}(k-1, i | k-1)$ 与 t_{k-1} 时刻处理的 $\beta_{k-1}^{k,i}$ 个量测均相关, 故记式 (20) 中的 $\hat{\mathbf{w}}(k-1, i | k-1)$ 为 $\hat{\mathbf{w}}_{\beta_{k-1}^{k,i}}(k-1, i | k-1)$; 同理, 记 $\tilde{\mathbf{x}}(k-1 | k-1)$ 为 $\tilde{\mathbf{x}}_{\beta_{k-1}^{k,i}}(k-1 | k-1)$ 。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}_j(k-1, i | k-1) &= \hat{\mathbf{w}}_{j-1}(k-1, i | k-1) \\ &\quad + E\{\mathbf{w}(k-1, i)\tilde{\mathbf{y}}^T(\alpha_j^{k-1} | k-1)\} \\ &\quad \cdot \mathbf{P}_{yy}^{-1}(\alpha_j^{k-1} | k-1)\tilde{\mathbf{y}}(\alpha_j^{k-1} | k-1), \quad j \leq \alpha_{k-1}^{k,i} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{w}(k-1, i)\tilde{\mathbf{y}}^T(\alpha_j^{k-1} | k-1)\} &= E\{\mathbf{w}(k-1, i)\tilde{\mathbf{x}}_{j-1}^T(k-1 | k-1)\}\mathbf{H}^*(\alpha_j^{k-1}) \\ &\quad + E\{\mathbf{w}(k-1, i)\mathbf{v}^H(\alpha_j^{k-1})\} \\ &\quad - E\{\mathbf{w}(k-1, i)\hat{\mathbf{v}}^H(\alpha_j^{k-1} | k-1)\} \end{aligned} \quad (34)$$

$$E\{\mathbf{w}(k-1, i)\tilde{\mathbf{x}}_{j-1}^T(k-1 | k-1)\} = (\mathbf{C}_{j-1}(k-1))^T \quad (35)$$

$$E\{\mathbf{w}(k-1, i)\mathbf{v}^H(\alpha_j^{k-1})\} = -\mathbf{Q}(k-1, \alpha_j^{k-1}, i)\mathbf{H}^H(\alpha_j^{k-1}) \quad (36)$$

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{w}(k-1, i)\hat{\mathbf{v}}^H(\alpha_j^{k-1} | k-1)\} &= -E\{\mathbf{w}(k-1, i)\hat{\mathbf{w}}_{j-1}^T(k-1, \alpha_j^{k-1} | k-1)\}\mathbf{H}^H(\alpha_j^{k-1}) \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{w}(k-1, i)\hat{\mathbf{w}}_{j-1}^T(k-1, \alpha_j^{k-1} | k-1)\} &= E\{\mathbf{w}(k-1, i)\hat{\mathbf{w}}_{j-2}^T(k-1, \alpha_j^{k-1} | k-1)\} \\ &\quad + E\{\mathbf{w}(k-1, i)\tilde{\mathbf{y}}^T(\alpha_{j-1}^{k-1} | k-1)\}\mathbf{P}_{yy}^{-1}(\alpha_{j-1}^{k-1} | \\ &\quad k-1)(E\{\mathbf{w}(k-1, \alpha_j^{k-1})\tilde{\mathbf{y}}^T(\alpha_{j-1}^{k-1} | k-1)\})^T \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{w}(k, i)\hat{\mathbf{w}}^T(k, i | k-1)\} &= \mathbf{F}(k, k-1)E\{\mathbf{w}(k-1, i)\hat{\mathbf{w}}^T(k-1, i | k-1)\} \\ &\quad \cdot \mathbf{F}^T(k, k-1) \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{w}(k-1, i)\hat{\mathbf{w}}^T(k-1, i | k-1)\} &= E\{\mathbf{w}(k-1, i)\hat{\mathbf{w}}_{\beta_{k-1}^{k,i}}^T(k-1, i | k-1)\} \\ &\quad + E\{\mathbf{w}(k-1, i)\tilde{\mathbf{y}}^T(\alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} | k-1)\}\mathbf{P}_{yy}^{-1}(\alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} | \\ &\quad k-1)(E\{\mathbf{w}(k-1, i)\tilde{\mathbf{y}}^T(\alpha_{\beta_{k-1}^{k,i}}^{k-1} | k-1)\})^T \end{aligned} \quad (40)$$

上述迭代的边界取值, 除式 (25) 外, 还有

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}_0(k-1, i | k-1) &= \hat{\mathbf{w}}_{\beta_{k-2}^{k,i}}(k-1, i | k-2) \\ &= \hat{\mathbf{w}}_{\beta_{k-2}^{k,i}}(k-2, i | k-2) \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{w}(k-1, i)\hat{\mathbf{w}}^T(k-1, \alpha_0^{k-1} | k-1)\} &= E\{\hat{\mathbf{w}}(k-1, \alpha_0^{k-1} | k-1)\mathbf{w}^T(k-1, i)\} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{w}(k-1, i)\hat{\mathbf{w}}_0^T(k-1, \alpha_j^{k-1} | k-1)\} &= \mathbf{F}(k-1, k-2)E\{\mathbf{w}(k-2, i)\hat{\mathbf{w}}_{\beta_{k-2}^{k,i}}^T \\ &\quad \cdot (k-2, \alpha_j^{k-1} | k-2)\}\mathbf{F}^T(k-1, k-2) \end{aligned} \quad (43)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_0(k|k) = \mathbf{F}(k, k-1)\hat{\mathbf{x}}_{\beta_{k-1}^{k,i}}(k-1|k-1) + \mathbf{w}(k, k-1) \quad (44)$$

当 $t_j \leq t_i$ 时, $\hat{\mathbf{w}}_{\beta_j^{k,i}}(k-1, i|j) = \mathbf{0}$; $\mathbf{C}_{\beta_j^{k,i}}(j) = \mathbf{0}$; $E\{\mathbf{w}(j, i)\hat{\mathbf{w}}^T(j, i|j)\} = \mathbf{0}$; $\hat{\mathbf{w}}(j, i|j) = \mathbf{0}$ 。

由上式可迭代求得式(14), 式(15)所需参数, 即可实现 $\mathbf{y}(i)$ 对 t_k 时刻系统状态估计的更新。

若该量测为正常到达的 $\mathbf{y}(k)$, 那么该滤波方法就退化为经典的 Kalman 滤波器^[17]。

当 $l > 1$ 时, 在第一量测到达时, 该场景与 $l = 1$ 时的场景相同, 可采用相同的处理方法。有新的量测到来时, 首先在 $\mathbf{M}(k)$ 中选取与之对应的测量方程。这时的状态估计问题就演变为一个多源信息融合估计问题^[18]。根据序贯滤波的思想, 上一步所得的状态估计可以看成本次状态更新时的预测值, 即 $\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) = \hat{\mathbf{x}}(k|k)$; $\mathbf{P}(k|k-1) = \bar{\mathbf{P}}(k|k)$ (当新的量测到来时, $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ $\bar{\mathbf{P}}(k|k)$ 表示系统上一步所得的状态估计及估计误差协方差)。同样按照式(14)-式(23)所示过程, 即可实现该量测对系统状态的估计更新。当再没有新的量测到达时, 滤波器中的估计值即为系统状态的全局估计值, 进而可得当前时刻系统待估计信号的估计值。

需要区别的是, 此时式(20)-式(22)中的 $\hat{\mathbf{v}}^*(i|k-1)$, $\mathbf{P}_{x,w}(k, i|k-1)$, $E\{\mathbf{w}(k, i)\hat{\mathbf{w}}^T(k, i|k-1)\}$ 分别对应为 $-\mathbf{H}^*(i)\hat{\mathbf{w}}_{q-1}(k, i|k)$, $\mathbf{C}_{q-1}(k)$, $E\{\mathbf{w}(k, i)\hat{\mathbf{w}}_{q-1}^T(k, i|k)\}$, 式中 q 表示该量测为滤波器在 t_k 时刻获得的第 q 个量测, 其采样时戳为 α_q^k , 即 $i = \alpha_q^k$ 。类似于式(28)-式(40)所示迭代过程可求得上述 3 式, 进一步由式(16)-式(23)即可求得更新过程所需要的滤波参数, 进而实现对系统状态估计的更新。

4 计算机仿真

以文献[1]所使用的物块-弹簧系统为仿真对象, 如图 1 所示, 其中 l_1 和 l_2 分别表示质量为 m_1 和 m_2 的物块的位移, k_1 和 k_2 分别表示两段弹簧的弹力系数。两个物块与地面的摩擦系数均为 c 。假设传感器仅采集到质量为 m_1 的物块的位移, 可得该系统的数学模型为式(1)所示, 其中 $\mathbf{q}(t) = \text{diag}(0.4, 0.1, 0.1, 0.4)$; $\mathbf{H} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$; $\mathbf{L} = [0 \ 1 \ 0 \ 0]$; $\mathbf{R}(k) = 0.1$;

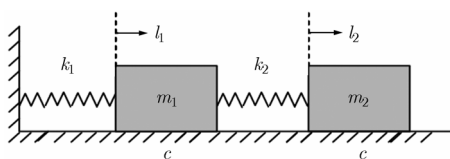


图 1 物块-弹簧系统

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1+k_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & -\frac{c}{m_1} & 0 \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & 0 & -\frac{c}{m_2} \end{bmatrix}$$

$k_1 = k_2 = 2$; $m_1 = 0.5$; $m_2 = 1$; $c = 0.5$; 初始值为: $\mathbf{x}(0|0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$; $\mathbf{P}(0|0) = \text{eye}(4)$ 。

为了充分验证本文方法的可行性与有效性, 本文针对上述系统设计了 2 个场景来进行仿真比较。

场景 1 记 $L = 5$ 。假设从第 6 时刻起, 时间标号模 5 余 2 的量测延迟 2 步到达滤波器; 时间标号模 5 余 4 的量测在时间标号能被 5 整除的量测到达之后到达; 其他量测准时到达滤波器。在仿真中分别按照文献[1]思想、本文思想以及重新滤波思想设计滤波器, 仿真结果如表 1, 图 2, 图 3 所示, 表 1 中物块 m_2 的位移即为系统的待估计信号。

表 1 3 种算法在标号被 5 整除时刻所有状态的绝对估计误差均值比较

状态	文献[1]思想的方法	本文方法	重新滤波	本文方法比文献[1]方法提高的估计精度(%)
物块 m_1 的位移	0.2443	0.2341	0.2341	4.2
物块 m_2 的位移	0.5640	0.4190	0.4190	25.7
物块 m_1 的速度	0.6788	0.4568	0.4568	32.7
物块 m_2 的速度	0.6638	0.5367	0.5367	19.2

按照文献[1]的思想, 由于时间标号模 5 余 3 的量测准时到达滤波器而舍弃了时间标号模 5 余 2 的延迟量测; 同理, 时间标号模 5 余 4 的延迟量测也被滤波器舍弃。因而造成了该算法在估计精度方面的不足。本文方法能够有效地处理各延迟量测, 因而能够在量测都到达的时刻取得与重新滤波相同的估计精度, 序贯的融合结构又保证了滤波的实时性。

场景 2 设计延迟场景为: 记 $L = 3$ 。从第 4 个采样时刻起, 所有时间标号不能被 3 整除的量测均发生延迟, 在时间标号能被 3 整除的量测准时到达之后到达滤波器。同样按照文献[1]的滤波思想、本文的滤波思路设计滤波器, 与重新滤波进行比较。表 2 中物块 m_2 的位移即为系统的待估计信号。

本仿真场景是针对文献[1]的滤波思想设计的一种特殊情况, 按照文献[1]处理延迟量测的思想, 每

表 2 3 种算法在标号被 3 整除时刻所有状态的绝对估计误差均值比较

状态	基于文献[1]思想的方法	本文方法	重新滤波	本文方法比文献[1]方法提高的估计精度(%)
物块 m_1 的位移	0.2694	0.2546	0.2546	5.5
物块 m_2 的位移	0.6147	0.4373	0.4373	28.9
物块 m_1 的速度	0.8159	0.5068	0.5068	37.9
物块 m_2 的速度	1.0332	0.5846	0.5846	43.4

3 个滤波时刻，只能利用时间标号能被 3 整除的量测对系统状态估计进行更新，所有时间标号不能被 3 整除的量测全部被舍弃。因而，该滤波方法因多数时间得不到量测的更新而使得状态估计误差偏大，如图 4，图 5 及表 2 所示。而本文算法不但利用了全部延迟到达的量测对系统的状态估计及时更新，而且充分考虑了延迟量测进行伪量测转化时带来的噪声相关性的影响，因而能在延迟量测均到达的时刻，即标号能被 3 整除的时刻得到与重新滤波相同的估计精度，该仿真再次验证了本文方法的最优性。

5 结束语

在传感器网络中，由于诸多物理因素的影响，通常会造信息的延迟到达，产生错序甚至丢包的现象。现有处理量测任意延迟的方法要么只适用于特定的延迟场景，要么不能满足滤波实时性的需求，要么因丢弃延迟量测等因素导致滤波精度低，而使其较难满足工程需要。针对上述问题，本文利用线性时不变系统的系统参数时不变特性，在假设最大延迟步数一定的前提下，建立了伪测量方程模型库。当新的量测到达滤波器时，不论该量测是延迟量测还是正常到达的量测都可以根据其采样时戳与滤波时刻的距离选择相应的测量模型。然后利用所选取的测量模型对系统的状态估计进行最优更新。该方法既避免了加权系数的重复计算，又实现了延迟量测对系统状态的实时最优更新。当所有量测都正常到达时，本文算法即退化为标准的 Kalman 滤波器。

本文主要针对单个传感器有限多个量测延迟到达的情况进行滤波处理的，多传感器系统中的有限多个量测任意延迟时，要实现延迟量测的融合估计，除了要考虑同一传感器各延迟量测之间的关系，还要考虑不同传感器的延迟量测之间的相互影响。因此，多传感器延迟量测的最优融合估计问题仍有待进一步研究。另外，建立伪测量方程模型库的方法

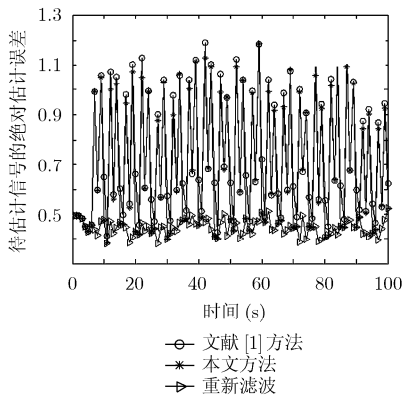


图 2 待估信号的绝对估计误差曲线

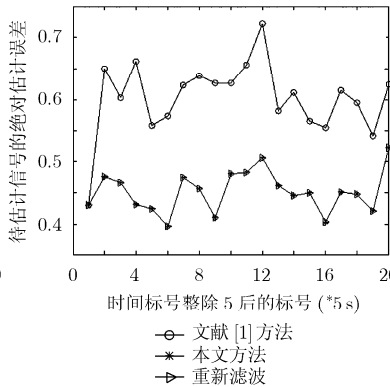


图 3 能被 5 整除时刻待估信号的绝对估计误差曲线

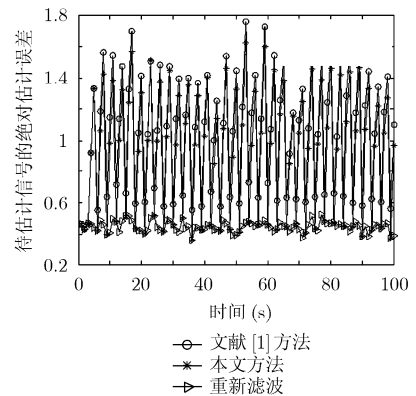


图 4 待估信号的绝对估计误差曲线

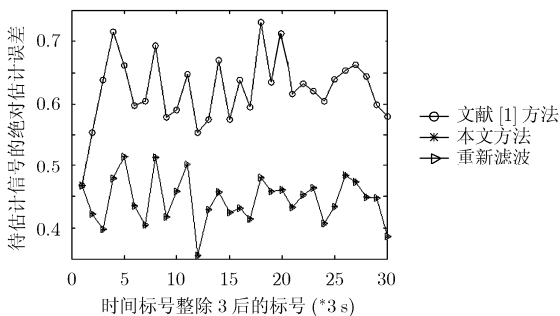


图 5 标号能被 3 整除时刻待估信号的绝对估计误差曲线

是线性时不变系统延迟量测滤波研究的一个新的探索方向。将该方法与同样利用系统参数时不变特性的基于测量值求和的滤波思想^[3,16]相融合，也是值得探讨和研究的。

参考文献

[1] Gao Hui-jun and Chen Tong-wen. H_{∞} estimation for uncertain systems with limited communication capacity [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(11):

- 2070–2084.
- [2] Shi Ling, Epstein M, and Murray R M. Kalman filtering over a packet-dropping network: a probabilistic perspective [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(3): 594–604.
- [3] Ge Quan-bo, Xu Ting-liang, Feng Xiao-liang, *et al.* Universal delayed kalman filter with measurement weighted summation for the linear time invariant system [J]. *Chinese of Journal Electronics*, 2011, 20(1): 67–72.
- [4] Yaakov Bar-Shalom. Update with out-of-sequence measurements in tracking: exact solution [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2002, 38(3): 769–778.
- [5] Zhou Wen-hui, Li Lin, Chen Guo-hai, *et al.* Optimality analysis of one-step OOSM filtering algorithms in target tracking [J]. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2007, 50(2): 170–187.
- [6] Yaakov Bar-Shalom and Chen Hui-min. Removal of out-of-sequence measurements from tracks [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, 45(2): 612–619.
- [7] Mahendra M and Zhang Ke-shu. Optimal multiple-lag out-of-sequence measurement algorithm based on generalized smoothing framework [C]. Proceedings of SPIE-Signal and data Processing of Small Targets, California, USA, August 2005, 5913: 591308.1–591308.13.
- [8] Zhang Ke-shu, Li X R, and Zhu Yun-min. Optimal update with out-of-sequence measurements [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(6): 1992–2004.
- [9] Shi Ling and Qiu Li. State estimation over a network: packet-dropping analysis and design [C]. 2009 IEEE International Conference on Control and Automation, Christchurch, New Zealand, December 2009: 86–91.
- [10] Gao Hui-jun and Chen Tong-wen. Network-based H_∞ output tracking control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(3): 655–667.
- [11] Mallick M, Coraluppi S, and Carthel C. Advances in asynchronous and decentralized estimation [C]. Proceedings of 2001 IEEE Aerospace Conference, Montana, USA, March 2001, 4: 1873–1888.
- [12] 余安喜, 杨宏文, 胡卫东, 等. 无序量测的次优递推滤波器[J]. 电子学报, 2004, 32(6): 960–964.
Yu An-xi, Yang Hong-wen, Hu Wei-dong, *et al.* A suboptimal recursive filter for out-of-sequence measurements[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 32(6): 960–964.
- [13] Ge Quan-bo and Wen Cheng-lin. Decentralized fusion with relative measurements for delayed sensor networks[C]. IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Harbin, China, 2007: 366–371.
- [14] Yaakov Bar-Shalom, Mallick M, Chen Hui-min, *et al.* One-step solution for the general out-of-sequence-measurement problem in tracking [C]. Proceedings of 2002 IEEE Aerospace Conference, Montana, USA, March 2002, 4: 1551–1559.
- [15] Yaakov Bar-Shalom, Chen Hui-min, and Mallick M. One-step solution for the multistep out-of-sequence-measurement problem in tracking [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 40(1): 27–37.
- [16] Wen Cheng-lin, Ge Quan-bo, and Feng Xiao-liang. Hybrid filter with predict-estimator and compensator for the linear time invariant delayed system [J]. *Journal of Electronics (China)*, 2009, 26(5): 666–672.
- [17] Kalman R E. A new approach to linear filtering and prediction problems [J]. *Transactions of ASME-Journal of Basic Engineering (Series D)*, 1960, 82: 35–45.
- [18] 韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜, 等. 多元信息融合[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 338–363.
Han Chong-zhao, Zhu Hong-yan, Duan Zhan-sheng, *et al.* Multi-source Information Fusion [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006: 338–363.
- 冯肖亮: 男, 1984年生, 博士生, 研究方向为信息融合、目标跟踪、水信息处理.
- 文 韬: 男, 1988年生, 感兴趣方向为动态系统建模、分块 Kalman 滤波设计、基于智能图像处理技术.
- 徐立中: 男, 1958年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为遥感遥测与信息处理、信息处理与信息系统、系统建模与优化等.