

基于贝叶斯压缩感知的合成孔径雷达高分辨成像

徐建平* 皮亦鸣 曹宗杰
(电子科技大学电子工程学院 成都 610073)

摘要: 基于压缩感知(CS)的合成孔径雷达成像方法可以显著减少数据采样时间、数据量以及节省信号带宽。然而, 基于 CS 的方法对噪声和杂波相当敏感, 在信噪比较低的时候, 成像质量较差。该文结合 CS 理论提出了合成孔径雷达中的随机孔径贝叶斯压缩感知(BCS)高分辨 2 维成像方法。在距离向应用 CS 减少采样数据的同时, 在方位向随机抽取部分孔径位置发射和接收信号, 以少量的测量孔径和测量数据获得重建目标空间的足够信息。基于贝叶斯的分析方法由于考虑了成像场景中的杂波以及压缩采样过程中的加性噪声, 因而能够更好地重建目标空间。仿真结果表明, 基于贝叶斯方法得到的图像比基于 FFT 方法得到的图像更加尖锐, 比基于 CS 方法得到的图像更加稀疏, 因而具有更高的分辨率。

关键词: 合成孔径雷达; 压缩感知; 高分辨; 贝叶斯压缩感知; 超宽带

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)12-2863-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.01377

SAR Imaging Based on Bayesian Compressive Sensing

Xu Jian-ping Pi Yi-ming Cao Zong-jie
(University of Electronic Science and Technology China, Chengdu 610073, China)

Abstract: The Compressive Sensing (CS) based SAR imaging method can reduce the sampling time, the data volume and save signal band width. However, the CS based methods are sensitive to noise and clutter. In this paper, a new imaging modality based on Bayesian Compressive Sensing (BCS) is proposed along with a novel compressed sampling scheme. This new imaging scheme requires minor change to traditional used system and allows both range and azimuth compressed sampling. Also, the Bayesian formalism accounts for additive noise encountered in the compressed measurement process. Experiments are carried out with noisy and cluttered imaging scenes to verify the new imaging scheme. The results indicate that the Bayesian formalism can provide a sharp and sparse image absence of side-lobes which is the common problem in conventional imaging methods and have fewer artifacts compared to the previous version of CS based methods.

Key words: Synthetic Aperture Radar (SAR); Compressive Sensing (CS); High resolution; Bayesian Compressive Sensing (BCS); Wide-band

1 引言

合成孔径雷达(SAR)是一种广泛应用的高分辨成像设备。随着人们对 SAR 图像分辨率要求的不断提高, 以 Nyquist 采样定理为基础的信号处理框架对采样速度和数据处理速度的要求越来越高, 使得系统结构越来越复杂。理论计算和实验计算表明, 当存在强散射点时雷达目标的回波信号在高频段可以看作是少数几个散射中心回波信号叠加的结果^[1]。因此, 当成像场景存在强散射点时, 雷达回波信号是稀疏的。近年来发展起来的 CS 理论^[2-4]表明, 对

于稀疏信号或者可压缩信号, 可以用比 Nyquist 采样定理要求的少得多的采样数据精确地恢复出原信号。由于 CS 理论的压缩采样特性, 近年来, 国内外学者陆续提出一些基于 CS 的高分辨成像方法^[5-9]。尽管基于 CS 的成像方法能够有效地减少数据采样时间、数据量以及节省信号带宽; 然而在低 SNR 以及杂波条件下, 成像质量不高, 会出现一些虚假目标。目前, 只有文献[6]考虑了低 SNR 条件下的 CS 成像问题。

为了解决在低 SNR 和杂波条件下的 CS 成像问题, 本文采用贝叶斯的分析方法^[10,11]得到高分辨的目标空间。与基于 CS 的方法只能提供成像场景散射系数的点估计不同, 基于贝叶斯的方法能够提供散射系数完整的后验密度估计, 因而更加适合杂波

2010-12-16收到, 2011-09-08改回

中央高校基础研究基金(ZYGX2009Z005)和国家自然科学基金(60772143)资助课题

*通信作者: 徐建平 xujianping1982@hotmail.com

环境；此外基于贝叶斯的方法考虑了压缩采样过程中遇到的加性噪声，因而具有更好的鲁棒性。基于贝叶斯的方法得到的图像比基于 FFT 方法得到的图像具有更高的分辨率；比基于 CS 方法得到的图像相比更加稀疏。

2 贝叶斯压缩感知 SAR 成像

2.1 信号模型

本文以聚束式 SAR 为例进行推导，但本文方法不局限于聚束式 SAR。只要雷达回波信号满足稀疏的先决条件都可以应用 CS 的方法成像，比如 ISAR 目标，或者空旷地面的车辆、坦克目标等。聚束式 SAR 成像的地面投影几何结构如图 1 所示。

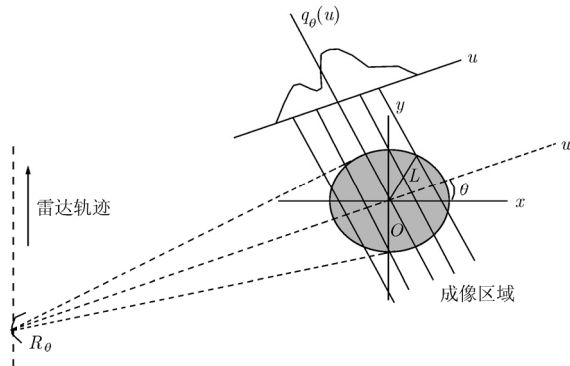


图 1 聚束式 SAR 的几何结构

假设发射信号为线性调频信号：

$$s(t) = \text{rect}(t/T_p) e^{j2\pi(f_0 t + \frac{1}{2} K t^2)} \quad (1)$$

其中 f_0 为载波频率， K 为调频率， T_p 为信号的持续时间。成像场景中各散射中心在接收点 θ_i 的回波信号 $V_{\theta_i}(t)$ 为

$$V_{\theta_i}(t) = \sum_{n=1}^N \rho(x_n, y_n) \text{rect}\left(\frac{t - 2R_n/c}{T_p}\right) \cdot e^{j2\pi\left(f_0(t - 2R_n/c) + \frac{1}{2}K(t - 2R_n/c)^2\right)} \quad (2)$$

N 是散射中心数， (x_n, y_n) 为散射中心的位置， c 为电磁波的传播速度， R_n 为雷达到散射中心的距离。将 $V_{\theta_i}(t)$ 与如下信号相乘

$$x_{\theta_i}(t) = \text{rect}\left(\frac{t - 2R_{\text{ref}}/c}{T_p}\right) e^{-j2\pi\left(f_0(t - 2R_{\text{ref}}/c) + \frac{1}{2}K(t - 2R_{\text{ref}}/c)^2\right)} \quad (3)$$

将相乘信号低通滤波以后得到

$$V_{\theta_i}(t) = \sum_{n=1}^N \rho(x_n, y_n) e^{j2\pi\left(f_0 + K\left(t - \frac{2R_{\text{ref}}}{c}\right)\right)\frac{2(R_n - R_{\text{ref}})}{c}} \cdot e^{j\pi K\left(\frac{2(R_n - R_{\text{ref}})}{c}\right)^2} \quad (4)$$

$j\pi K\left(\frac{2(R_n - R_{\text{ref}})}{c}\right)^2$ 通常很小，所以 $e^{j\pi K\left(\frac{2(R_n - R_{\text{ref}})}{c}\right)^2}$ 可以忽略不计，则

$$V_{\theta_i}(t) = \sum_{n=1}^N \rho(x_n, y_n) e^{j2\pi\left(f_0 + K\left(t - \frac{2R_{\text{ref}}}{c}\right)\right)\frac{2(R_n - R_{\text{ref}})}{c}} \quad (5)$$

由线性调频信号瞬时频率与时间的关系， $V_{\theta_i}(t)$ 可以表示为

$$V_{\theta_i}(f) = \sum_{n=1}^N \rho(x_n, y_n) e^{j2\pi f \frac{2(R_n - R_{\text{ref}})}{c}} \quad (6)$$

2.2 字典的建立

假设所选参考点为成像场景的中心，则 $-X_0 < (R_n - R_{\text{ref}}) < X_0$ ， X_0 为场景宽度。将线性调频信号的瞬时频率和成像场景离散化，构建如下字典：

$$\Psi_{\theta_i} = [\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_M]_{P \times M}, \Psi_{p,m} = e^{j2\pi f_p \frac{2u_m}{c}}, p = 1, \dots, P; m = 1, \dots, M; u_m \in [-X_0, X_0]$$

P 为频率采样点数， M 为距离向采样点数。则 $V_{\theta_i}(t)$ 可以表示为

$$V_{\theta_i} = \Psi_{\theta_i} \rho, \rho \in R^M \quad (7)$$

将整个数据获取过程表示为矩阵可以得到

$$\begin{bmatrix} V_{\theta_1} \\ V_{\theta_2} \\ \vdots \\ V_{\theta_L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{\theta_1} \\ \Psi_{\theta_2} \\ \vdots \\ \Psi_{\theta_L} \end{bmatrix} \rho \quad (8)$$

或者 $V = \Psi \rho$ ， L 是方位向采样点数， $\Psi \in R^{LP \times M}$ 。在噪声条件下，整个信号模型可以表示为 $V = \Psi \rho + n$ 。聚束式 SAR 的成像过程就是由 V 和 Ψ 得到成像场景的散射系数 ρ 。

2.3 压缩采样方法

在基于 CS 的 SAR 成像方法中，经常选择随机矩阵作为采样矩阵。然而，在实际应用中要实现接收信号的随机采样往往很困难。本节介绍一种新的压缩采样方法如图 2 所示。图中黑框代表采集的数据，横坐标为频率，纵坐标为雷达位置。这种方法易于实现而且只需要对已有的 SAR 系统做简单的改变。

在文献[9]中，作者提出随机的选择发射和接收信号的孔径位置，然后对接收的数据通过 CS 的方法成像。这种采样方法能够有效的减少数据采集的时间，但是在每一个采样位置仍然需要很高的采样率。为了降低每个采样位置的采样速率，本文提出一种在方位向和距离向同时压缩采样的新方法。首先在方位向随机的选择 R 个孔径位置发射信号，然

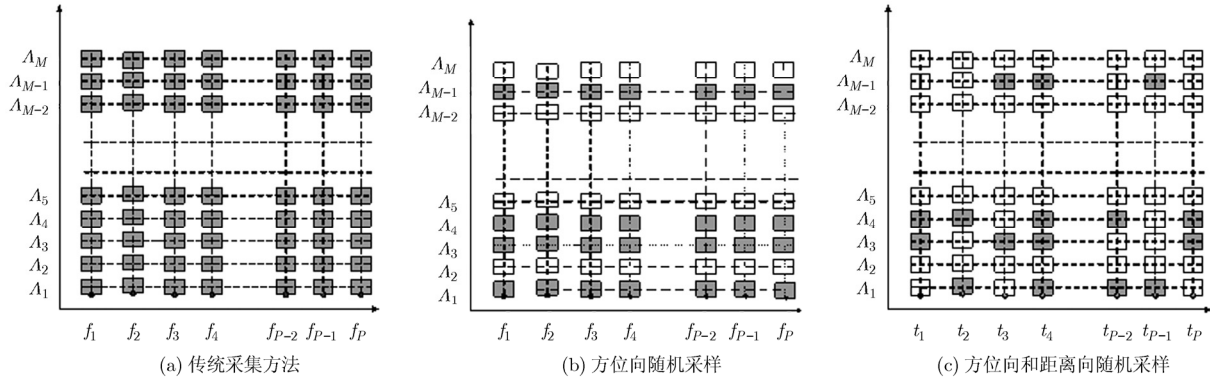


图 2 聚束 SAR 数据采集

后在距离向随机的选择 P 个频率点中的 T 个。在这种采样方法中，总的样本数为 $J = \sum_{i=1}^R T_i$ 。对于距离向上的随机采样可以用低速率的非均匀 ADC 实现^[12]。这种压缩采样方法不仅能够减少数据采集的时间，而且能够降低数据采集的速率。

2.4 基于贝叶斯的成像方法

整个压缩采样过程可以用矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} \Phi_{\theta_1} \\ \Phi_{\theta_2} \\ \vdots \\ \Phi_{\theta_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\theta_1} \\ \mathbf{V}_{\theta_2} \\ \vdots \\ \mathbf{V}_{\theta_R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{\theta_1} \\ \Phi_{\theta_2} \\ \vdots \\ \Phi_{\theta_R} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{\theta_1} \\ \Psi_{\theta_2} \\ \vdots \\ \Psi_{\theta_R} \end{bmatrix} \rho + \mathbf{n} \quad (9)$$

或者 $\mathbf{Y} = \Phi\Psi\rho = \mathbf{D}\rho + \mathbf{n}$ ，其中 Φ 为采样矩阵， $\Phi_{\theta_i}, i = 1, \dots, R \in C^{T_i \times P}$ 。因此，基于 CS 的 SAR 成像转化为通过 \mathbf{Y} 和 \mathbf{D} 得到成像场景的散射系数。由于 $J \ll M$ ，因此这是一个欠定方程组，有无穷多解。为了找到最合适解，必须附加约束条件，比如 ρ 是可压缩的。本文通过贝叶斯的方法，通过压缩采样的数据恢复出成像场景的散射系数 ρ 。和其它 CS 重建算法不同，基于贝叶斯的方法能够提供 ρ 的完整的后验概率密度函数估计，因而对于杂波和噪声环境能够取得更好的效果。

为了简化分析，假设 \mathbf{n} 为 0 均值高斯噪声，方差为 σ^2 ，则 \mathbf{Y} 的条件概率密度函数为

$$p(\mathbf{Y} | \rho, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{J}{2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{D}\rho\|^2} \quad (10)$$

式(10)将成像问题转化为 ρ 可压缩条件下的线性回归问题。在式(10)中， \mathbf{Y} 和 \mathbf{D} 是已知的，需要估计的量为散射系数 ρ 以及噪声方差 σ^2 。

在贝叶斯的分析方法中， ρ 可压缩是通过附加先验条件实现的。广泛使用的可压缩先验条件是 Laplace 密度函数^[13]为

$$p(\rho | \lambda) = (\lambda/2)^M e^{-\lambda \sum_{i=1}^M \rho_i} \quad (11)$$

然而，在贝叶斯分析方法中，Laplace 先验条件不能直接使用，因为 Laplace 先验条件和高斯密度函数不是共轭的。为了解决这个问题，文献[14]采用了一种两级先验条件。首先对每一个散射系数 ρ_i 附加一个高斯分布的先验条件：

$$p(\rho | \alpha) = \prod_{i=1}^M N(\rho_i | 0, \alpha_i^{-1}) \quad (12)$$

α_i 为高斯分布函数的方差。然后对 α 和 $\alpha_0 = 1/\sigma^2$ 分别附加一个 Gamma 先验条件：

$$\left. \begin{aligned} p(\alpha | a, b) &= \prod_{i=1}^M \Gamma(\alpha_i | a, b) \\ p(\alpha_0 | c, d) &= \prod_{i=1}^M \Gamma(\alpha_i | c, d) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

则 ρ 的后验概率密度函数为

$$p(\rho | \alpha, \alpha_0) = N(\rho | \mu, \Sigma) \quad (14)$$

其中，均值和方差分别为

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \alpha_0 \Sigma \mathbf{D}^T \mathbf{Y} \\ \Sigma &= (\alpha_0 \mathbf{D}^T \mathbf{D} + \mathbf{A})^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

其中 $\mathbf{A} = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M)$ 。由式(14)可得 α 和 α_0 的对数边缘密度函数为

$$L(\alpha, \alpha_0) = -\frac{1}{2} (M \lg 2\pi + \lg |\mathbf{C}| + \mathbf{Y}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y}) \quad (16)$$

其中 $\mathbf{C} = \sigma^2 \mathbf{I} + \mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}^T$ 。通过期望最大化算法可得

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i^{\text{new}} &= \frac{r_i}{\mu_i} \\ \alpha_0^{\text{new}} &= \frac{M - \sum_{i=1}^M r_i}{\|\mathbf{r} - \mathbf{D}\mu\|_2^2} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

其中 μ_i 为式(15)中的第 i 个元素, $r_i = 1 - \alpha_i \Sigma_{ii}$ 。

由式(17)可知, α_i^{new} 和 a_0^{new} 是 μ 和 Σ 的函数; 同时 μ 和 Σ 又是 α_i^{new} 和 a_0^{new} 的函数, 因此构成了迭代的方法。基于贝叶斯的方法能够在噪声和杂波条件下准确地估计出散射系数 ρ , 同时基于贝叶斯的分析方法提供了所估计参数的均值和方差, 当精度达到一定要求时, 能够方便地终止迭代过程, 然而上面描述的迭代算法存在实现上的困难。在式(15)中矩阵求逆时, 计算量为 $O(M^3)$, 因此当 M 较大时, 使得运行速度很慢。文献[15,16]分析式(16)边缘密度函数的特点, 通过有效地增加和减少 D 的维数, 使得计算量大大降低。文献[15,16]分析指出其计算量为 $O(J^2M)$, 和已有的 CS(如 OMP)重建算法相当。成像流程如图 3 所示:

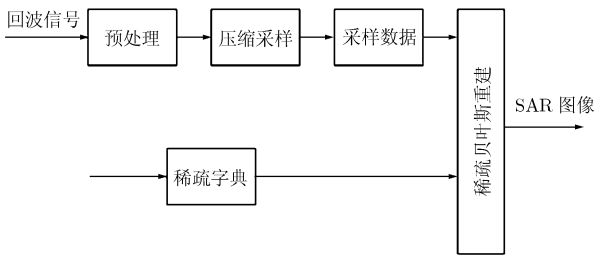


图 3 稀疏贝叶斯 SAR 成像流程图

3 仿真实验

本节通过仿真来验证基于贝叶斯压缩感知的 SAR 成像方法, 并将仿真结果与传统的基于 FFT 的方法和其它基于压缩感知的重建方法作比较。在仿真中加入的杂波为高斯杂波, 噪声为高斯噪声。仿真中用到的雷达参数如表 1 所示。

在第 1 个实验中, 5 个点目标随机的分布在长和宽均为 60 m 的成像场景中。参考点假设为成像场景的中心。参考点与雷达平台的最小距离为 10 km。

表 1 仿真参数

载频	1 GHz
带宽	200 MHz
持续时间	1 μ s
采样率	400 MHz
合成孔径	200 m
方位向采样率	500 Hz

建立稀疏字典的方位向和距离向间隔均为 1 m。成像结果如图 4 所示。

图 4 (a)为 wave-front 方法得到的图像。从图中可以看到 5 个峰值点, 但是方位向和距离向均有很强的旁瓣, 这是基于 FFT 方法都会遇到的问题。图 4(b)是基于 CS 方法得到的图像, 重建算法采用基追踪; 图 4(c)是采用贝叶斯方法得到的图像。在两幅图像中均能清楚的分辨出 5 个点目标, 但是基于 CS 的方法会得到一些散射系数较大的虚假目标。这是由于杂波和噪声的影响造成的。

和其它参数化超分辨率成像方法一样, 基于 CS 和 BCS 的成像方法对杂波和噪声十分敏感。接下来分析一下在不同信号杂波噪声比(SCNR)条件下, 两种方法的成像质量。基于 CS 和 BCS 方法成像的主要缺点是会产生虚假目标以及真实目标散射系数估计误差, 因此本文采用一种新的评估图像质量的方法^[6]。将没有噪声和杂波的成像场景作为先验的信号集, 将基于 CS 和 BCS 方法所成图像中落在信号集以内的点作为真实目标, 落在信号集以外的点作为虚假目标。假设信号集的总能量为 S_0 , S_1 是所成图像中真实目标的总能量, S_n 是虚假目标的总能量。则 $(S_1 - S_0)/S_0$ 表示真实目标散射系数的能量损失, S_n/S_0 表示虚假目标的能量。

图 5(a)和 5(b)表明: (1)基于 BCS 方法得到的

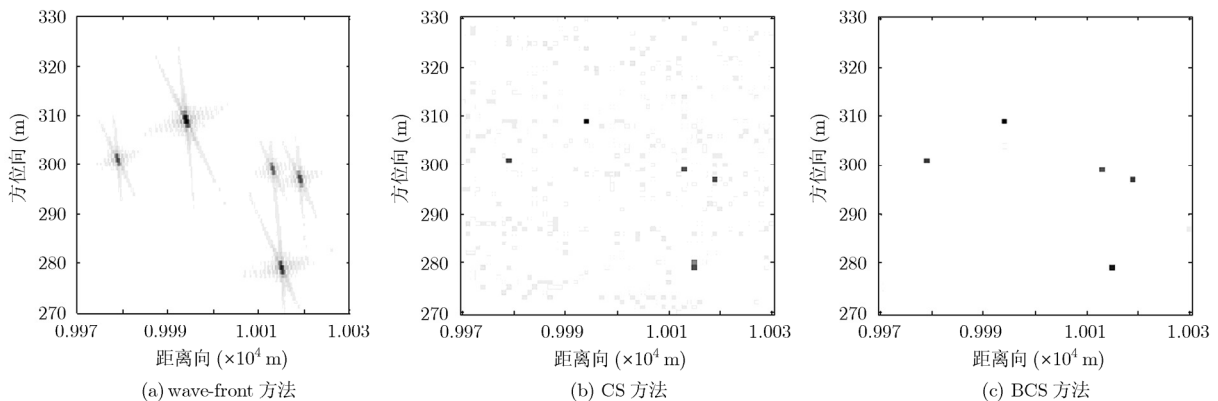


图 4 点目标成像

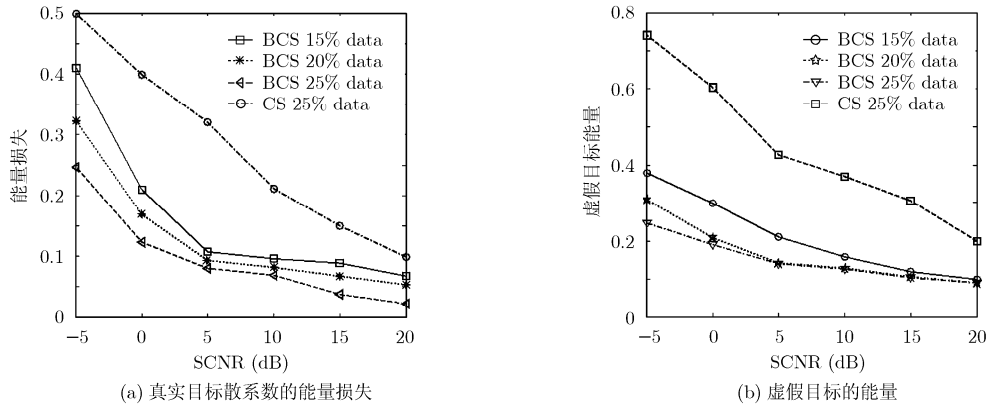


图 5 不同 SCNR 条件下成像质量比较

图像中的虚假目标比基于 CS 方法得到的图像少得多，而且散射系数很小。(2)基于 BCS 的方法成像质量更高，误差更小。(3)当成像所采用的样本数增加，两种方法的成像质量都有所提高。

然后，将 BCS 应用在复杂目标的 SAR 成像中。取原 SAR 图像中的车辆目标数据，采用文献[17]中描述的方法得到雷达的回波数据。在仿真中加入了高斯噪声和杂波仿真参数如表 1 所示。图 6(a)和 6(b)为采用 40% 样本数的成像结果。和前面的仿真类似，两种方法均能有效的恢复出原图像，但是基于 CS 方法重建的图像具有较多的散射系数较大的虚假目标。

最后，将 BCS 方法用于 B-747 飞机的 ISAR 数据成像^[18]，因为 ISAR 数据能够满足回波数据稀疏的先决条件。图 7(a)所示为传统方法全数据的成像结果；图 7(b)所示为 BCS 方法 30%数据的成像结果。从图中可以看出 BCS 方法能够较好的对飞机进行成像，但是会出现部分的散焦现象。

4 结论

和其它参数化超分辨成像方法一样，基于 CS 的成像方法对噪声和杂波非常敏感。当噪声和杂波较高时，成像质量很差，会产生很多散射系数较大的虚假目标。本文考虑了成像场景中的杂波，并且

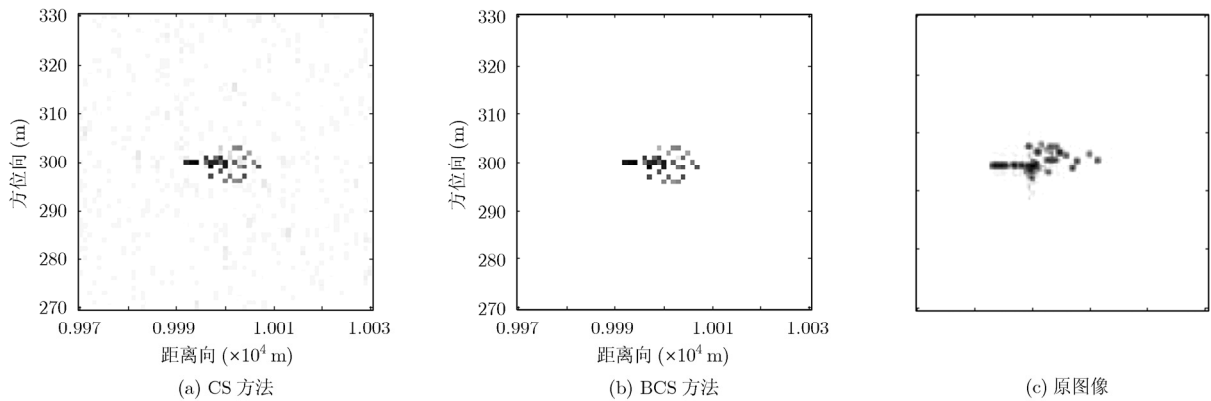


图 6 车辆目标的成像结果

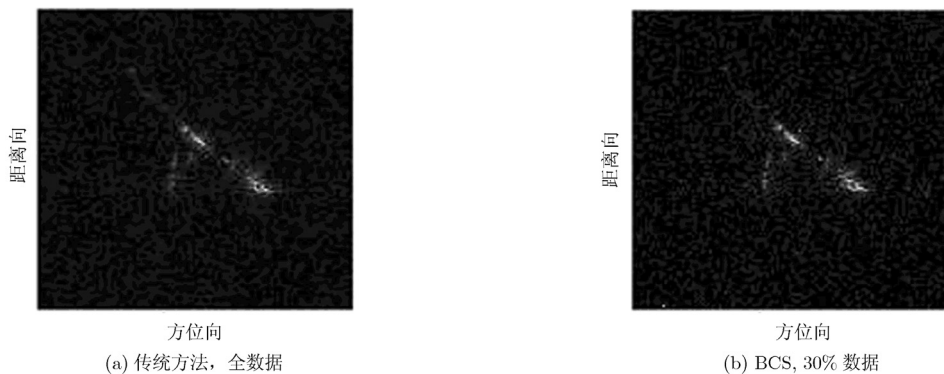


图 7 B-747 飞机 ISAR 数据成像

提出了一种新的方位向和距离向同时压缩采样的数据采集方法,从而提高了数据获取的速度,减少了数据存储量,降低了对 A/D 采样率的要求。本文采用了贝叶斯的分析方法,从有限的压缩采样数据中恢复出目标的散射系数。与其它的 CS 重建方法只能提供点估计不同,BCS 能够提供散射系数的全后验概率密度估计,因而更加适合具有杂波的成像场景。同时,BCS 方法考虑了压缩采样过程中的噪声,因而具有更好的鲁棒性。与传统的基于 FFT 方法得到的图像相比,基于 BCS 的方法不会受到旁瓣的影响;与其它 CS 方法相比,BCS 方法得到的图像只有很少散射系数很小的虚假目标,因而更加稀疏。

参考文献

- [1] 黄培康. 雷达目标特征信号[M]. 北京:宇航出版社, 1993: 102-115.
 - [2] Candes E J, Romberg J and Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
 - [3] Candes E J and Wakin M B. An introduction to compressive sampling [J]. *IEEE on Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 21-30.
 - [4] Donoho D L. Compressive sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
 - [5] Gurbuz A C, McClellan J H, and Scott W R. Compressive sensing for subsurface imaging using ground penetrating radar [J]. *Signal Processing*, 2009, 89(10): 1959-1972.
 - [6] Zhang L, Xing M D, and Chen C W. Resolution enhancement for inversed synthetic aperture radar imaging under low SNR via improved compressive sensing [J]. *IEEE Transactions on Geosciences and Remote Sensing*, 2010, 48(10): 3824-3838.
 - [7] 谢晓春, 张云华. 基于压缩感知的二维雷达成像算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(5): 1234-1238.
Xie Xiao-chun and Zhang Yun-hua. 2D Radar imaging scheme based on compressive sensing technique [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(5): 1234-1238.
 - [8] Ender J H G. On compressive sensing applied to radar [J]. *Signal Processing*, 2010, 90(2): 1402-1414.
 - [9] 余慧敏, 方广有. 压缩感知理论在探地雷达三维成像中的应用[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(1): 12-16.
 - Yu Hui-ming and Fang Guang-you. Research on compressive sensing based 3D imaging method applied to ground penetrating radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(1): 12-16.
 - [10] Li S H, Xue Y, and Carin L. Bayesian compressive sensing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 57(6): 2346-2356.
 - [11] Babacan S D and Monila R. Bayesian compressive sensing using Laplace priors [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(1): 53-63.
 - [12] Mishali M and Eldar Y C. Xampling: Compressed Sensing of Analog Signals[M]. "Compressed Sensing: Theory and Applications", Cambridge University Press, 2011: 78.
 - [13] Figueiredo M. Adaptive sparseness using Jeffreys prior [C]. *Advances in Neural Information Processing Systems*, Whistler, British Columbia, 2002. <http://books.nips.cc/papers/files/nips14/AA07.pdf>.
 - [14] Tipping M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine[J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2001, 2(1): 211-244.
 - [15] Faul A C and Tipping M E. Analysis of sparse Bayesian learning [C]. *Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS 14)*, Whistler, British Columbia, 2002: 383-389.
 - [16] Tipping M E and Faul A C. Fast marginal likelihood maximization for sparse Bayesian models[C]. *Proc. 9th International Workshop on Artificial Intelligence and Statistics*, Florida, American, 2003. [OL]. Available: <http://citeseer.ist.psu.edu/611465.html>.
 - [17] Cetin M. Feature-enhanced synthetic aperture radar imaging [D]. College of Engineering, Boston University, Boston, MA, 2001.
 - [18] Chen V C and Ling H. Time-Frequency Transforms for Radar Imaging and Signal Analysis. Norwood, MA, Artech House, 2002: 155-164.
- 徐建平: 男, 1982年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理以及压缩感知。
皮亦鸣: 男, 1968年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为现代通信和雷达中的信号处理以及图像的传输与处理。
曹宗杰: 男, 1977年生, 副教授, 研究方向为新体制雷达成像技术。