第 33 卷第 7 期 电 子 与 信 息 学 报 Vol.33No.7
2011 年 7 月 Journal of Electronics & Information Technology Jul. 2011

一种基于峰均功率比的信源个数检测新方法

焦亚萌* 黄建国 侯云山
(西北工业大学航海学院 西安 710072)

摘 要：该文将特征向量信息与假设检验法相结合，提出了一种基于峰均功率比门限(Peak-to-Average Power Ratio Threshold, PAPRT)的信源个数检测新方法。该方法利用特征向量对接收数据进行加权，然后计算其峰均功率比，利用峰均功率比值与特征值在区分信号和噪声方面的一致性，通过引入一个二元假设检验过程，检测信号源个数。仿真结果表明，PAPRT 方法在低信噪比下，对等强双目标的检测性能优于特征值门限(Eigen Threshold, ET)方法，且不受目标强度差的影响，对不等强多目标也具有优良的检测性能。

关键词：多目标检测；特征向量；峰均功率比；不等强多目标
中图分类号：TN911.23 **文献标识码**： A **文章编号**：1009-5896(2011)07-1589-05
DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.01222

A New Method for Source Number Detection Based on Peak-to-average Power Ratio

Jiao Ya-meng Huang Jian-guo Hou Yun-shan
(*College of Marine*, *Northwestern Polytechnical University*, *Xi'an* 710072, *China*)

Abstract: In this paper, a new method based on Peak-to-Average Power Ratio Threshold (PAPRT) is proposed by combining the eigenvectors with the binary hypothesis testing. The eigenvectors are employed to weigh the received data and then the peak-to-average power ratio is calculated. According to the fact that both the eigenvalues and the peak-to-average power ratio have valuable information in distinguishing signal from noise, the source number is detected by introducing the binary hypothesis testing process. Simulation results show that PAPRT method is superior to the Eigen Threshold (ET) method under lower SNR when two sources are of equal intensity. And it also has a good performance when the sources are of unequal intensity, with no influence by the intensity difference between the targets.

Key words: Multi-target detection; Eigenvector; Peak-to-average power ratio; Different intensity targets

1 引言

在高分辨阵列信号处理领域，信号源数的估计是一项关键技术[1,2]。几乎所有的高分辨方法都要求预先知道信号源的个数[3]，其分辨性能都依赖于对信号源个数的正确估计。基于信息论的 Akaike 信息论准则[4](Akaike Information Criterion, AIC)和最小描述长度准则[5](Minimum Description Length, MDL)为多目标检测奠定了基础，但由于 AIC 准则和 MDL 准则中的罚函数没有包含信噪比信息，所以高信噪比时 AIC 出现高估，低信噪比时 MDL 出现低估的情况[6]。文献[7]提出的特征值门限(Eigen Threshold, ET)方法与传统的 AIC 和 MDL 方法相比，显示出良好的检测性能，但是 ET 方法仅利用了采样协方差矩阵特征值的信息，由于噪声特征值是空间有界的，只是用有条件的适当的高斯分布对其描述，当信噪比过低时，一些噪声特征值可能大于信号特征值[8]，噪声特征值与信号特征值并不能明显区分开，对实际的特征值来说，ET 的上限太高，因此可能出现低估，检测性能下降。文献[9]提出的 GDE(Gerschgorin Disk Estimator)方法运算量小，可用于未知噪声环境中目标数目的估计，但低信噪比性能较差，且不能估计不等强多目标。文献[10]提出的 GAIC(Gerschgorin AIC)方法克服了 AIC 方法在高信噪比时不是目标数目一致估计的缺点，但低信噪比性能不理想，且检测多目标时性能较差。噪声的变化会使相关矩阵的特征值信息恶化，但对特征向量的影响很小[11]。文献[3]提出的检测方法即有效利用了特征向量的信息，该方法在低信噪比时，具有良好的检测性能，但是对不等强度多目标，该方法的性能随着目标强度差的增大下降严重，当目标强度差过大时，该方法失效。

为此，本文提出了一种基于峰均功率比门限的

2010-11-08 收到，2011-03-24 改回
国家自然科学基金(60972152)，国家重点实验室基金(9140C2304080607)，航空科学基金(2009ZC53031)和西北工业大学基础研究基金(NPU-FFR-W018102)资助课题
*通信作者：焦亚萌 jiaoyameng@mail.nwpu.edu.cn

目标判源方法，该方法引入与文献[3]方法类似的预处理方式，但不使用特征值直接判定源的数目，而使用特征向量对接收数据进行加权，用其峰均功率比值建立假设检验过程判定源的数目。仿真结果表明，PAPRT方法低信噪比下检测性能优于ET方法，且不受目标强度差的影响，对不等强多目标的检测性能优良。

2 信号模型

设有M元均匀线阵，阵元间距$d=\lambda/2$，$\lambda=c/f_0$为中心频率对应的波长，考虑p个远场窄带点目标信号源入射到该阵列上。如图1所示。

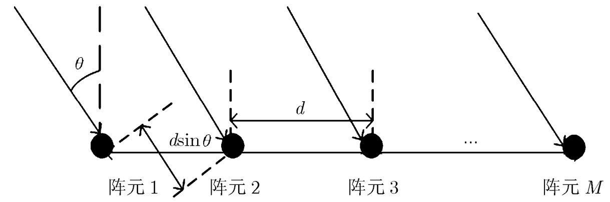

图1 均匀线列阵示意图

设阵列接收到的加性噪声为平稳的、零均值的高斯空间白噪声，方差为σ_n^2。M个阵元t时刻的接收数据矢量形式如下：

$$\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{A}(\theta)\boldsymbol{s}(t)+\boldsymbol{n}(t),\quad t=1,2,\cdots,N \tag{1}$$

式中$\boldsymbol{n}(t)=[n_1(t),n_2(t),\cdots,n_M(t)]^{\mathrm{T}}$是$M\times1$维噪声数据矢量；$\boldsymbol{s}(t)=[s_1(t),s_2(t),\cdots,s_P(t)]^{\mathrm{T}}$是空间信号的$p\times1$维矢量；$\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{a}(\theta_1)\ \boldsymbol{a}(\theta_2)\ \cdots\ \boldsymbol{a}(\theta_p)]$是$M\times p$维阵列流型矩阵；$\boldsymbol{a}(\theta_i)=[1\ e^{j\varphi(\theta_i)}\ \cdots\ e^{j(M-1)\varphi(\theta_i)}]^{\mathrm{T}}$是导向矢量，其中$\varphi(\theta_i)=2\pi d\sin(\theta_i)/\lambda$，$\theta_i\in[-\pi/2,\pi/2)$是信号源相对于阵列法线的入射方位；$N$是快拍数。

考虑阵列快拍数据的协方差矩阵

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}&=E\{\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(t)\}=\boldsymbol{A}(\theta)\boldsymbol{R}_S\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}(\theta)+\sigma_n^2\boldsymbol{I}\\&=\sum_{i=1}^{M}\lambda_i\boldsymbol{u}_i\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{U\Lambda U}^{\mathrm{H}}\end{aligned} \tag{2}$$

式中$\boldsymbol{U}=[\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\cdots,\boldsymbol{u}_M]$是$\boldsymbol{R}$的特征向量；$\boldsymbol{\Lambda}=\mathrm{diag}[\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_M]$是特征值对角阵。

$$\lambda_1\ge\lambda_2\ge\cdots\lambda_p\ge\lambda_{p+1}=\cdots=\lambda_M=\sigma_n^2 \tag{3}$$

前p个特征值为信号特征值，对应的特征向量为信号子空间，其余的是噪声特征值，其对应的特征向量为噪声子空间。

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{U}_S&\triangleq[\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\cdots,\boldsymbol{u}_p]\\\boldsymbol{U}_N&\triangleq[\boldsymbol{u}_{p+1},\boldsymbol{u}_{p+2},\cdots,\boldsymbol{u}_M]\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

3 峰均功率比门限(PAPRT)方法

由子空间的基本知识可知，信号子空间张成的空间与阵列流型张成的空间是同一空间[12]，因此，存在一个满秩矩阵$\boldsymbol{Q}$，使得

$$\boldsymbol{U}_S=\boldsymbol{A}(\theta)\boldsymbol{Q} \tag{5}$$

由矩阵变换得

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{U}_S\boldsymbol{Q}^{-1}\triangleq\boldsymbol{U}_S\boldsymbol{B} \tag{6}$$

其中$\boldsymbol{B}$也是一个满秩矩阵。

因此导向矢量与噪声子空间$\boldsymbol{U}_N$是正交的，即

$$\boldsymbol{u}_k^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\theta_i)=0,\ \ k=p+1,\cdots,M,\ i=1,\cdots,p \tag{7}$$

用噪声特征向量对接收数据进行加权，得到阵列输出数据$(y_i,\ i=p+1,\cdots,M)$

$$\begin{aligned}y_i(t)&=\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{a}(\theta_1)s_1(t)+\cdots+\boldsymbol{a}(\theta_p)s_p(t)\\&\quad+\boldsymbol{n}(t))=\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{n}(t)=\boldsymbol{w}_{Ni}(t)\end{aligned} \tag{8}$$

用信号特征向量对接收数据进行加权，得到阵列输出数据$(y_i,\ i=1,\cdots,p)$

$$\begin{aligned}y_i(t)&=\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{a}(\theta_1)s_1(t)+\cdots+\boldsymbol{a}(\theta_p)s_p(t)\\&\quad+\boldsymbol{n}(t))=\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}\left(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{u}_k b_{k1}s_1(t)+\cdots\right.\\&\quad\left.+\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{u}_k b_{kp}s_p(t)\right)+\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{n}(t)=(|b_{i1}|s_1(t)\\&\quad\cdot\exp(j\varphi_{i1})+\cdots+|b_{ip}|s_p(t)\exp(j\varphi_{ip}))+\boldsymbol{w}_{Ni}(t)\end{aligned} \tag{9}$$

式中$\sum_{k=1}^{p}|b_{ik}|^2=M$，$b_{ik}=|b_{ik}|\exp(j\varphi_{ik})$，$i,\ k=1,2,\cdots,p$，$\boldsymbol{w}_{Ni}(t)$是独立同分布的零均值复高斯向量，协方差为$\sigma_n^2$。

可以看出，用噪声特征向量对接收数据进行加权的阵列输出数据中不包含任何信号分量，用信号特征向量对接收数据进行加权的阵列输出数据包含信号和噪声分量，并且后者的信噪比可能是单个阵元输出信噪比的M倍[3]。

在工程应用中，接收数据是有限长的，只能通过N次有限快拍数据得到阵列的采样协方差矩阵的最大似然估计

$$\widehat{\boldsymbol{R}}=\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(t)=\widehat{\boldsymbol{U}}\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}\widehat{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{H}} \tag{10}$$

式中$\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}=\mathrm{diag}[\hat{\lambda}_1,\cdots,\hat{\lambda}_M]$，$\hat{\lambda}_1\geqslant\hat{\lambda}_2\geqslant\cdots\geqslant\hat{\lambda}_M$是采样协方差矩阵的特征值。低信噪比时，不能明显区分信号特征值与噪声特征值。由式(8)和式(9)计算峰均功率比，峰均功率比的定义为

$$f_i=\frac{\max\limits_{w}(P_i(w))}{E\{P_i(w)\}},\quad i=1,\cdots,M \tag{11}$$

式中$P_i(w)$是$\hat{y}_i(t)$的功率谱。由以上分析可知峰均功率比值与特征值在区分信号和噪声方面具有一致性。

根据ET方法检测信号源个数的假设检验过程，可以利用峰均功率比门限理论检测信号源个数[7]。

定义 l_i 为 $\hat{y}_i(t), i=p+1,\cdots,M$ 的峰均功率比值的平均值。

$$l_i=\frac{1}{M-i+1}\left[\sum_{j=i}^{M}f_j\right] \tag{12}$$

定义 t 为双向门限使得

$$\int_{-t}^{t}(2\pi)^{1/2}\exp(-u^2/2)\mathrm{d}u=1-\alpha \tag{13}$$

当置信概率为 $1-\alpha$ 时，峰均功率比均值的置信区间如下：

$$1-t(N(M-p))^{-1/2}\le l_{p+1}/f\le 1+t(N(M-p))^{-1/2} \tag{14}$$

因为考虑的是峰均功率比值的渐进分布，所以假定采样长度 N 足够大，且满足：

$$(t/N^{1/2})<1 \tag{15}$$

如果假定峰均功率比值 f 的多样性个数为 m，可以得到

$$\begin{aligned}f_{M-m}&\le f_{M-m}^{u}\\&=\left[(m+1)\frac{1+t(N(m+1))^{-1/2}}{1-t(N\cdot m)^{-1/2}}-m\right]l_{M-m+1}\end{aligned} \tag{16}$$

其中 $l_{M-m+1}=\frac{1}{m}\sum_{i=M-m+1}^{M}f_i$，$f_{M-m}^{u}$ 是 f_{M-m} 的预测上界门限值。

基于以上分析，建立信号个数 p 的假设检验流程如下：

假设峰均功率比值 f 的多样性个数 $m=1$，确定二元假设为 $H_0: p<M-m$，$H_1: p=M-m$。利用式(16)判断结果为 H_0 或 H_1。

$$f_{M-m}\ \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}}\ f_{M-m}^{u} \tag{17}$$

如果满足 H_1，停止检验，则 PAPRT 方法检测到的信号源数目 $\hat{p}=M-m$。

如果满足 H_0，令 $m=m+1$，返回继续检验直到假设满足 H_1 或者 $m=M$。

4　仿真性能分析

仿真模型：阵元数 M=8，阵元间距为中心频率半波长的均匀线列阵，采样频率为 50 kHz，快拍数为 1000，两个信号源相对于阵列法线方向入射方位角分别为 $\pm 6^\circ$。每个仿真通过 100 次 Monte Carlo 试验统计检测性能，每次试验正确检测出目标个数，即为正确检测，100 次 Monte Carlo 试验中正确检测的次数即为检测概率。

(1)等强双目标时，随着信噪比的降低，采样协方差矩阵特征值的变化和峰均功率比值的变化分别如表 1 和表 2 所示，可以看出，低信噪比时，特征值已经变得非常接近，无法明显区分信号特征值与噪声特征值，此时，由于 ET 方法仅利用特征值信息，其检测性能将受到很大影响。而 PAPRT 方法由于利用了特征向量对接收数据进行加权，在低信噪比时仍然可以正确区分信号与噪声，其检测性能优于 ET 方法。

表 1 等强双目标时采样协方差矩阵的特征值随信噪比的变化情况

特征值序号	SNR (dB) 20	10	0	−10	−20
1	952.7162	97.2765	11.6221	3.0465	2.3616
2	647.5557	67.1992	8.7639	2.5659	2.2334
3	2.1234	2.2244	2.2153	2.2303	2.1037
4	2.0868	2.1012	2.1142	2.1249	2.0504
5	1.9796	2.0121	1.9858	2.0195	1.9542
6	1.9091	1.9551	1.9123	1.9794	1.8715
7	1.8631	1.8836	1.8563	1.8314	1.7886
8	1.8440	1.7721	1.7875	1.7797	1.7302

表 2 等强双目标时峰均功率比值随信噪比的变化情况

峰均功率比序号	SNR (dB) 20	10	0	−10	−20
1	264.8125	128.1870	50.7364	18.1284	5.9725
2	237.3901	112.8920	44.2221	12.5171	4.3373
3	3.2829	3.4726	3.2224	4.9057	3.6140
4	3.0547	3.1958	3.1667	3.5278	3.2832
5	3.0117	3.1600	3.1305	3.1877	3.1933
6	2.9786	3.0239	3.1154	3.1276	3.1815
7	2.8193	2.8466	2.9995	3.0529	2.9857
8	2.7319	2.8011	2.9772	2.9276	2.8771

(2)等强双目标时检测概率随信噪比变化的曲线如图 2 所示，由图 2 可以看出，高信噪比时 AIC 检测性能下降，低信噪比时 MDL 检测性能下降，ET 方法折中了 AIC 和 MDL 的检测性能，低信噪比时，检测性能优于 MDL 低于 AIC，中高信噪比时，检测性能优于 AIC，文献[3]方法低信噪比时检测性能略优于 AIC，本文提出的 PAPRT 方法，低信噪比时，检测性能与文献[3]方法相当，中高信噪比时优于 ET 方法。

(3)由仿真(2)可知，信噪比为−10 dB 时，PAPRT 方法的检测概率达到 100%。对不等强度的双目标，在仿真中，固定 -6° 方向目标的信噪比为−10 dB，随着 6° 方向目标的信噪比从−10 dB 变化到 20 dB，两目标的强度差变大，采样协方差矩阵特征值的变

化如表 3 所示，可以看出，随着不等强双目标强度差的增大，仅有一个信号特征值与其他特征值明显区分开，另一个弱目标与噪声混在一起，这时就会出现低估。峰均功率比值受不等强双目标强度差的变化情况如表 4 所示，可以看出，随着目标强度差的加大，由于峰均功率比值利用了特征向量的信息，依然可以明显地区分信号与噪声。

表3 不等强双目标时采样协方差矩阵的特征值随信噪比的变化情况

特征值序号	6°方向目标的 SNR (dB)			
	−10 dB	0 dB	10 dB	20 dB
1	2.8948	10.3730	81.9372	800.7619
2	2.5992	2.7525	2.8524	2.8962
3	2.2429	2.2340	2.2186	2.1982
4	2.0549	2.1364	2.1381	2.1205
5	2.0099	2.0620	2.0613	2.0365
6	1.8946	1.9644	1.8841	1.9734
7	1.8616	1.9126	1.8350	1.9555
8	1.6665	1.8533	1.7551	1.8435

表 4 不等强双目标时峰均功率比值随信噪比的变化情况

峰均功率比序号	6°方向目标的 SNR (dB)			
	−10 dB	0 dB	10 dB	20 dB
1	17.2721	66.7510	187.9379	413.0838
2	15.3791	21.9611	21.1467	21.8033
3	3.2531	3.3652	3.1139	4.0000
4	3.2058	3.3353	2.9858	3.5709
5	3.1577	3.0800	2.9821	3.3957
6	2.9099	3.0782	2.9490	3.2852
7	2.8804	3.0639	2.8440	3.2102
8	2.8600	2.8382	2.8245	2.9057

(4)不等强双目标时检测概率随信噪比变化的曲线如图 3 所示，在仿真中，固定-6°方向目标的信噪比为-10 dB，横轴表示 6°方向目标的信噪比。由图 3 可以看出，随着不等强双目标强度差的增大，AIC 和 MDL 检测性能均下降，文献[3]方法检测性能严重下降，当目标强度差大于 16 dB 时文献[3]方法失效，ET 方法检测性能略有起伏，PAPRT 方法的检测性能最优，目标强度差较小时略优于 ET 方法，且不受目标强度差的影响。

(5) 3 个不等强度目标分别位于-6°，6°和 20°方向时的检测概率随信噪比变化的曲线如图 4 所示，在仿真中，固定-6°方向目标的信噪比为-10 dB，6°和 20°方向目标强度相等，横轴表示 6°方向目标的信噪比。由图 4 可以看出，随着目标强度差的增大，AIC 和 ET 检测性能下降，MDL 方法检测性能严重下降，文献[3]方法的检测性能严重下降，当目标强度差大于 12 dB 时文献[3]方法失效，PAPRT 方法的检测性能最优，目标强度差的增大对 PAPRT 方法的检测性能没有影响。

通过以上仿真分析可知，PAPRT 方法在低信噪比下对等强双目标的检测性能与 AIC 相当，优于 ET 和 MDL 方法，对不等强双目标的检测性能略优于 ET 方法，对不等强 3 个目标的检测性能明显优于 ET 方法，是一种在低、高信噪比下都有优良检测性能的稳健的多目标检测方法。

5 结束语

本文提出的 PAPRT 方法利用特征向量不受噪声变化影响的优点，用特征向量对接收数据进行加权，然后计算其峰均功率比，利用峰均功率比值与特征值在区分信号和噪声方面的一致性，通过一个假设检验过程，检测信号源个数。仿真结果表明，PAPRT 方法显著改善了文献[3]方法不能估计不等强多目标的缺点，且低信噪比下的检测能力与 AIC 相当，优于 ET 和 MDL 方法，是一种在低、高信噪比下都有优良检测性能的稳健的多目标检测新方法。

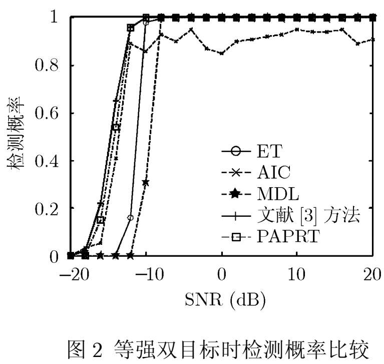

图 2 等强双目标时检测概率比较

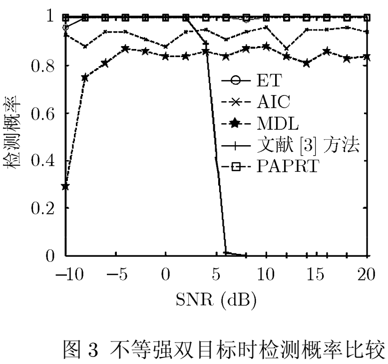

图 3 不等强双目标时检测概率比较

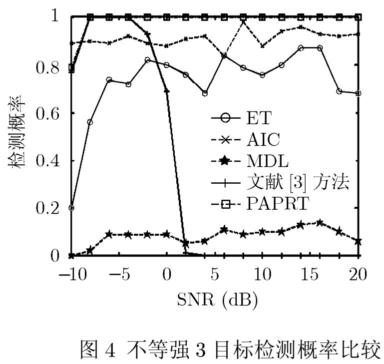

图 4 不等强 3 目标检测概率比较

参 考 文 献

[1] Nadler B. Nonparametric detection of signals by information

theoretic criteria performance analysis and improved estimator. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(5): 2746–2756.

[2] Tu Shi kui and Xu Lei. A study of several model selection criteria for determining the number of signals. 2010 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP), Dallas, TX, United States, 2010: 1966–1969.

[3] Gu J F, Wei P, and Tai H M. Detection of the number of sources at low signal-to-noise ratio. *IET Signal Processing*, 2007, 1(1): 2–8.

[4] Akaike H. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, 19(6): 716–723.

[5] Rissanen J. Modeling by shortest data description. *Automatica*, 1978, 14(5): 465–471.

[6] Zhang Qunfei, Ma Juan, and Huang Jianguo. An information theoretic criterion for source number detection using the eigenvalues modified by Gerschgorin radius. 5th IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop, Darmstadt, Germany, 2008: 400–403.

[7] Chen W, Wang K M, and Reilly J P. Detection of the number of signals: a predicted eigen-threshold approach. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1991, 39(5): 1088–1098.

[8] Nadakuditi R R and Silverstein J W. Fundamental limit of sample generalized eigenvalue based detection of signals in noise using relatively few signal-bearing and noise-only samples. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 14(3): 468–480.

[9] Wu H T, Yang J F, and Chen F K. Source number estimators using transformed Gerschgorin radii. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(6): 1325–1333.

[10] Wu H T. Source number estimators using Gerschgorin radii. Proceeding of the IEEE Region 10 Conference, Cheju, Korea, 1999: 1331–1334.

[11] Tufts D W and Kumaresan R. Estimation of frequencies of multiple sinusoids: making linear prediction perform like maximum likelihood. *Proceedings of the IEEE*, 1982, 70(9): 975–989.

[12] Wei Wang, Adali T, and Emge D. Subspace partitioning for target detection and identification. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(4): 1250–1259.

焦亚萌：　女，1981 年生，博士生，研究方向为阵列信号处理、空间谱估计和高分辨参数估计等.

黄建国：　男，1945 年生，教授，博士生导师，长期从事水下阵列信号处理、现代信号处理和水声通信等方面的研究工作.

侯云山：　男，1973 年生，博士生，研究方向为水声信号处理、主被动运动阵列合成等.