## 物理层网络编码机会中继及中断性能分析

吉晓东<sup>\*①2</sup> 郑宝玉<sup>①</sup> <sup>①</sup>(南京邮电大学信号处理与传输研究院 南京 210003) <sup>②</sup>(南通大学电子信息学院 南通 226019)

**摘 要:**该文研究了频率非选择性瑞利衰落信道中的物理层网络编码系统容量问题。基于放大转发机制提出了一种 基于最大最小互信息准则的机会中继策略。在瑞利衰落信道环境下,从双向通信的角度,通过理论分析得出其中断 概率解析式,同时推导了理想物理层网络编码和传统直接传输系统的中断概率解析式。通过理论分析,发现在某些 节点发射功率条件下,系统中断概率将完全取决于单向链路。在此基础上完成了数值仿真实验,结果表明所提策略 的中断性能与理想物理层网络编码和传统直接传输相比有了显著的提高。

关键词:物理层网络编码;中继选择;机会中继;中断概率

中图分类号: TN925 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2011)05-1186-07 DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00962

# Opportunistic Relaying and Outage Analysis for Physical-layer Network Coding

Ji Xiao-dong  $^{\odot 2}$  Zheng Bao-yu  $^{\odot}$ 

<sup>(1)</sup>(Institute of Signal Processing and Transmission,

Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

 $^{(2)}(School \ of \ Electronics \ and \ Information, \ Nantong \ University, \ Nantong \ 226019, \ China)$ 

Abstract: The capacity issue of Physical-layer Network Coding (PNC) is investigated. According to the Max-Min Mutual Information (MMMI) criterion, a new opportunistic relaying scheme is proposed based on Amplify-and-Forward (AF). Then, the outage probability expressions are derived for the new proposed scheme as well as the schemes of ideal PNC and traditional direct transmission in frequency-nonselective Rayleigh fading channels. By the analysis, it is found that the system outage performance can be measured by one-way channel in some conditions, which are determined by the node transmission powers. Simulation results show that the outage performance is improved significantly when MMMI strategy is used.

Key words: Physical-layer Network Coding (PNC); Relay selection; Opportunistic relaying; Outage probability

## 1 引言

本世纪初 Ahlswede 等人<sup>[1</sup>在其开创性的论文 中,提出了一种全新的网络概念 — 网络编码 (network coding)。打破了传统通信网络中只能对信 息进行存储和转发的惯性思维,开创性地对网络中 的某些节点施加网络编码,结果发现网络编码能使 组播流达到最大流最小割(max-flow min-cut)的组 播速率,大大节约了网络带宽。网络编码思想被提 出的最初阶段,在有线通信领域引起了科研人员的 广泛关注。但无线通信中,信息传输媒质的开放性

2010-09-03 收到, 2011-02-09 改回

国家自然科学基金(60972039, 60872002, 61071086, 61001077)资 助课题

\*通信作者: 吉晓东 jixiaodong@yahoo.cn

和共享性似乎为网络编码在无线通信中的应用提供 了与生俱来的有利条件。Zhang等人<sup>[2-5]</sup>将网络编码 的思想巧妙的应用到无线通信中,提出了一种称之 为物理层网络编码(Physical-layer Network Coding, PNC)的概念。几乎与 Zhang 等人同时进行的是 Popovski 等人<sup>[6-8]</sup>对无线多跳网络中的双向吞度放 大中继的研究。Popovski 的团队虽然没有将其研究 称之为 PNC,但实际上他们的研究正是后来引起学 术界广泛关注的 PNC 思想。文献[6]研究放大转发 (Amplify-and-Forward, AF)中继处理在网络编码中 获得的吞吐量,并与解码转发(Decode- and-Forward, DF)中继和传统的直接双向中继进行性能比较。文 献[7]提出了一种新的网络编码中继处理方式,即去 噪转发(DeNoise-and-Forward, DNF),并讨论其在 BPSK 和 QPSK 系统中的应用问题。以上的研究均 假设:中继固定或已被选定,信道条件是理想的或 是高斯白噪声信道且具有理想的相位估计和幅度预 均衡。实际上在无线信道中,衰落和多径效应是无 法避免的,即使能够花费很大的开销进行信道估计 来获得严格的相位同步,但严格的幅度预均衡是难 以做到的。因此, PNC 所依赖的严格相位和幅度同 步似乎是其先天的不足。近来相关的研究还不是很 多。文献[9]避开同步问题,研究在非相干 FSK 系统 中应用 PNC,给出了采用 DNF 机制的 PNC 中继 判决区域,并将其性能与对应的 BPSK 系统进行比 较。文献[10]将 Bletsas 等人<sup>[11]</sup>提出的一种简单的中 继选择方案应用到 PNC 中,通过选择分集获得增 益,抵抗信道衰落的影响。文献[12]基于某一源节点 的互信息最大原则,提出了一种称之为 NCD(Networking Coding Diversity)的中继选择方 案。但该方案只能保证对某一源节点是最优的,对 另一节点并非是最优。最近, Louie 等人<sup>[13]</sup>基于最小 误比特率和最大和速率准则,提出了一种机会中继 方案。但他们的工作是基于单向通信的,即独立的 看待双向通信链路,并且系统中断性能并未涉及。 实际上,当 PNC 网络中的某个节点发生了中断,双 向传输将是不必要的。因此,从双向链路出发研究 系统的中断性能具有重要的实际意义。本文基于 AF 中继方式,从双向通信的角度提出了一种可以兼顾 两个源节点容量的 PNC 机会中继策略,通过研究发 现,新的策略在中断性能上有较大优势。另外,在 本文完成过程中,我们发现文献[14,15]从双向链路 出发,以优化系统中断性能为目标,提出了一种中 继选择方案,并对具有相同节点发射功率的 PNC 系 统的中断性能进行了分析。本文工作与文献[14,15] 不同的地方在于:本文给出了分析系统中断性能的 一种可选方法,本文的研究结论适用于更加一般的 情况,并且本文给出了系统中断概率的最终解析式。

### 2 机会中继策略

#### 2.1 系统模型

图 1 是典型的三节点系统模型。图中 A 和 B 为源节点, R为位于源节点间的中继节点。首先, 第 1 个时隙源节点  $A 和 B 分别向中继 R 同时发送信号 s_A 和 s_B (假设 s_A 和 s_B 具有单位功率); 中继 <math>R$  将发送 来的合并信号进行网络编码运算得  $s_A \oplus s_B$ , 然后在 第 2 个时隙将  $s_A \oplus s_B$ 广播给  $A \pi B$ , 由于  $A \pi B$ 已 知各自的发送信号,因此  $A \pi B$ 可以通过对应的网 络编码逆运算来获得对方的信号,实现信息的互通。 以上是在理想条件下讨论的,在实际无线信道中衰 落和多径效应是无法避免的。本文研究在频率非选



择性瑞利衰落信道中的 PNC 系统容量问题。假设源 节点 A 到中继 节点 R 的信道增益为  $h_{AR} = g_{AR}$ / $\sqrt{d_{AR}^{\alpha}}$ ,其中  $d_{AR}$ 是 A 到中继 R 的距离,  $\alpha$  是路径 衰落指数,因此1/ $\sqrt{d_{AR}^{\alpha}}$ 是 A 到 R 的大尺度衰落; $g_{AR}$ 是 A 到 R 的瑞利衰落因子,这里假设  $|g_{AR}|^2$  服从均值 为 1 的指数分布。同理假设 B 到 R 的信道增益为  $h_{BR} = g_{BR}/\sqrt{d_{BR}^{\alpha}}$ ,其中各个参数与  $h_{AR}$ 中的具有相 同性质。除此之外,本文还作了如下假设:(1)系统 采用的是时分单工,信道特性是准静态的,并具有 对称性,即  $h_{AR} = h_{RA}$ , $h_{BR} = h_{RB}$ ;(2)系统中各节点 可以通过信道估计,得到准确的信道状态信息;(3) 系统采用 AF 中继机制;(4)系统中 A, B 和 R 的发射 功率分别为  $P_A$ ,  $P_B$ 和  $P_R$ ;(5)系统工作在对称业务 下,即 A 和 B 以相同的速率进行信息的发送。

#### 2.2 中继选择准则

在三节点网络中,第1个时隙中继节点*R*接收信 号为

$$y_R = \sqrt{P_A} h_{AR} s_A + \sqrt{P_B} h_{BR} s_B + w_R \tag{1}$$

其中 $w_R$ 是方差为 $\sigma_R^2$ 的加性高斯白噪声。R对其进行功率控制后得

$$s_{R} = \sqrt{P_{A}}h_{AR}s_{A} + \sqrt{P_{B}}h_{BR}s_{B} + w_{R}$$

$$/\sqrt{P_{A}|h_{AR}|^{2} + P_{B}|h_{BR}|^{2} + \sigma_{R}^{2}}$$
(2)

然后将 s<sub>R</sub> 以功率 P<sub>R</sub> 广播给 A 和 B。源节点接收到中继发送的信号为

$$y_m = h_{mR} \sqrt{P_R} s_R + w_m, \quad m \in \{A, B\}$$
(3)

其中 w<sub>m</sub> 为源节点 m 接收到的方差为 σ<sup>2</sup><sub>m</sub> 的加性高斯 白噪声。源节点可以把其接收信号中包含自身发射 信号的数据项滤除得最终接收信号为

$$y'_{m} = \sqrt{P_{R}} h_{mR} (\sqrt{P_{n}} h_{nR} s_{n} + w_{R}) / \sqrt{P_{A} |h_{AR}|^{2} + P_{B} |h_{BR}|^{2} + \sigma_{R}^{2}} + w_{m}, m, n \in \{A, B\}, \quad m \neq n$$
(4)

因此,源节点 *A* 和 *B* 的接收信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)分别为

$$\Gamma_{A} = \frac{\gamma_{B}\gamma_{RA}xy}{(\gamma_{A} + \gamma_{RA})x + \gamma_{B}y + 1}$$

$$\Gamma_{B} = \frac{\gamma_{A}\gamma_{RB}xy}{\gamma_{A}x + (\gamma_{B} + \gamma_{RB})y + 1}$$
(5)

其中  $\gamma_A = P_A / \sigma_R^2$ ,  $\gamma_B = P_B / \sigma_R^2$ ,  $\gamma_{RA} = P_R / \sigma_A^2$ ,  $\gamma_{RB} = P_R / \sigma_B^2$ ,  $x = |h_{AR}|^2$ ,  $y = |h_{BR}|^2$ 。由2.1节的假设可 知 x 和 y 服从参数分别为  $\lambda_1 = d_{AR}^{\alpha}$  和  $\lambda_2 = d_{BR}^{\alpha}$  的指 数分布。定义源节点借助中继 R 进行信息交互后获 得的互信息为

 $I_m = (1/2) \log_2 (1 + \Gamma_m), m \in \{A, B\}$  (6) 这里  $I_A \, \pi I_B$  的量纲为 bit/s·Hz。因此,本文中的速 率均是指频带归一化下的信息速率。

以上讨论的是典型的单中继系统,下面将其扩展到具有N个可选中继, $R_i$ , $i \in \{1,2,...,N\}$ 的 PNC 系统,并讨论如何通过中继的选择来提高系统的性能。我们的目标是使源节点能获得最大的互信息量,即使式(6)最大化。为了兼顾两个源节点的性能,我 们 采 用 最 大 最 小 互 信 息 (Max-Min Mutual Information, MMMI) 准则来选取最佳中继,即各个 中继节点通过估计瞬时信道状态信息来预测源节点 A 和 B能够获得的最小互信息,此时具有最大预测 值的中间节点将机会地接入网络,作为源节点A 和B进行信息交互的最佳中继。因而,MMMI 准则可 由式(7)给出。

$$k = \arg \max \left\{ \min \left( I_m^i, m \in \{A, B\} \right), i \in \{1, 2, \cdots, N\} \right\}$$
  

$$\Rightarrow k = \arg \max \left\{ \min \left( \Gamma_{mi}, m, n \in \{A, B\}, m \neq n \right), i \in \{1, 2, \cdots, N\} \right\}$$
(7)

其中 *Γ<sub>mi</sub>* 为节点 *m* 通过第*i* 个中继 *R<sub>i</sub>* 进行信息互通 所获得的接收信噪比。式(7)中对先前定义的变量加 上标识*i* 来表示该变量与第*i* 个中继节点 *R<sub>i</sub>* 有关。

#### 3 性能分析

这一节讨论MMMI准则下的PNC系统中断性 能。为了便于进行比较,我们还推导了理想PNC系 统和直接传输系统的中断概率解析式。首先,给出 中断和中断概率的定义。所谓中断,即系统瞬时容 量不能够达到系统要求传输速率的事件;在给定系 统要求传输速率条件下,中断事件发生的概率即中 断概率。这里我们从双向传输速率的角度出发,设 当系统中某个源节点发生中断事件系统即发生中 断。

#### 3.1 基于MMMI准则的机会中继

根据2.2节的讨论,假设已经通过式(7)选出最佳 中继 R<sub>k</sub>,即此时中继固定,并且系统要求的传输速 率为r,则此时系统发生中断的概率为

$$p_{\text{out}}^{k} = P\left[\min\left(I_{A}, I_{B}\right) < r\right] = P\left[\min\left(\Gamma_{A}, \Gamma_{B}\right) < 2^{2r} - 1\right]$$
$$= P\left[\min\left(\Gamma_{A}, \Gamma_{B}\right) < z\right]$$
(8)

其中  $z = 2^{2r} - 1$ ,  $\Gamma_A$ 和  $\Gamma_B$  为源节点的接收信噪比。 为了简化起见,式(8)中略去了标识 k。为了得到式 (8)的最终表达式,我们给出一个重要的引理。

**引理1** 对于独立且服从指数分布的随机变量 x 和 y, 变量  $\vartheta = \frac{\gamma_B \gamma_{RA}}{\gamma_A \gamma_{RB}} \cdot \frac{\gamma_A x + (\gamma_B + \gamma_{RB})y + 1}{(\gamma_A + \gamma_{RA})x + \gamma_B y + 1}$  (其 中参数  $\gamma_A, \gamma_B, \gamma_{RA}$  和  $\gamma_{RB}$  恒定且均大于零)的取值 范 围 严格限定为  $L_{\vartheta} < \vartheta < U_{\vartheta}$ , 其中  $L_{\vartheta} = \frac{\gamma_B \gamma_{RA}}{(\gamma_A + \gamma_{RA})\gamma_{RB}}$ ,  $U_{\vartheta} = \frac{(\gamma_B + \gamma_{RB})\gamma_{RA}}{\gamma_A \gamma_{RB}}$ , 并且有  $L_{\vartheta} < M_{\vartheta} < U_{\vartheta}$ , 其中  $M_{\vartheta} = \frac{\gamma_B \gamma_{RA}}{\gamma_A \gamma_{RB}}$ 。

证明略。

由引理1,可得源节点接收信噪比 $\Gamma_A$ 和 $\Gamma_B$ 的比 值可以限定为 $L_{\vartheta} < \vartheta = \Gamma_A / \Gamma_B < U_{\vartheta}$ 。因而,由全概 率公式,式(8)可表示为

$$p_{\text{out}} = \underbrace{P\left(\Gamma_B < z, L_{\vartheta} \ge 1\right)}_{t_1} + \underbrace{P\left[\min\left(\Gamma_A, \Gamma_B\right) < z, L_{\vartheta} < 1 < U_{\vartheta}\right]}_{t_2} + \underbrace{P\left(\Gamma_A < z, U_{\vartheta} \le 1\right)}_{t_3}$$
(9)

进一步,由全概率公式,式(9)的第2项 $t_2$ 可表示为  $t_2 = \underbrace{P(\Gamma_B < z, L_{\vartheta} < 1 \le M_{\vartheta}, \vartheta \ge 1)}_{t_{21}}$   $+ \underbrace{P(\Gamma_A < z, L_{\vartheta} < 1 \le M_{\vartheta}, \vartheta < 1)}_{t_{22}}$   $+ \underbrace{P(\Gamma_B < z, M_{\vartheta} < 1 < U_{\vartheta}, \vartheta \ge 1)}_{t_{23}}$   $+ \underbrace{P(\Gamma_A < z, M_{\vartheta} < 1 < U_{\vartheta}, \vartheta < 1)}_{t_{24}}$ (10)

下面,分4种情况来讨论系统的中断概率。

(1)当 $L_{\theta} \ge 1$ 时,有 $\Gamma_{A} \ge \Gamma_{B}$ 恒成立,则由文献 [16]的式(3.324.1)可得系统中断概率为  $p_{\text{out}}(L_{\theta} \ge 1) = t_{1} = P(\Gamma_{B} < z)$ 

$$=1 - \exp\left\{-\frac{\left[\lambda_{1}(\gamma_{B} + \gamma_{RB}) + \lambda_{2}\gamma_{A}\right]z}{\gamma_{A}\gamma_{RB}}\right\}$$
$$\cdot \sqrt{\frac{4\lambda_{1}\lambda_{2}\left[(\gamma_{B} + \gamma_{RB})z + \gamma_{RB}\right]z}{\gamma_{A}\left(\gamma_{RB}\right)^{2}}}$$
$$\cdot K_{1}\left(\sqrt{\frac{4\lambda_{1}\lambda_{2}\left[(\gamma_{B} + \gamma_{RB})z + \gamma_{RB}\right]z}{\gamma_{A}\left(\gamma_{RB}\right)^{2}}}\right) \quad (11)$$

其中 $K_1(\cdot)$ 为第2类修正贝塞尔函数, $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 分别为 指数随机变量 $|h_{AB}|^2$ 和 $|h_{BB}|^2$ 的分布参数。

(2)当 $U_{\vartheta} \leq 1$ 时,有 $\Gamma_A \leq \Gamma_B$ 恒成立,则系统中断概率可表示为

$$p_{\text{out}}\left(U_{\vartheta} \leq 1\right) = t_{3} = P\left(\Gamma_{A} < z\right)$$

$$= 1 - \exp\left\{-\frac{\left[\lambda_{1}\gamma_{B} + \lambda_{2}(\gamma_{A} + \gamma_{RA})\right]z}{\gamma_{B}\gamma_{RA}}\right\}$$

$$\cdot \sqrt{\frac{4\lambda_{1}\lambda_{2}\left[(\gamma_{A} + \gamma_{RA})z + \gamma_{RA}\right]z}{\gamma_{B}\left(\gamma_{RA}\right)^{2}}}$$

$$\cdot K_{1}\left(\sqrt{\frac{4\lambda_{1}\lambda_{2}\left[(\gamma_{A} + \gamma_{RA})z + \gamma_{RA}\right]z}{\gamma_{B}\left(\gamma_{RA}\right)^{2}}}\right) (12)$$

(3)当 $L_{\vartheta} < 1 \le M_{\vartheta}$ 时,则系统中断概率可由式 (13)和式(14)给出。

$$p_{\text{out}} \left( L_{\vartheta} < 1 < U_{\vartheta} \right) = t_{21} + t_{22} = 1 - \lambda_{2}$$

$$\cdot \exp\left\{ -\frac{\left[ \lambda_{1} (\gamma_{B} + \gamma_{RB}) + \lambda_{2} \gamma_{A} \right] z}{\gamma_{A} \gamma_{RB}} \right\}$$

$$\cdot \int_{\Omega_{1} - \frac{z}{\gamma_{RB}}}^{+\infty} \exp\left[ -\lambda_{1} \left( \frac{\left[ (\gamma_{B} + \gamma_{RB}) z + \gamma_{RB} \right] z}{\gamma_{A} (\gamma_{RB})^{2} t} \right) - \lambda_{2} t \right] \mathrm{d}t$$

$$- \lambda_{2} \exp\left\{ -\frac{\left[ \lambda_{1} \gamma_{B} + \lambda_{2} (\gamma_{A} + \gamma_{RA}) \right] z}{\gamma_{B} \gamma_{RA}} \right\}$$

$$\cdot \int_{0}^{\Omega_{1} - \frac{z(\gamma_{A} + \gamma_{RA})}{\gamma_{B} \gamma_{RA}}} \exp\left\{ -\lambda_{1} \frac{\left[ z(\gamma_{A} + \gamma_{RA}) + \gamma_{RA} \right] z}{\gamma_{B} (\gamma_{RA})^{2} t} - \lambda_{2} t \right\} \mathrm{d}t$$
(13)

其中

$$\Omega_{1} = \frac{z \left[ \left( \gamma_{B} + \gamma_{RB} \right) \gamma_{RA} + \gamma_{A} \gamma_{RB} \right] + \gamma_{A} \gamma_{RB} - \gamma_{B} \gamma_{RA}}{2 \gamma_{B} \left[ \left( \gamma_{B} + \gamma_{RB} \right) \gamma_{RA} - \gamma_{A} \gamma_{RB} \right]} \\
+ \left\{ \left\{ z \left[ \left( \gamma_{B} + \gamma_{RB} \right) \gamma_{RA} + \gamma_{A} \gamma_{RB} \right] + \gamma_{A} \gamma_{RB} - \gamma_{B} \gamma_{RA} \right\}^{2} \\
+ 4 \gamma_{B} \gamma_{RA} z \left[ \left( \gamma_{B} + \gamma_{RB} \right) \gamma_{RA} - \gamma_{A} \gamma_{RB} \right] \right\}^{1/2} \\
/ \left\{ 2 \gamma_{B} \left[ \left( \gamma_{B} + \gamma_{RB} \right) \gamma_{RA} - \gamma_{A} \gamma_{RB} \right] \right\} \tag{14}$$

$$\text{if $\Pi$ B$ $$_{0}}$$

(4)当
$$M_{\vartheta} < 1 < U_{\vartheta}$$
时,系统中断概率可表示为  
 $p_{\text{out}}(M_{\vartheta} < 1 < U_{\vartheta}) = t_{23} + t_{24}$  (15)

其中 $t_{23}$ 和 $t_{24}$ 由式(10)给出。通过观察式(13),式(15) 和式(10)发现,将式(13)和式(14)中的 $\lambda_1, \lambda_2, \gamma_A, \gamma_B, \gamma_{RA}$ 和 $\gamma_{RB}$ 分别由 $\lambda_2, \lambda_1, \gamma_B, \gamma_A, \gamma_{RB}$ 和 $\gamma_{RA}$ 代替可得此时的系统中断概率解析式。

以上我们是在中继固定情况下,讨论系统的中断概率,即相当于典型的三节点网络情况。若系统中有 N 个待选中继,并且采用2.2节提出的MMMI 准则进行中继选择后,源节点再进行信息的交互,则此时系统的中断概率为

$$p_{\text{out}}^{N} = P\left\{\max\left[\min\left(I_{m}^{i}, m \in \{A, B\}\right), i \in \{1, 2, \cdots, N\}\right] < r\right\} = P\left[\min\left(I_{A}^{1}, I_{A}^{1}\right) < r, \min\left(I_{A}^{2}, I_{B}^{2}\right) < r, \cdots, \min\left(I_{A}^{N}, I_{B}^{N}\right) < r\right]$$
(16)

当所有中继链路独立且在同一方向具有相同特性 时,则系统中断概率可由式(17)给出。

$$p_{\text{out}}^{N} = P\left[\min\left(I_{A}^{1}, I_{B}^{1}\right) < r\right] \times P\left[\min\left(I_{A}^{2}, I_{B}^{2}\right) < r\right]$$
$$\times \dots \times P\left[\min\left(I_{A}^{N}, I_{B}^{N}\right) < r\right] = \left(p_{\text{out}}\right)^{N}$$
(17)

其中 pout 可由式(11)-式(15)给出。

### 3.2 理想 PNC

对于理想的 PNC, 在时隙 1 将具有理想的相位 同步和预均衡,则中继节点接收信号具有理想的形 式,即  $y_R = \sqrt{P_A}s_A + \sqrt{P_B}s_B + w_R$ 。中继节点将对  $y_R$ 进行放大再转发,则到达源节点后各个源节点将包 含自身发射信号的数据项滤除,得最终接收信号由 式(18)给出。

$$y_m = \frac{h_{mR}\sqrt{P_R}}{\sqrt{P_A + P_B + \sigma_R^2}} (\sqrt{P_n}s_n + w_R) + w_m,$$
  
$$m, \ n \in \{A, B\}, m \neq n$$
(18)

其中 $h_{mR} = g_{mR} / \sqrt{d_{mR}^{\alpha}}$ 为源节点m到中继节点的信 道增益。此时,节点获得的互信息量为

$$I_{m} = \frac{1}{2} \log_{2} \left( 1 + \frac{\gamma_{n} \gamma_{Rm} \left| h_{mR} \right|^{2}}{\gamma_{Rm} \left| h_{mR} \right|^{2} + \gamma_{A} + \gamma_{B} + 1} \right),$$
  

$$m, n \in \{A, B\}, \ m \neq n$$
(19)

则系统中断概率为

$$p_{\text{out}} = P\left[\min(I_A, I_B) < r\right] = 1$$
$$- \exp\left\{-\left[\frac{\lambda_1(\gamma_A + \gamma_B + 1)}{(\gamma_B - z)\gamma_{RA}} + \frac{\lambda_2(\gamma_A + \gamma_B + 1)}{(\gamma_A - z)\gamma_{RB}}\right]\right\}$$
(20)

其中  $z = 2^{2r} - 1$ ,  $\lambda_1 = d_{AR}^{\alpha}$ 、  $\lambda_2 = d_{BR}^{\alpha}$ , 其定义与2.2 节中的相同。

证明略。

#### 3.3 直接传输

传统的直接传输,源节点接收信号为: $y_m = h_{nm}\sqrt{P_n}s_n + w_m m, n \in \{A, B\}, m \neq n$ 。其中 $h_{nm} = g_{nm}/\sqrt{d_{nm}^{\alpha}}$ 为源节点m到n的信道增益。此时,节点获得的互信息量为

$$p_{\text{out}} = P\left[\min(I_A, I_B) < r\right]$$
$$= 1 - \exp\left[-\left(\frac{\zeta_1}{\rho_{AB}} + \frac{\zeta_2}{\rho_{BA}}\right)z\right]$$
(22)

其中  $z = 2^{2r} - 1$ ,  $\zeta_1 = d_{AB}^{\alpha}$  和  $\zeta_2 = d_{BA}^{\alpha}$  分别为指数分 布随机变量  $|h_{AB}|^2$  和  $|h_{BA}|^2$  的分布参数。

#### 4 数值实验及分析

不失一般性,这里假设网络中各个节点处的噪

声方差相等。

考虑网络中的各个节点发送功率相同的情形, 即  $P_A = P_B = P_R = P$ 。此时,有  $L_{\vartheta} = 0.5$ ,  $M_{\vartheta} = 1$ ,  $U_n = 2$ 。也就是说, PNC系统的中断概率由式(13) 表示。图2给出了信噪比分别等于10 dB和20 dB的 中断概率补曲线,即图中横坐标为系统速率r;纵 坐标为1-p<sub>out</sub>,也就是信道容量能够满足系统速率 的概率。图2中其它参数为 $d_{AB} = 2, d_{AB} = d_{BB} = 1,$  $\alpha = 2$ , 即此时中继链路特性是对称的。通过比较发 现,MMMI策略比理想条件下的PNC(图中用PNC 来标识)和传统直接传输,在中断性能上有明显优 势,并且性能优势随着待选中继数 N 的增大而增大。 例如:当信噪比为10 dB,  $p_{out} = 10\%$ 时,有两个待 选中继的MMMI策略,系统速率可接近 0.42 bit/(s·Hz),理想PNC只有0.16 bit/(s·Hz),而 传统的直接传输也有 0.1 bit/(s·Hz)。因此, 多一个 选择可能的MMMI策略能够大大提高系统中断性 能。观察还发现,当待选中继数N = 5和10时,系统 可达速率分别为0.78和1.0 bit/(s·Hz),即随着N的 增加系统中断性能增幅缩小。同时随着 N 的增加系 统复杂度也不断增加,因此在实现时应综合考虑性 能和复杂度的折衷。

图3给出了中继链路不对称情况下的系统中断 性能曲线,这里 $d_{AB} = 12$ , $d_{AR} = 4$ , $d_{BR} = 8$ , $\alpha = 2$ 。 与图2相似,图3依然给出的是中断概率补曲线,并 且图3(a)和图3(b)两个子图中的信噪比同样分别取 10 dB和20 dB。由图3可以看出,与理想PNC和直 接传输相比,在链路不对称条件下,MMMI策略也 始终具有中断性能优势。

下面,考虑网络中节点的发射功率和恒定,即  $P_A + P_B + P_R = P_T$ ,并且中继节点的发射功率恒为  $P_R = P_T/3$ ,也就是说 $P_A + P_B = (2/3)P_T$ 。这里,首



图2  $d_{AB} = 2$ ,  $d_{AB} = d_{BR} = 1$ ,  $\alpha = 2$  时的中断概率补曲线

先给出 $\gamma_{AR} = \gamma_{BR} = 10$  dB 和 $\gamma_A + \gamma_B = 13$  dB 时的  $L_{\vartheta}, M_{\vartheta}$ 和 $U_{\vartheta}$ 取值曲线图。如图4所示,由于 $\gamma_A$ 的不 同, $L_{\vartheta}, M_{\vartheta}$ 和 $U_{\vartheta}$ 的值可以分为4个区域。这4个区域 分别对应第3节给出的不同中断概率解析式。值得注 意的是,图4中 $L_{\vartheta} \ge 1$ 和 $U_{\vartheta} \le 1$ 两区域,系统中断概 率表达式分别对应式(11)和式(12),这意味着此时的 中断概率只与具有较大信息速率的链路有关,而与 另一链路不相关,也就是说在某些节点发射功率条 件下,系统中断概率将完全取决于单向链路。

图5(a)和图5(b)给出了中继链路对称条件下,  $\gamma_A + \gamma_B = 13$  dB 和 $\gamma_A + \gamma_B = 23$  dB 的中断概率曲 线。由图5可以看出,任意 $\gamma_A$ 取值下,MMMI策略 均具有中断性能优势,并且在对称信道条件下,发 射功率平均分配最优。

图6和图7给出了链路特性不对称条件下,  $\gamma_A + \gamma_B = 13 \text{ dB} \ pm \gamma_A + \gamma_B = 23 \text{ dB}$ 的中断概率曲 线。由图6可以看出, 当 $\gamma_A + \gamma_B = 13 \text{ dB}$ 时, 理想 PNC的中断性能超过了N = 2的MMMI。这是因为 本文假设系统中某个源节点发生中断系统即中断。 因此,系统中断性能将取决于较差的那条链路。当 信噪比较小以及链路特性不对称时,差链路相比链 路对称时进一步恶化,而只有两个可选中继获得的 分集增益,还不能够弥补没有预均衡而带来的性能 衰减。当增加N或提高信噪比时,MMMI的性能优 势得到恢复。此外,由图6还可以看出,由于 $A \to R$ 链路优于 $B \to R$ 链路,因此为了获得较优的中断性 能,希望更多的发射功率分配给节点B。

图7给出了 $d_{AR} = 8$ , $d_{BR} = 4$ 条件下的系统中断 概率曲线。与图6相比,图7中的链路特性与图6中的 相反,其它参数均与图6中的相同。对比图6和图7 可以看出,当链路特性互换后,通过合理分配发射 功率,两者可以得到相同的中断性能。



图3  $d_{AB} = 12, d_{AR} = 4, d_{BR} = 8, \alpha = 2$ 时的中断概率补曲线





图4  $\gamma_{\scriptscriptstyle AR} = \gamma_{\scriptscriptstyle BR} = 10$  dB,  $\gamma_{\scriptscriptstyle A} + \gamma_{\scriptscriptstyle B} = 13$  dB 时的  $L_{\scriptscriptstyle \vartheta}, \, M_{\scriptscriptstyle \vartheta} \,$ 和  $U_{\scriptscriptstyle \vartheta}$  值



图6  $d_{AB} = 12$ ,  $d_{AR} = 4$ ,  $d_{BR} = 8$ ,  $\alpha = 2$  时的中断概率

#### 5 结论

本文研究两个源节点通过中继进行信息互通的 物理层网络编码系统容量问题,研究了一种基于最 大最小互信息准则的机会中继策略,以提高系统的 中断性能。该策略通过中继的选择来获得选择分集 增益,在理论分析得出其中断概率解析式的基础上, 进行了数值仿真实验。结果表明在源节点间距较短 情况下,所提策略的中断性能与理想物理层网络编 码和传统直接传输相比有了明显的提高,并且随着 中继数目的增多,性能改善愈加显著,但性能改善 的程度随之减小; 当源节点距离较远且发送信号功 率噪声比较小时,理想PNC的性能可以超过N=2时的MMMI,但当增加信噪比或待选中继数 N 时, MMMI的性能优势得到恢复; 当链路特性严格对称 时,平均分配节点的发射功率,系统中断性能最优; 当链路特性不对称时,适当增加较差链路(对应第1 时隙)节点的发射功率,可以得到较好的中断性能。

图5  $d_{AB} = 2$ ,  $d_{AR} = d_{BR} = 1$ ,  $\alpha = 2$  时的中断概率





图7  $d_{AB} = 12$ ,  $d_{AR} = 8$ ,  $d_{BR} = 4$ ,  $\alpha = 2$  时的中断概率

#### 参考文献

- Ahlswede R, Robert S R, and Yeung R W. Network information flow[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2000, 46(4): 1204–1216.
- [2] Zhang S, Liew S C, and Lam P P. Hot Topic: physical layer network coding[C]. Proceedings of MobiCom 2006, Los Angeles, CA, USA, 2006: 358–365.
- [3] Zhang S, Liew S C, and Lam P P. On the synchronization of physical-layer network coding[C]. Information Theory Workshop 2006, Punta del Este, Uruguay, 2006: 404–408.
- [4] Zhang S, Liew S C, and Lu L. Physical layer network coding schemes over finite and infinite fields[C]. IEEE GLOBECOM 2008, New Orleans, LA, USA, 2008: 1–6.
- [5] Zhang S and Liew S C. Channel coding and decoding in a relay system operated with physical-layer network coding[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2009, 27(5): 788–796.

- [6] Popovski P and Yomo H. Bi-directional amplification of throughput in a wireless multi-hop network[C]. IEEE 63rd VTC, Melbourne, Australia, 2006: 588–593.
- Popovski P and Yomo H. The anti-packets can increase the achievable throughput of a wireless multi-hop network[C].
   IEEE ICC 2006 Proceedings, Istanbul, Turkey, 2006, 9: 3885–3890.
- [8] Sørensen J H, Krigslund R, and Popovski P, et al.. Scalable denoise-and-forward in bi-directional relay networks. Submitted to Computer Networks, [Online]. http:// kom.aau.dk/group/09gr1010/ScalableDNFElsevier.pdf, Oct. 2009.
- [9] Sørensen J H, Krigslund R, and Popovski P, et al. Physical network coding for FSK systems[J]. *IEEE Communications Letters*, 2009, 13(8): 597–599.
- [10] 吕凌, 于宏毅. 物理层网络编码分组的机会中继[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(7): 1767–1770.
  Lu L and Yu H Y. Opportunistic relaying of the physical-layer network coding packets[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2009, 31(7): 1767–1770.
- [11] Bletsas A, Khisti A, and Reed D P, et al. A simple cooperative diversity method based on network path

selection[J]. IEEE Transactions on Selected Areas in Communications, 2006, 24(3): 659–672.

- [12] Ding Z, Leung K K, and Goeckel D L, et al. On the study of network coding with diversity[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(3): 1247–1259.
- [13] Louie R, Li Y, and Vucetic B. Practical physical layer network coding for two-way relay Channels: performance analysis and comparison[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(2): 764–777.
- [14] Zhang J, Bai B, and Li Y. Outage-optimal opportunistic relaying for two-way amplify and forward relay channel[J]. *Electronics Letters*, 2010, 46(8): 595–597.
- [15] Gou H and Ge J H. Outage probability of two-way opportunistic amplify-and-forward relaying[J]. *Electronics Letters*, 2010, 46(13): 918–919.
- [16] Gradshteyn I S and Ryzhik I M. Table of Integrals[M]. Seventh Edition, San Diego: Elsevier Inc., 2007: 336–337.
- 吉晓东: 男,1979年生,博士生,讲师,研究方向为网络编码、 协作通信以及认知无线电技术.
- 郑宝玉: 男,1945年生,教授,博士生导师,研究方向为无线通 信与信号处理、量子信息处理.