

文章编号:1004-4213(2011)10-1474-10

非线性光学腔中的相位调制光机械动力学

陈华俊,米贤武

(吉首大学 物理科学与信息工程学院, 湖南 吉首 416000)

摘 要:研究了 Fabry-Perot 光学腔中包含一个光学参量放大器来增强腔场与机械振子之间的耦合的光机械动力学行为. 在解析边带机制下用量子郎之万方程具体研究了振子的涨落光谱、光学多稳态行为、机械阻尼与修正共振频移和基态冷却. 通过数值解讨论了辐射压力诱导机械振子和腔场的稳态振幅所展现的光学多稳态行为,同时也分析了辐射压力引起的修正共振频移和机械阻尼与参量增益、输入激光功率和参量相位这三个因素的关系. 此外,随着调节泵浦场的参量相位,振子的涨落光谱呈现简正模式分裂. 通过精确求解最终有效声子数论证了基态冷却. 结果表明,机械振子的冷却由初始浴温度、机械品质因数和参量相位这三个因素控制. 参量相提供一个新的方法来操控非线性光机械动力学.

关键词:腔光机械;辐射压力;光学多稳态;简正模式分裂;冷却

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

doi: 10.3788/gzxb20114010.1474

0 引言

机械振子与光学腔中的辐射场之间的相互作用在理论及实验上均有着广泛的研究^[1-2]. 这些光机械系统中,机械运动与腔场的耦合直接通过辐射压力建立光机械腔^[3-4]. 最近已经有学者把量子光学中的压缩^[5]和量子纠缠^[6-9]应用于光机械系统中. 光机械系统是宏观系统,所以关键在于如何达到它们的量子特性^[3,10]. 此外热涨落也是一个影响观测机械运动的量子行为的主要障碍,因为很多现象被其掩盖^[1]. 为了深入研究光机械,系统首先应被冷却到基态. 最近,冷却机械振子到很低的温度已经可以实现^[3,11-15]. 实验方面,辐射压力光机械冷却已经被证实是一个很有希望达到基态冷却的方案^[1,11,13,15-20].

光机械系统中,辐射压力来自于光子从镜表面反射时动量的转移^[1]. 对于确定的腔失谐,如果腔模频率和泵浦激光频率偏共振,辐射压力对于腔中机械振子的微小位移很敏感,引起存储在腔场中的能量随失谐强烈变化. 这样失谐腔中振子的动力学行为通过机械刚性被修正^[3]. 鉴于此,失谐光机械腔中的辐射压力就会诱导出一系列有趣的现象. 首先是光学多稳态行为^[21],它是由于辐射压力诱导腔场与振子的耦合而产生的非线性效应^[1,4,12]. 另一个由辐

射压力引起的现象是所说的光学弹性效应^[22-23]. 有学者曾展示了用来自两个激光场的光学弹性效应和光学阻尼来产生只由辐射压力所决定的稳态光机械系统中的动力学这种机制. 辐射压力最广泛的应用是用之来实现基态冷却. 一种通过辐射压力诱导动力学反作用的量子理论冷却机械振子方案得到了发展^[16-17]. 为了探测声子数态,在一维传输线共振器中,通过类似于腔辐射压力的一种量子描述冷却机械振子的思想也已经被提出^[25-26].

原子和腔模之间的强相互作用将导致真空拉比分裂^[27-38],并且耦合越强产生的分裂越大. 最近有学者观测到了光机械简正模式分裂,这一报道有力地论证了腔光子与机械振子之间的强耦合相互作用^[29]. 这对于实现量子控制机械系统是一个必要的先决条件. 在这一报道之前,曾有学者提出在解析边带机制下用光机械振子来实现简正模式分裂^[20]. 此外更有学者提出把介质放到光机械腔中来研究简正模式分裂^[30-31]. 然而在辐射压力诱导的非线性光机械腔中,由相位调制的光机械动力学行为以及包含参量放大器的光机械腔中的光学多稳态行为的相关研究却很少. 本文通过数值计算具体讨论了腔场的稳态振幅和机械振子的光学多稳态,并且通过控制泵浦激光的相位. 研究了辐射压力引起的光学弹性

基金项目:国家自然科学基金(No. 10647132)和湖南省教育厅资助项目(No. 10A100)资助

第一作者:陈华俊(1985-),男,硕士研究生,主要研究方向为腔光机械动力学. Email: chenphysics@yahoo. cn

导师(通讯作者):米贤武(1973-),男,副教授,主要研究方向为半导体纳米结构的太赫兹光学性质研究. Email: xwmi@yahoo. com. cn

收稿日期:2011-01-01;修回日期:2011-04-01

效应与有效机械阻尼和机械振子的简正模式分裂. 此外,本文精确求解了最终有效声子数来论证基态冷却,并且讨论了影响基态冷却的因素.

本文考虑把一个由相位为 θ 的激光泵浦的非线性晶体放到光机械腔中来产生参量放大和改变腔中的光子态. 由于参量放大器放在腔中,使得腔场与机械振子的耦合增强. 由于相位 θ 是驱动参量放大器的激光相位,参量相位的改变将会引起光机械动力学行为的改变,并且可以找出最佳的控制相位. 对于确定的失谐,通过数值计算研究光学多稳态行为. 由于腔线宽(κ)远小于机械频率(ω_m),囚禁在腔中的光子和输入光子一起导致光学再生振动使得振子呈现复杂非线性动力学行为. 光学多稳态被观测到只有当光机械耦合不是很强时,因为在强耦合机制下光学多稳态行为被抑制. 然而,为了实现基态冷却,光机械腔必须在强耦合机制下. 本文也讨论了非线性光机械腔中的由辐射压力引起的光学弹性效应和机械阻尼,并且非线性增益 G 、输入激光功率 P 和参量相 θ 的改变都会对其产生影响. 此外,通过量子郎之万方程,研究了机械振子呈现简正模式分裂的行为. 文中采用一种更为直观的方法来推导振子的涨落光谱,得到控制简正模式分裂的关键因素. 发现泵浦激光的参量相是一个影响简正模式分裂的重要因素. 最后,精确求解了最终有效声子数来论证基态冷却,并且讨论了最佳参量相、初始浴温度和机械品质因数这些影响基态冷却的因素.

1 模型及哈密顿量和光学多稳态

光机械腔如图 1 包含一个光学参量放大器,由频率为 ω_L 的激光所驱动^[1,29]. 这里考虑单模光学腔,腔长为 L ,腔频率为 ω_c ,腔线宽为 κ . 可移动镜被看作质量为 m 共振频率为 ω_m 的简单机械振子. 能量衰减率 γ_m 与热浴温度 T 相关.

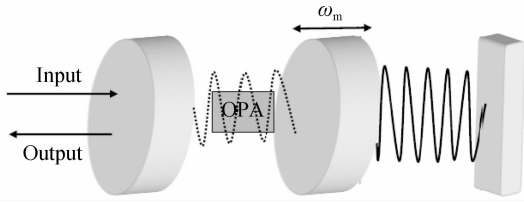


图 1 腔光机械系统包含一个光学参量放大器

Fig. 1 Cavity optomechanical system containing an optical parametric amplification

系统的哈密顿量为^[18,30]

$$H = \hbar\Delta_0 c^+ c + \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega_m^2 q^2 \right) - \hbar g_0 c^+ c q + i\hbar\epsilon(c^+ - c) + i\hbar G(e^{i\theta} c^{+2} - e^{-i\theta} c^2) \quad (1)$$

方程(1)中的第一项是腔场的能量, c 和 c^+ 是腔场的产生和湮灭算符, $\Delta_0 = \omega_c - \omega_L$ 是激光失谐. 第二项

代表机械模能量,其中 p 是振子的动量, q 是振子的位移. 第三项来自辐射压力引起的振子与腔场的能量交换, $g_0 = \omega_c/L$ 是腔场与振子之间的耦合常量. 第四项描述输入激光场和腔场的耦合, $\epsilon = \sqrt{2\kappa P/\hbar\omega_L}$ 相应于输入激光功率 P . $\kappa = \pi c/2FL$ 是腔衰减率,取决于光子通过固定的半透半反射镜的泄露, F 是腔精细度(常量). 最后一项是光学参量放大器与腔场的耦合, G 是光学参量放大器的非线性增益, θ 是泵浦激光场的相位.

为了讨论光学多稳态、机械振子的简正模式分裂和光机械冷却,需要考虑系统的涨落和推导线性化量子郎之万方程. 把每个算符分成稳态平均值和与时间有关的小的涨落两部分^[30-31] $q = q_s + \delta q$, $p = p_s + \delta p$, $c = c_s + \delta c$, 着重讨论稳态系统附近的小的涨落,这里

$$p_s = 0, q_s = \frac{\hbar g_0 |c_s|^2}{m\omega_m^2}, c_s = \frac{\kappa - i\Delta + 2Ge^{i\theta}}{\kappa^2 + \Delta^2 - 4G^2} \epsilon$$

$$\Delta = \omega_c - \omega_L - g_0 q_s = \Delta_0 - g_0 q_s = \Delta_0 - \frac{\hbar g_0^2 |c_s|^2}{m\omega_m^2} \quad (2)$$

Δ 是包括辐射压力效应的有效腔失谐. q_s 表示相对于没有驱动场时振子的新的平衡位置, c_s 是腔场稳态振幅. 由式(2)可知, q_s 和 c_s 满足五阶方程. 对于一个给定的 Δ_0 , q_s 和 c_s 都有五个解(多稳态^[21]). q_s 有三个实数解和两个复数解,然而 c_s 的解全为实数. 光学多稳态行为是由于辐射压力诱导腔场与振子的耦合而引起的一个非线性效应. 由于腔中包含光学参量放大器,振子的动力学行为变得复杂和混乱.

2 涨落光谱

通过海森堡运动方程 $\frac{\partial}{\partial t}\rho = (i/\hbar)[H,\rho] + O(\rho)$ 代表算符, O 是相应的噪音项)和式(2),得到线性化量子郎之万方程

$$\begin{aligned} \delta \dot{q}(t) &= \frac{\delta p(t)}{m} \\ \delta \dot{p}(t) &= \hbar g_0 [c_s^* \delta c(t) + c_s \delta c^\dagger(t)] - m\omega_m^2 \delta q(t) - \gamma_m \delta p(t) + \xi(t) \\ \delta \dot{c}(t) &= -(\kappa + i\Delta) \delta c(t) i g_0 c_s \delta q(t) + 2Ge^{i\theta} \delta c^\dagger(t) + \sqrt{2\kappa} \delta c_{in}(t) \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)中参量的选择必须满足稳态条件,稳态条件可由劳斯-霍尔维茨准则推出^[32]

$$\begin{aligned} 2\kappa(\kappa^2 - 4G^2 + \Delta^2 + 2\kappa\gamma_m) + \gamma_m(2\kappa\gamma_m + \omega_m^2) &> 0, \\ (2\kappa + \gamma_m)^2 \left\{ \frac{2\hbar g_0 |c_s|^2}{m} \Delta + \frac{2\hbar g_0^2 (c_s^2 + c_s^{*2}) G \sin \theta}{m} + \frac{2i\hbar g_0^2 (c_s^2 - c_s^{*2}) G \cos \theta}{m} \right\} &+ 2\kappa\gamma_m \{ (\kappa^2 - 4G^2 + \Delta^2) + \end{aligned}$$

$$(2\kappa\gamma_m + \gamma_m^2)(\kappa^2 - 4G^2 + \Delta^2) + \omega_m^2[2(\kappa^2 + 4G^2 - \Delta^2) + \omega_m^2 + 2\kappa\gamma_m] > 0,$$

$$\omega_m^2(\kappa^2 - 4G^2 + \Delta^2) - \frac{2\hbar g_0 |c_s|^2 \Delta}{m} - \frac{2\hbar g_0^2 (c_s^2 + c_s^{*2}) G \sin \theta}{m} - \frac{2i\hbar g_0^2 (c_s^2 - c_s^{*2}) G \cos \theta}{m} > 0 \quad (4)$$

在数值分析章节中的实验参量值也都满足稳态条件. c_{in} 是平均值为零的输入真空噪声算符, 相关函数^[33] $\langle c_{in}(t)c_{in}^\dagger(t') \rangle = \delta(t-t')$. 布朗噪声算符 ξ 来自可移动镜与热浴的耦合, 其平均值为零, 并且在环境温度 T 时, 有相关函数^[34]

$$\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \frac{\hbar\gamma_m m}{2\pi} \int \omega e^{-i\omega(t-t')} \left[1 + \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \right] d\omega$$

k_B 是波尔兹曼常量.

傅里叶变换方程(3)中的每个算符并在频域内解方程组^[18,29], 得到振子的位置和动量涨落

$$\delta q(\omega) = \{-C(\omega)\delta c_{in}^\dagger(\omega) - C^*(-\omega)\delta c_{in}(\omega) + [\Delta^2 + (\kappa - i\omega)^2 - 4G^2]\xi(\omega)\}/B(\omega)$$

$$\delta p(\omega) = -im\omega\delta q(\omega) \quad (5)$$

式中 $B(\omega) = -2\hbar g_0^2 (|c_s|^2 \Delta + iGe^{-i\theta}c_s^2 - iGe^{i\theta}c_s^{*2}) + m(\omega_m^2 - \omega^2 - i\gamma_m\omega)[(\kappa - i\omega)^2 + \Delta^2 - 4G^2]$, $C(\omega) = i\hbar\sqrt{2\kappa}g_0[(\omega + i\kappa - \Delta)c_s + 2iGe^{i\theta}c_s^*]$. 定义位置涨落光谱 $\frac{1}{4\pi} \int d\Omega e^{-i(\omega+\Omega)t} \langle \delta q(\omega)\delta q(\Omega) + \delta q(\Omega)\delta q(\omega) \rangle = S_q(\omega)$. 为了计算振子光谱, 需要把相干函数经过傅里叶变换变换到频域^[24,28-29]

$$\langle \delta c_{in}(\omega)\delta c_{in}^\dagger(-\Omega) \rangle = 2\pi\delta(\omega + \Omega)$$

$$\langle \xi(\omega)\xi(\Omega) \rangle = 2\pi\hbar\gamma_m m\omega \left[1 + \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \right] \cdot \delta(\omega + \Omega) \quad (6)$$

由式(5)和(6), 得到振子的光谱

$$S_q(\omega) = |\chi_{eff}(\omega)|^2 [S_{th}(\omega) + S_{rp}(\omega)]$$

$$S_p(\omega) = m^2\omega^2 S_q(\omega) \quad (7)$$

式中 $S_{th}(\omega) = \hbar\gamma_m m\omega \left[1 + \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \right]$ 是由布朗运动引起的热噪声光谱, $S_{rp}(\omega) = \{2\kappa\hbar^2 g_0^2 [(\omega - i\kappa + \Delta)c_s - 2iGe^{i\theta}c_s^*][(\omega + i\kappa + \Delta)c_s^* + 2iGe^{-i\theta}c_s]\}/[|\Delta^2 + (\kappa - i\omega)^2 - 4G^2|^2]$ 是由腔场与机械振子耦合而诱导的辐射压力噪声光谱.

3 修正机械频率与机械阻尼率和冷却

定义有效磁化率

$$\chi_{eff}(\omega) = \frac{\Delta^2 + (\kappa - i\omega)^2 - 4G^2}{B(\omega)}, \text{化简得到}$$

$$\chi_{eff}(\omega) = \frac{1}{m\{\omega_m^{eff}(\omega)\}^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_m^{eff}(\omega)} \quad (8)$$

其中振子的有效频率是

$$\omega_m^{eff}(\omega) = \{\omega_m^2 - [2\hbar g_0^2 (|c_s|^2 \Delta + iGe^{-i\theta}c_s^2 - iGe^{i\theta}c_s^{*2})(\kappa^2 - \omega^2 + \Delta^2 - 4G^2)]/[m|\Delta^2 + (\kappa - i\omega)^2 - 4G^2|^2]\}^{1/2} \quad (9)$$

有效机械阻尼率为

$$\gamma_m^{eff}(\omega) = \gamma_m + \frac{4\hbar\kappa g_0^2 (|c_s|^2 \Delta + iGe^{-i\theta}c_s^2 - iGe^{i\theta}c_s^{*2})}{m|\Delta^2 + (\kappa - i\omega)^2 - 4G^2|^2} \quad (10)$$

式(9)中辐射压力诱导的修正机械频率就是所说的光学弹性效应. 光学弹性在低频振荡下导致显著的频移.

由于热涨落对于观测振子的量子行为是主要障碍, 为了减少热效应, 需要冷却机械振子. 稳态条件下的最终平均声子数定义为^[25,35]

$$n_m^f = \frac{\langle \delta p^2 \rangle}{2\hbar m\omega_m} + \frac{m\omega_m}{2\hbar} \langle \delta q^2 \rangle - \frac{1}{2} \quad (11)$$

其中位置和动量的涨落是

$$\langle \delta q^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_q(\omega) d\omega$$

$$\langle \delta p^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_p(\omega) d\omega \quad (12)$$

振子的最终有效平均声子数由式(12)积分直接通过式(11)得到.

4 数值结果和讨论

本文使用的参量来自观测简正模式分裂的实验^[29]: 输入激光波长 $\lambda = 1\,064\text{ nm}$, 腔长 $L = 25\text{ mm}$, 振子有效质量 $m = 145\text{ ng}$, 振子频率 $\omega_m = 2\pi \times 947 \times 10^3\text{ Hz}$, 腔线宽 $\kappa = 0.227\omega_m$, 能量衰减率 $\gamma_m = 2\pi \times 140\text{ Hz}$, 腔场的数量级在 10^{15} Hz . 光学多稳态由热非线性和辐射压力控制. 热非线性具有耗散特性, 而辐射压力非线性是电抗性的并且强烈取决于光学品质因数. 随着机械和光学品质因数的增加, 存储在腔中的声学和光学能量增多, 导致辐射压力非线性增强. 对于一个固定的机械品质因子 Q , 辐射压力非线性二次方的增加, 而热非线性的增加却没有那么显著. 这样, 当光学腔的品质因数很大和腔尺寸很小的时候, 辐射压力非线性就取主导作用. 事实上, 目前的实验条件已经达到了这两个条件. 因此, 讨论光学多稳态时, 热非线性相对于辐射压力可以被忽略.

因此, 这里所研究的光学多稳态是由辐射压力引起的腔场与机械振子之间相互作用的一个纯粹的结果. 光学多稳态被观测到是在光机械耦合不是很强时, 因为在强耦合机制下光学多稳态行为被抑制. 数值计算光学多稳态时, 光机械耦合常量是 $g = g_0\sqrt{\hbar/2m\omega_m}$ ($g_0 = \omega_c/L$). 当一束频率为 ω_L 的激光

通过半透半反射镜注入到腔中(图 1),光在两个镜之间来回反弹,由于辐射压力的作用,振子的位置就会改变,进而腔长、共振频率和腔中光学强度也随之改变.由于腔线宽(κ)远小于机械频率(ω_m),注入到腔中的激光打到振子上后,将有一部分通过半透半反射镜透射出去,但仍有一些光子被囚禁在腔中,当囚禁的光子再次打到振子上时,光学再生振动就会产生.这些讨论是考虑腔中没有原子或其它介质的情况.由于本文考虑把一个由相位为 θ 的激光泵浦的非线性晶体放到光机械腔中来产生参量放大和改变腔中的光子态,其结果是,辐射压力的增强导致了腔场与振子之间耦合的增强,使得振子表现出复杂的混乱非线性动力学行为.

图 2 和图 3 是通过数值计算得到对于一个给定的 Δ_0 , q_s 和 c_s 的五个解.由图可知机械振子和腔场的稳态振幅呈现光学多稳态.由于微型化结构能提高光学器件的很多特性,很多人致力于把器件制造成微纳尺寸的水平.辐射压力相关效应作为一个有

用的新的光机械非线性,人们期望越来越多的光学器件.辐射压力多稳态和光学镜约束打开了测量微小位移等新奇应用的大门.

由于光学参量放大器由相位为 θ 的激光驱动,光学弹性效应和机械阻尼率的行为会随着 G 和 θ 的变化而改变.此外,输入激光功率也是一个重要因素.在光学振荡器中,大的循环光学功率可以通过辐射压力使光学与共振腔的机械动力学相耦合.对于确定的腔失谐,如果腔模频率 ω_c 和泵浦激光频率 ω_L 偏共振,辐射压力对于腔中振子的小位移就很敏感,这就是存储在腔场中的能量随失谐强烈变化的原因.这样,失谐腔中振子的动力学通过机械刚性被修正.当光学输入功率的波长相对于光学振荡器共振失谐,辐射压力产生一个恢复力修饰机械模的有效刚性和有效机械损耗因子.如果共振频率很高,尽管腔功率很大,式(9)所描述的光学弹性效应不会显著地改变频率.

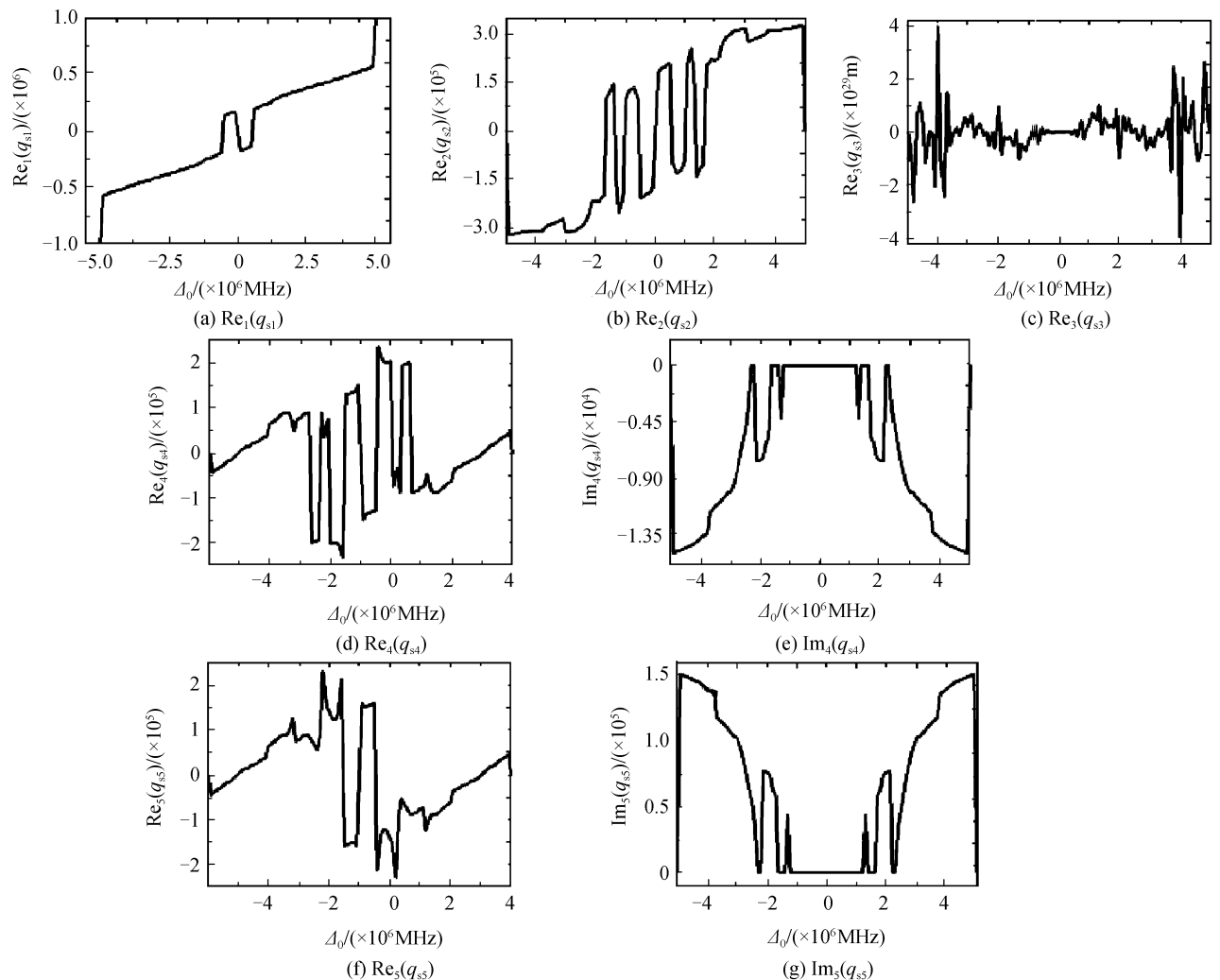


图 2 q_s 的关于 Δ_0 的五个值

Fig. 2 Five values of q_s as a function of Δ_0

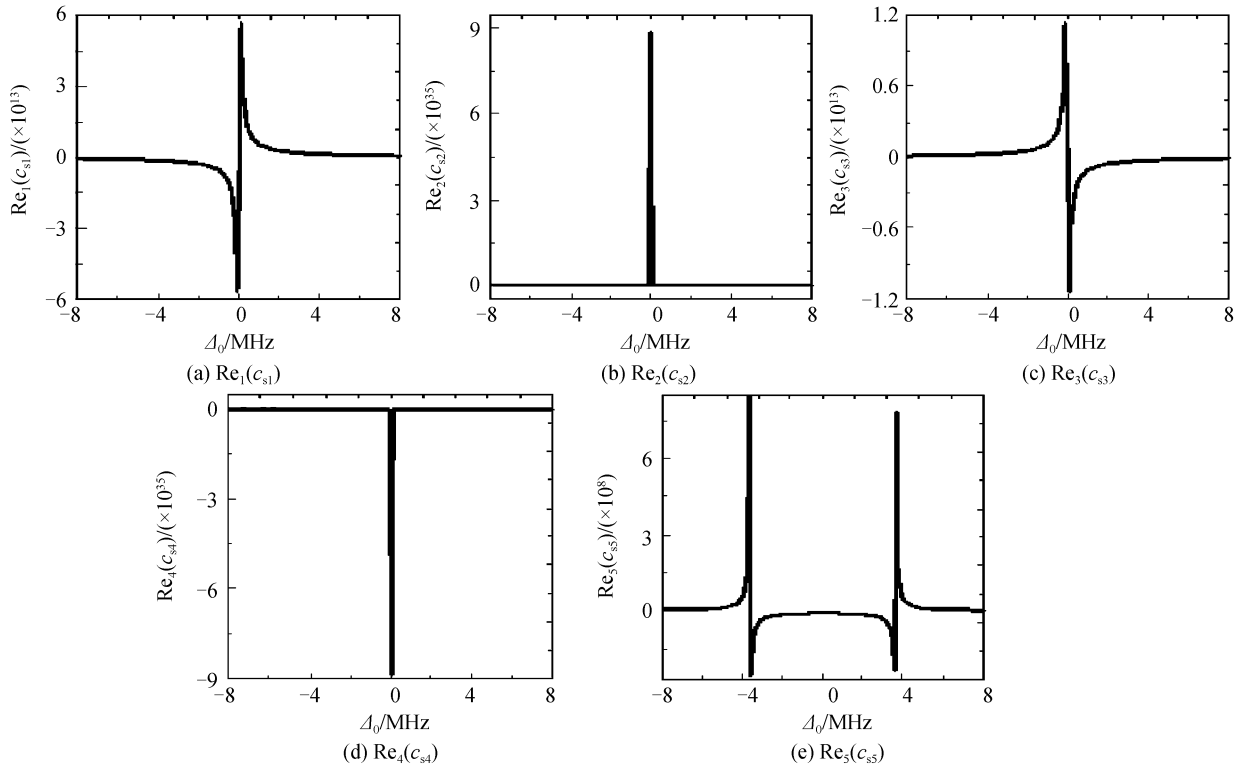


图 3 c_s 关于 Δ_0 的五个实数值
Fig. 3 Five real solutions of c_s as a function of Δ_0

如果机械频率 ω_m 足够大,有效机械频率不变 ($\omega_m^{\text{eff}}(\omega) \cdot \omega_m$, 式(9)和图 4)。在正失谐 Δ 和足够大的耦合 g_0 时,有效机械阻尼率显著增加,如图 5。这些讨论对于腔中包含参量放大器时同样有效。图 4 (a)和(b)分别对应 $\theta=\pi/4$ 和 $\theta=0$,在输入激光功率为 $P=6.9 \text{ mW}$ 时,增加参量增益从 $G=0\kappa$ 到 $G=1.45\kappa$ 时有效机械频率的行为。图 4(c)和(d)研究了

在参量增益 $G=1.3\kappa$ 时输入激光功率对共振频移的影响。图 4(e)给出参量相的改变对光学弹性效应的影响。图 5 讨论了和图 4 一样的条件下有效机械阻尼率的行为。不同的是有效机械阻尼的振幅在相位 $\theta=0$ 时几乎是在相位 $\theta=\pi/4$ 的两倍。这意味着当小相位驱动腔中的光学参量放大器,有效机械阻尼增强。

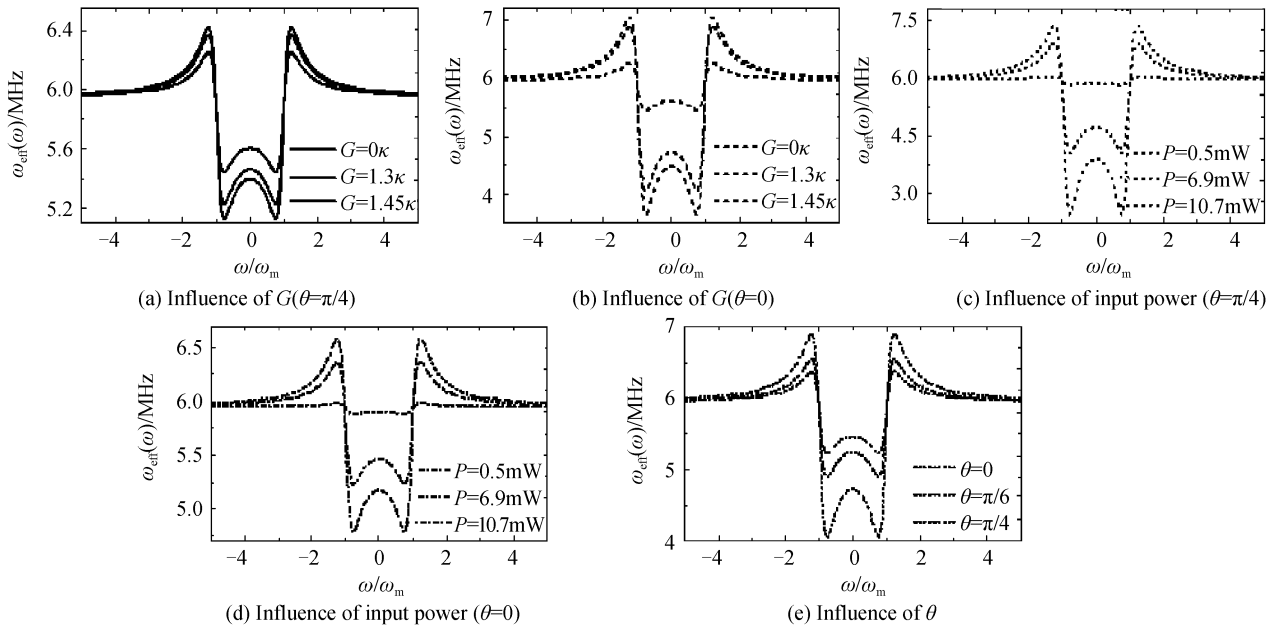


图 4 有效机械频率作为频率的函数
Fig. 4 Plot of the effective mechanical frequency as a function of frequency

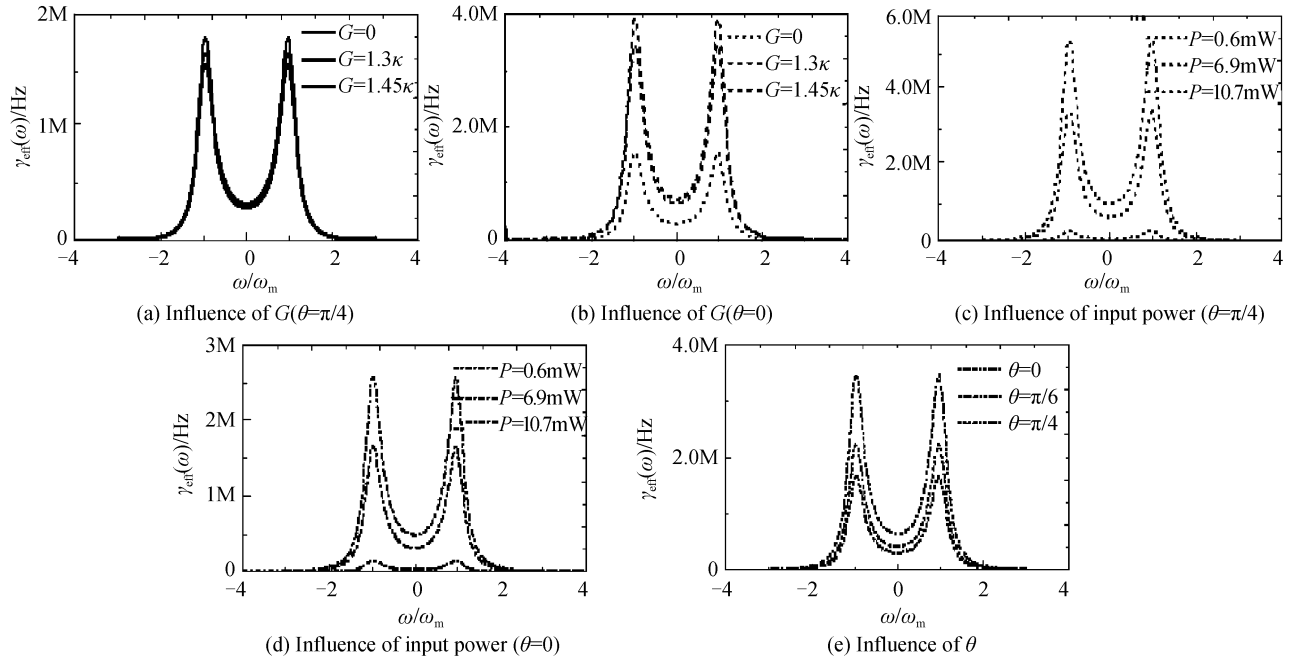
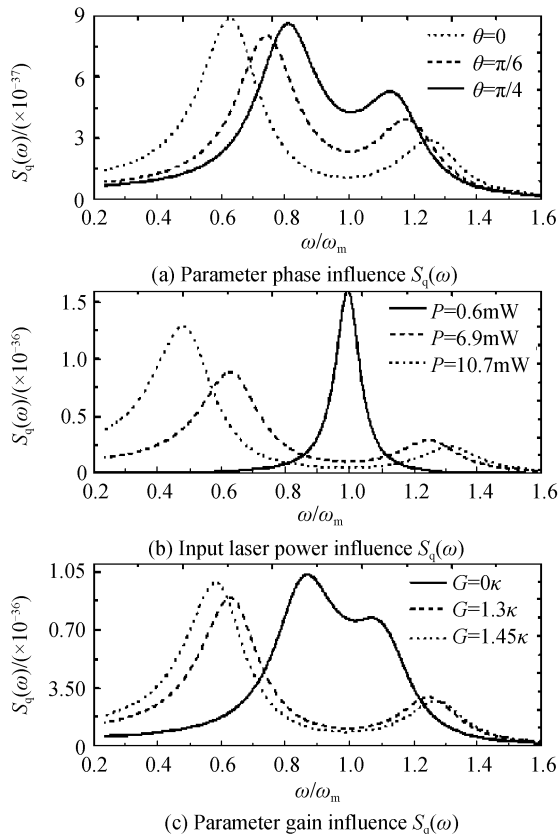


图5 有效机械阻尼率作为频率的函数

Fig. 5 Plot of the effective mechanical damping versus frequency

图6中给出了三个参量对振子简正模式分裂的影响. 重点讨论了参量相的改变对简正模式分裂行为的影响, 如图6(a).

图6 振子的涨落光谱 $S_q(\omega)$ 作为频率 ω 的函数Fig. 6 The fluctuation spectrum of the micromechanical mirror $S_q(\omega)$ as a function of frequency ω

在最简单的情况下, 与单个振子相比, 两个独立的简谐振子通过一个额外的连接弹簧构成一对非耦

合的振子, 即是所说的简正模式. 考虑到振子具有相同的频率, 当耦合足够大时, 这两个模就会产生分裂. 真空拉比分裂是简正模式分裂的一个重要例子, 它源于原子与腔模的强相互作用. 这个简正模式分裂相应于耦合双模系统的能量光谱分裂必须通过线性响应. 然而在光机械系统中, 简正模式分裂所包含的驱动两个参量耦合的非简并模并不在平衡位置. 因此, 研究分裂是通过涨落光谱而不是直接通过腔的透射.

由式(7)知, 光机械系统中的机械振子受热涨落引起的郎之万力和动量的转移引起的辐射压力这两个力的作用. 在这两个力的作用下, 振子在它的平衡位置振动. 而振子的运动使腔长发生改变, 进而振子的位移相对于平衡位置在腔场上感应一个微小相移. 由于参量相是驱动参量放大器的泵浦激光相位, 当腔场所感应的微小相移与参量相可以比拟时, 泵浦激光与腔场发生共振. 由于热郎之万力和辐射压力都不是很大, 腔场上的相移很小, 这就是光谱振幅很小的原因, 这也是在图6(a)中当参量相 $\theta=0$ 时, 振子的简正模式分裂很明显和线宽度被显著修饰的原因. 此外, 泵浦激光参量相的改变导致了参量放大和腔中光子态的改变. 由于腔中放了光学参量放大器, 又增强了往返光子数的经历, 相应地增强了施加在机械振子上的辐射压力. 所有这些原因使得振子的简正模式分裂变得更容易观测. 图6(b)给出在参量相 $\theta=0$ 时, 输入激光功率对振子简正模式分裂的影响. 在参量增益 $G \neq 0$ 时 ($G=1.3\kappa$), 当输入激光功率为 $P=10.7\text{mW}$ 时, 振子出现显著简正模式分

裂并且线宽度改变很明显. 这是由于输入激光功率的增强使得腔场与振子的耦合增强. 图 6(c) 给出在参量相 $\theta=0$ 时, 随着增加参量增益 G 从 0 到 1.45 κ , 振子简正模式分裂的行为变得更为容易观测. 这是由于参量增益的增加使得腔中光子数的增多, 进而使得腔场与振子的耦合增强. 然而在图 6(c) 中, 当参量增益 $G=0$ 时(腔中没有参量放大器), 振子的光谱仍然呈现简正模式分裂. 在这种条件下, 光机械简正模式分裂完全是由腔场与振子的耦合而引起的纯粹的结果. 尽管简正模式分裂本身不能作为相干动力学一个有力证据, 但是在光机械中, 简正模式分裂的论证是将来量子实验的一个必要条件. 这也为全量子光学控制微纳机械器件开辟了道路.

光机械系统中, 只有在解析边带机制下基态冷却才有可能实现. 由于光机械腔中的简正模式分裂发生在机械边带冷却条件下, 需要考虑在解析边带条件下的简正模式分裂是否会影响到冷却. 如在光学腔中所讨论的反作用光机械冷却机制^[16-17,36], 红移边带引起的反斯托克斯散射导致了机械振子的冷却, 它是通过湮灭振子的一个声子, 而蓝移边带引起的斯托克斯散射导致了加热, 这个过程产生了一个声子. 当有效失谐 $\Delta > 0$, 斯托克斯散射过程被抑制, 冷却产生. 这两种过程导致了机械振子在其平衡位

置振动, 进而改变腔场振幅. 这就是机械振子和腔场涨落表现简正模式分裂的原因. 同时, 这也是在正失谐时导致冷却的物理原因. 在高品质腔限制下 ($\kappa < \omega_m$), 反斯托克斯引起的冷却过程占主导地位. 尤其对于最佳有效失谐 $\Delta \approx \omega_m$, 光机械腔频率与反斯托克斯边带共振, 这导致了光学冷却. 由于腔中放了参量放大器, 这时的有效失谐 $\Delta = \sqrt{\omega_m^2 + 4G^2}$ 并且需要考虑参量增益的影响. 初始环境温度可以通过当前的冷冻技术来降低, 然而要达到量子基态的温度, 冷冻技术是不可行的. 本文结合解析边带冷却和冷冻预冷却技术^[37] 一起研究光机械冷却. 这里讨论两个因素操控振子的冷却. 第一个是初始浴温度, 第二个是机械品质因数. 尽管最终平均声子数(式 11)可以用近似机制求解^[25], 为了全面考虑各个因素对最终声子数的影响, 本文通过积分精确数值求解. 此外, 也讨论了参量相位对振子冷却的影响.

对于不同的初始温度, 最终声子占有数作为有效失谐 Δ 的函数如图 7. 实验给出的初始热浴温度是 $T=300$ mK^[26], 用冷冻技术可以实现另外两个初始温度: $T=100$ mK 和 $T=30$ mK. 图 7(a) 和 (b) 分别对应 $\theta=\pi/4$ 和 $\theta=0$, 减少初始浴温度从 $T=300$ mK 到 $T=30$ mK, 当 $\theta=\frac{\pi}{4}$ 时, 最终声子占有数

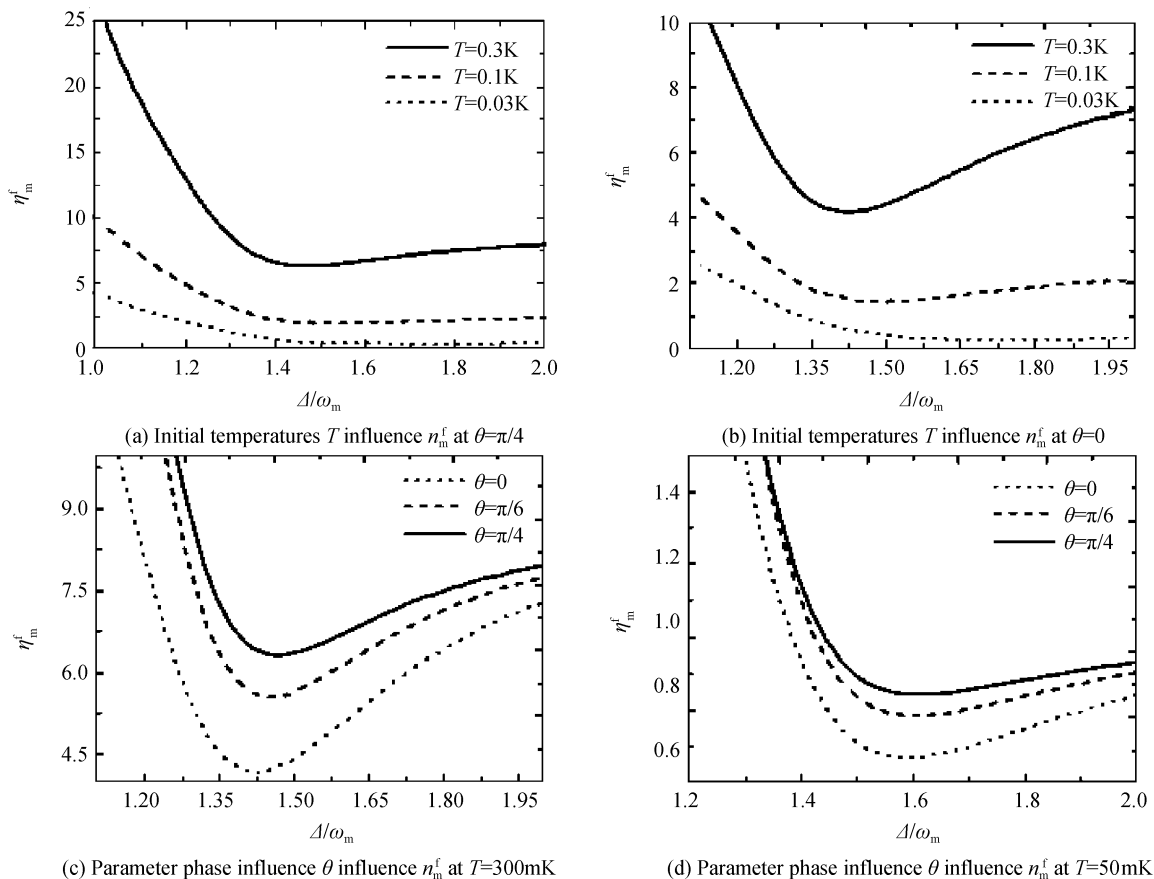


图 7 最终平均声子数与初始浴温度和参量相的关系

Fig. 7 The final mean phonon number versus effective detuning Δ

是 $n_m^f = 6.313, 1.98, 0.3508$; 当 $\theta = 0$ 时, 最终声子占有数是 $n_m^f = 4.183, 1.451, 0.2887$. 要达到基态冷却, 最终声子占有数必须小于 1 ($n_m^f < 1$). 结果表明, 只由当初始温度小于 $T = 30$ mK 时, 基态冷却才可以实现, 并且参量相越小冷却越好. 图 7(c) 和图 7(d) 给出参量相的减少对振子冷却的影响. 图 7(c) 对应初始浴温度 $T = 300$ mK, 图 7(d) 对应 $T = 50$ mK, 结果表明初始浴温度和参量相很小的情况下, 振子的冷却更容易实现.

图 8 给出了不同机械品质因数对最终声子占有数的影响. 实验报道中给出的机械品质因数是 $Q = 6700$ 和初始浴温度 $T = 300$ mK. 本文考虑另外两

个机械品质因数: $Q = 10^4, 10^5$, 这些可以通过 Fabry-Perot 光学腔实验得到^[38]. 图 8(a) 和 (b) 的机械品质因数分别为 $Q = 6700, 10^4, 10^5$ 时, 在参量相 $\theta = \pi/4$ 和 $\theta = 0$ 时, 最终声子占有数分别是 $n_m^f = 6.311, 4.181, 0.09827$ 和 $n_m^f = 4.18, 2.854, 0.06574$. 结果表明只有当机械品质因数足够大时 ($Q \geq 10^4$), 振子才能接近基态. 图 8(c) 和图 8(d) 分别对应机械品质因数 $Q = 6700$ 和 $Q = 4 \times 10^4$ 时, 参量相的减少对振子冷却的影响. 结果表明在机械品质因数很高和参量相很小的情况下, 振子基态冷却更容易接近.

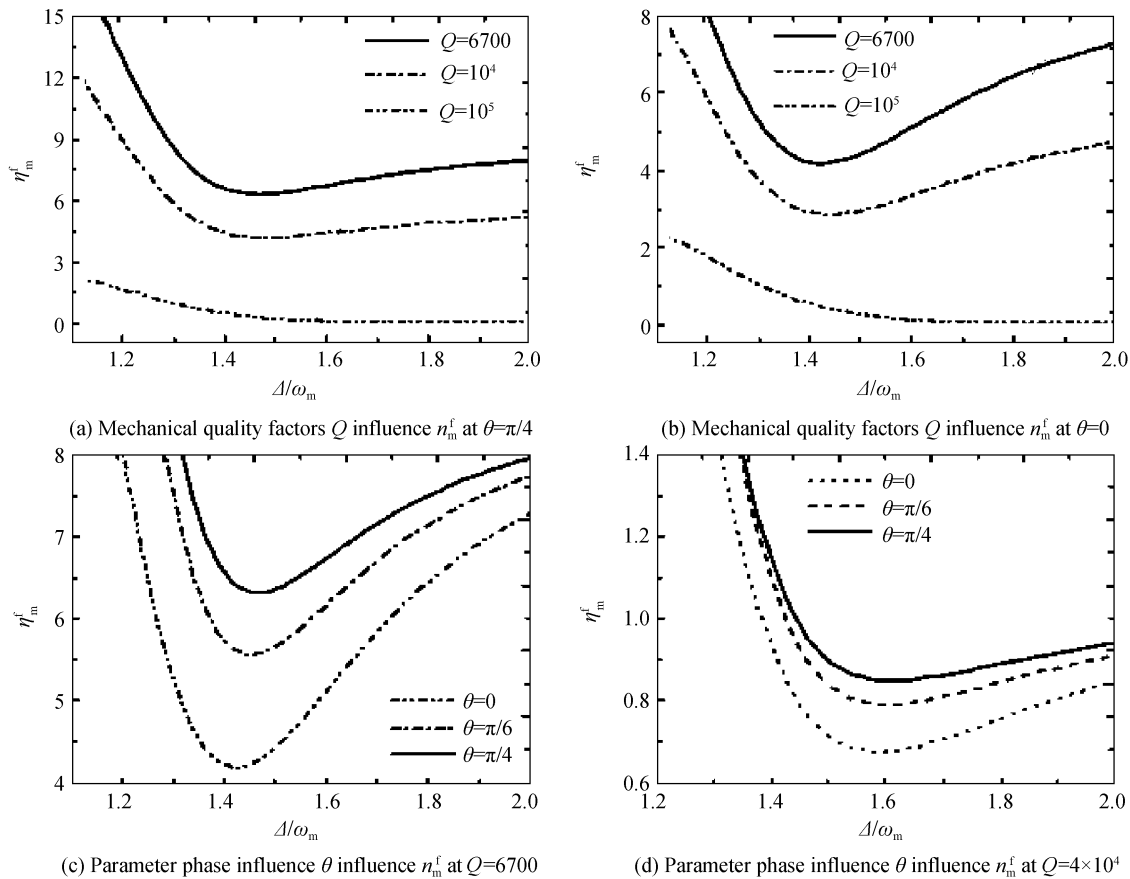


图 8 最终平均声子数与机械品质因数和参量相的关系

Fig. 8 The final mean phonon number as a function of effective detuning Δ

5 结论

本文研究了腔中包含一个参量放大器的光机械系统, 并且在解析边带机制下用量子郎之万方程具体探讨了光机械动力学行为. 讨论了辐射压力诱导振子和腔场的稳态振幅表象出的光学多稳态行为, 分析了影响辐射压力引起的修正共振频移和机械阻尼的参量因素. 同时也研究了驱动场的参量相位的变化对振子简正模式分裂的影响. 此外, 精确求解了最终有效声子数来论证基态冷却并且着重讨论了影响基态冷却的参量相因素. 结果表明可以实施由参

量相操控的实验装置来控制光机械非线性动力学.

参考文献

- [1] KIPPENBERG T J, VAHALA K J. Cavity optomechanics: back-action at the mesoscale[J]. *Science*, 2008, **321**(5893): 1172-1176.
- [2] MARKUS A, SIMON G, KLEMENS H, et al. Quantum optomechanics-throwing a glance[J]. *Journal of Optical Society of America B*, 2010, **27**(6): A189-A197.
- [3] GIGAN S, BOHM H R, PATERNOSTRO M, et al. Self-cooling of a micromirror by radiation pressure[J]. *Nature*, 2006, **444**(2): 67-70.
- [4] SCHLIESSER A, DEL' HAYE P, NOOSHI N, et al. Radiation pressure cooling of a micromechanical oscillator using dynamical backaction[J]. *Physical Review Letters*,

- 2006, **97**(24): 243905-243909.
- [5] JÄHNE K, GENES C, HAMMERER K, *et al.* Cavity-assisted squeezing of a mechanical oscillator [J]. *Physical Review A*, 2009, **79**(6): 063819-063826.
- [6] VITALI D, GIGAN S, FERREIRA A, *et al.* Optomechanical entanglement between a movable mirror and a cavity field[J]. *Physical Review Letters*, 2007, **98**(3): 030405-030409.
- [7] PATERNOSTRO M, VITALI D, GIGAN S, *et al.* Creating and probing multipartite macroscopic entanglement with light [J]. *Physical Review Letters*, 2007, **99**(25): 250401-250405.
- [8] BHATTACHARYA M, GISCARD P L, MEYSTRE P. Entangling the rovibrational modes of a macroscopic mirror using radiation pressure[J]. *Physical Review A*, 2008, **77**(3): 030303-030307.
- [9] HARTMANN M J, PLENIO M B. Steady state entanglement in the mechanical vibrations of two dielectric membranes[J]. *Physical Review Letters*, 2008, **101**(20): 200503-200507.
- [10] LAHAYE M D, BUU O, CAMAROTA B, *et al.* Approaching the quantum limit of a nanomechanical resonator [J]. *Science*, 2004, **304**(5667): 74-77.
- [11] KLECKNER D, BOUWMEESTER D. Sub-kelvin optical cooling of a micromechanical resonator[J]. *Nature*, 2006, **444**(2): 75-78.
- [12] POGGIO M, DEGEN C L, MAMIN H J, *et al.* Feedback cooling of a cantilever's fundamental mode below 5 Mk[J]. *Physical Review Letters*, 2007, **99**(1): 017201-017205.
- [13] ARCIZET O, COHADON P F, BRIANT T, *et al.* Radiation-pressure cooling and optomechanical instability of a micromirror[J]. *Nature*, 2006, **444**(2): 71-74.
- [14] BHATTACHARYA M, MEYSTRE P. Trapping and cooling a mirror to its quantum mechanical ground state[J]. *Physical Review Letters*, 2007, **99**(7): 073601-073605.
- [15] VITALI D, MANCINI S, RIBICHINI L, *et al.* Mirror quiescence and high-sensitivity position measurements with feedback[J]. *Physical Review A*, 2002, **65**(2): 063803-063807.
- [16] WILSON-RAE I, NOOSHI N, ZWERGER W, *et al.* Theory of ground state cooling of a mechanical oscillator using dynamical backaction [J]. *Physical Review Letters*, 2007, **99**(9): 093901-093905.
- [17] MARQUARDT F, CHEN J P, CLERK A A, *et al.* Quantum theory of cavity-assisted sideband cooling of mechanical motion[J]. *Physical Review Letters*, 2007, **99**(9): 093902-093906.
- [18] METZGER C H, KARRAI K. Cavity cooling of a microlever [J]. *Nature*, 2004, **432**(7020): 1002-1005.
- [19] TEUFEL J D, HARLOW J W, REGAL C A, *et al.* Dynamical backaction of microwave fields on a nanomechanical oscillator [J]. *Physical Review Letters*, 2008, **101**(19): 197203-197207.
- [20] DOBRINDT J M, WILSON-RAE I, KIPPENBERG T J. Parametric normal-mode splitting in cavity optomechanics [J]. *Physical Review Letters*, 2008, **101**(26): 263602-263606.
- [21] MARQUARDT F, HARRIS J G E, GIRVIN S M. Dynamical multistability induced by radiation pressure in high-finesse micromechanical optical cavities[J]. *Physical Review Letters*, 2006, **96**(10): 103901-103905.
- [22] CORBITT T, CHEN Y, KHALILI F. *et al.* Squeezed-state source using radiation-pressure-induced rigidity[J]. *Physical Review A*, 2006, **73**(2): 023801-023815.
- [23] SHEARD B S, GRAY M B, MOW-LOWRY C M, *et al.* Observation and characterization of an optical spring [J]. *Physical Review A*, 2004, **69**(5): 051801-051805.
- [24] HOSSEIN-ZADEH M, ROKHSARI H, HAJIMIRI A, *et al.* Characterization of a radiation-pressure-driven micromechanical oscillator[J]. *Physical Review A*, 2006, **74**(3): 023813-023828.
- [25] LI Y, WANG Y D, XUE F, *et al.* Quantum theory of transmission line resonator-assisted cooling of a micromechanical resonator[J]. *Physical Review B*, 2009, **78**(13): 134301-134309.
- [26] TIAN L. Ground state cooling of a nanomechanical resonator via parametric linear coupling [J]. *Physical Review B*, 2007, **79**(19): 193407-193411.
- [27] SANCHEZ-MONDRAGON J J, NAROZHNY N B, EBERLY J H. Theory of spontaneous-emission line shape in an ideal cavity[J]. *Physical Review Letters* 1983, **51**(7): 550-554.
- [28] AGARWAL G S. Vacuum-field rabi splittings in microwave absorption by rydberg atoms in a cavity[J]. *Physical Review Letters*, 1984, **53**(18): 1732-1735.
- [29] GROBLACHER S, HAMMERER K, MICHAEL R. *et al.* Observation of strong coupling between a micromechanical resonator and an optical cavity field[J]. *Nature*, 2009, **460**(7256): 724-727.
- [30] HUANG S M, AGARWAL G S. Normal-mode splitting in a coupled system of a nanomechanical oscillator and a parametric amplifier cavity[J]. *Physical Review A*, 2009, **80**(3): 033807-033814.
- [31] WALLS D F, MILBURN G J, Quantum optics[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1998.
- [32] DEJESUS E X, KAUFMAN C. Routh-Hurwitz criterion in the examination of eigenvalues of a system of nonlinear ordinary differential equations [J]. *Physical Review A*, 1987, **35**(12): 5288-5291.
- [33] GARDINER C W, ZOLLER P. Quantum noise[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1991:50.
- [34] GIOVANNETTI V, VITALI D. Phase-noise measurement in a cavity with a movable mirror undergoing quantum Brownian motion [J]. *Physical Review A*, 2001, **63**(2): 023812-023820.
- [35] GENES C, VITALI D, TOMBESI P, *et al.* Ground-state cooling of a micromechanical oscillator: Comparing cold damping and cavity-assisted cooling schemes[J]. *Physical Review A*, 2008, **77**(3): 033804-033813.
- [36] DANTAN A, GENES C, VITALI D, *et al.* Self-cooling of a movable mirror to the ground state using radiation pressure [J]. *Physical Review A*, 2008, **77**(1): 011804-011808.
- [37] PARK Y S, WANG H L. Resolved-sideband and cryogenic cooling of an optomechanical resonator[J]. *Nature physics*, 2009, **5**(7): 489-493.
- [38] VERLOT P, TAVERNARAKIS A, BRIANT T, *et al.* Backaction amplification and quantum limits in optomechanical measurements[J]. *Physical Review Letters*, 2010, **104**(13): 133602-133606.

Phase Modulation Optomechanical Dynamics Induced by Radiation-pressure in Nonlinear Optical Cavity

CHEN Hua-jun, MI Xian-wu

(College of Physics Science and Information Engineering, Jishou University, Jishou, Hunan 416000, China)

Abstract: A cavity optomechanical system containing an optical parametric amplifier is investigated under resolved sideband regime, which enhances the coupling between the movable mirror and the cavity field. The radiation-pressure inducing the movable mirror and the steady-state amplitude of the cavity field displaying an optical multistable behavior are studied. The modification of mechanical frequency and mechanical damping rate are analyzed induced by radiation pressure, which will change with the change of parametric gain, input laser power and parametric phase. In addition, the fluctuation spectrum of the movable mirror is also analyzed presenting the normal mode splitting with modulating the parametric phase of the driving field. Moreover, an accurate scheme is used to calculate the final effective mean phonon number that demonstrates the ground state cooling. The results show that the cooling of the mirror is dominated by the initial bath temperature, high mechanical quality factor and parametric phase. The parametric phase shows a new way to control the dynamics of nonlinear optomechanical cavity.

Key words: Cavity optomechanics; Radiation pressure; Optical multistability; Normal mode splitting; Cooling