范建柯,师学明,吴时国等.基于子空间的二维大地电磁量子遗传反演法研究.地球物理学报,2011,54(10):2682~2689,DOI: 10.3969/j.issn.0001-5733.2011.10.025

Fan J K, Shi X M, Wu S G, et al. A study of 2-D magnetotelluric quantum genetic inversion algorithm based on subspace. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2011, **54**(10):2682~2689, DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2011.10.025

基于子空间的二维大地电磁量子遗传反演法研究

范建柯^{1,2},师学明³,吴时国¹,施 剑^{4,5}

1 中国科学院海洋研究所海洋地质与环境重点实验室,青岛 266071

2 中国科学院研究生院,北京 100049

3 中国地质大学(武汉)地球物理与空间信息学院,武汉 430074

4 国土资源部海洋油气与环境地质重点实验室,青岛 266071

5 青岛海洋地质研究所,青岛 266071

摘 要 量子遗传算法作为一种高效的优化算法,仍存在容易陷入局部极值的缺点.为提高算法的高效性,并探讨 将算法应用于大地电磁二维反演的可行性和有效性,本文对算法进行了改进,并通过一维两层 D 型和四层 HK 型 模型数值试验验证了改进的有效性.然后将改进后的算法引入二维大地电磁反演,在引入滑动子空间思想,同时只 考虑最简化反演条件的前提下,对一个简单的二维低阻地电模型进行了传统量子遗传算法和改进量子遗传算法的 反演,结果说明了将量子遗传算法引入基于子空间的二维大地电磁反演是可行的和有效的,而且改进的算法效果 要优于传统算法.最后对实测资料进行了反演,得到了比较好的结果.

关键词 大地电磁,二维反演,量子遗传算法,滑动子空间

DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2011.10.025

中图分类号 P631

收稿日期 2010-12-06,2011-09-09 收修定稿

A study of 2-D magnetotelluric quantum genetic inversion algorithm based on subspace

FAN Jian-Ke^{1, 2}, SHI Xue-Ming³, WU Shi-Guo¹, SHI Jian^{4, 5}

1 Key Laboratory of Marine Geology and Environment, Institute of Oceanology, Chinese Academy of Sciences, Qingdao 266071, China

2 Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

3 Institute of Geophysics & Geomatics, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China

4 The Key Laboratory of Marine Hydrocarbon Resource and Environmental Geology, Ministry of Land

and Resources, Qingdao 266071, China

5 Qingdao Institute of Marine Geology, Qingdao 266071, China

Abstract Quantum Genetic Algorithm is an excellent method. Nevertheless, there is a disadvantage to trap into the local minima for the conventional Quantum Genetic Algorithm. To advance the algorithm and probe the feasibility and effectiveness of the algorithm introduced into the magnetotelluric data 2D inversion, some improvements are made, whose effectiveness is testified through the inversion for 1D magnetotelluric two-layer (D-type) model and four-layer (HK-type) model. Then, the improved method is introduced into the magnetotelluric data 2D inversion. Based on the sliding subspace and the most simplified inversion condition, one typical 2D low-resistivity model is inversed using the conventional Quantum Genetic Algorithm and the improved Quantum Genetic Algorithm, respectively. The results indicate that it is feasible and

基金项目 湖北省自然科学基金计划青年杰出人才项目(2007065027)和中国海陆地质地球物理系列图(GZH200900504)项目资助.

作者简介 范建柯,男,1985年生,山东淄博人,2010年6月毕业于中国地质大学(武汉),获硕士学位.现在中国科学院海洋研究所攻读博士学位,方向是海洋地质.E-mail:fanjianke_8888@163.com

effective to apply the Quantum Genetic Algorithm to magnetotelluric 2D inversion based on the subspace method and the result from the improved method is better than the conventional method. Finally, the better result is also obtained for the field data.

Keywords MT, 2D inversion, Quantum Genetic Algorithm, Sliding subspace

1 引 言

大地电磁测深法(Magnetotelluric sounding,简称 MT)通过观测地面上天然电磁场的变化达到研究地层电学性质的目的.观测资料的反演是该方法的核心问题之一.目前一维和二维反演已非常成熟,三维正反演也在进行深入的研究.一维反演方法主要有高斯-牛顿法、马夸特法、广义逆反演法等,二维反演方法主要有快速松弛反演法^[1]、奥可姆反演法^[2,3]、非线性共轭梯度反演法^[4]等.但是上述方法属于线性化算法,容易依赖于初始模型、陷入局部极小等.因此,一些成熟的完全非线性反演方法如模拟退火法^[5]、遗传算法^[6]等,由于其无需求解偏导数矩阵,解除了对初始模型的依赖性,被引入到 MT 的反演中,取得了比较好的效果.

量子遗传算法(Quantum Genetic Algorithm, 简称 QGA)是量子计算和遗传算法相结合的优化算 法,由于其基于量子概率编码的并行性和隧道效应, 以及量子门的定向更新,可在一定程度上提高计算 效率和减小陷入局部极值的可能性,因此,该算法已 广泛应用于电力^[7~9]、图像处理^[10~12]等领域.罗红 明等^[13]已将量子遗传算法成功地应用于一维大地 电磁测深反演,取得了比较好的结果.

量子遗传算法虽然是一种高效的并行算法,但 它仍具有容易陷入局部极值,收敛速度慢等不足,对 此,研究者们提出了诸如多宇宙和量子变异^[14,15]、 分层分组^[16]、群体灾变和自适应搜索网格^[17]、基于 信息正反馈的岛屿模型和进化方程^[18]、基于量子位 Bloch坐标^[19]、角度编码染色体^[20]等思想对量子遗 传算法进行了改善.

本文在对常规量子遗传算法认真研究的基础上 对算法进行了有效的改进,并将其引入基于子空间 的二维 MT 反演,模型试验和实测资料反演均证明 了改进量子遗传算法对二维 MT 反演的可行性和 有效性.

2 量子遗传算法及其改进

2.1 量子遗传算法

量子遗传算法中,量子信息由量子位表示.如式 (1)所示.

 $|\Psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle, |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1,$ (1) 染色体可表示为:

$$\boldsymbol{Q}_{j}^{t} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1k} & \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2k} & \cdots & \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \cdots & \alpha_{mk} \\ \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1k} & \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2k} & \cdots & \beta_{m1} & \beta_{m1} & \beta_{m2} & \cdots & \beta_{mk} \end{bmatrix},$$
(2)

其中, Q_j^t 代表第t代、第j个个体的染色体,m为染 色体的基因个数,k为编码每一个基因的量子比 特数.

在量子遗传算法中采用量子门进行更新.在此, 我们选择量子旋转门G:

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix},\tag{3}$$

其中,θ为量子门的旋转角,取值为:

$$\theta = k * f(\alpha_j^i, \beta_j^i), \qquad (4)$$

式中, k 是搜索步长, 与算法收敛速度有关. 函数 $f(\alpha_j^i, \beta_j^i)$ 的作用是使算法朝着最优解的方向搜索, 取值如表 1 所示. 其中 d_j^{Opt} 为当前搜索到的最佳解 的第 j 个量子概率幅 $[\alpha_j^{\text{Opt}}, \beta_j^{\text{Opt}}]^{\text{T}}$ 元素的乘积, 即 表1 优化搜索函数 $f(\alpha_j^i,\beta_j^i)$ 取值表

Table 1 The value of optimizing search function $f(\alpha_i^i, \beta_i^i)$

$d_j^{ m Opt} > 0$	$d_j^{\operatorname{Cur}} > 0$	$f(\alpha_j^{\operatorname{Cur}},\beta_j^{\operatorname{Cur}})$			
		$\mid {\pmb \phi}_j^{ ext{Opt}} \mid > \mid {\pmb \phi}_j^{ ext{Cur}} \mid$	$\mid \pmb{\phi}_{j}^{ ext{Opt}} \mid < \mid \pmb{\phi}_{j}^{ ext{Cur}} \mid$		
真	真	+1	-1		
真	假	+1	+1		
假	真	-1	-1		
假	假	-1	+1		

更新算法为

$$F_{i}^{t}(t+1) = G(i,j,t) * t_{i}^{t}(t), \qquad (5)$$

式中, t 为进化过程中当前的代数, $t_j^i(t)$ 为当前代 的第 i 个个体的第 j 个量子位的概率幅, G(i, j, t)为在当前的量子旋转门, $t_j^i(t+1)$ 为更新后的量子 位的概率幅.

2.2 量子遗传算法的改进

根据对传统量子遗传算法的细致分析和讨论, 对算法进行以下改进:

(1)对于旋转角 θ 中搜索步长 k 的改进:传统量 子遗传算法中,搜索步长取为 $k = a \exp(-t/\max t)$, 其中 t 为进化代数, a 为任意指定的常数, 一般由试 验获得.本文考虑借鉴模拟退火算法中退火温度的 思想加速收敛速度, 同时引入波动阻尼振荡, 降低算 法陷入局部极值而无法自动跳出的可能性.具体令 $k = 2\pi 0.935' \cdot n$, 其中, t 为进化代数, n 为一个 0. 8~1.2 的随机数. 两种取值方案的收敛速度对比如 图 1 所示, 可以看出, 在相同的进化代数内, 本文提 出的方案收敛速度更快.

(2)量子遗传算法是量子计算与遗传算法相结 合的产物,也是一种模拟自然界物种进化机制的启 发式搜索算法,传统量子遗传算法中,每次迭代只允 许产生一个后代个体,不仅大大降低了染色体中所 蕴含信息的利用率,也不符合自然界的物种法则,因 此,本文借鉴"多胞胎"的概念,允许量子染色体产生

> 图 1 传统量子遗传算法和改进量子 遗传算法搜索步长曲线对比图

Fig. 1 The comparison between the conventional QGA and improved QGA

不只一个、而是两个甚至多个后代个体,这些个体具 有非常高的相似度,我们认为只有其中一个或少数 几个量子位不同,后代个体之间比较拟合度,只保留 最优秀的个体,作为更新后的染色体,这样就可以较 充分地利用每条量子染色体所携带的基因信息,提 高算法性能.

(3)常规量子遗传算法容易陷入局部极值,很大 程度上是由于搜索空间较大且固定,所需搜索的变 量大大增加,在染色体量子位进化到0或1时仍未 搜索到全局最优值,因此,引入弹性搜索空间机制, 每次迭代时自动调整搜索空间,很大程度上抑制了 常规量子遗传算法易早熟收敛的缺点.

改进量子遗传算法的具体流程如下:

①初始化:确定种群和记忆库的大小、遗传代数,根据各参数的取值范围计算量子位数目,所有的 量子位概率幅绝对值均取 1/√2,表示所有初始搜索 状态以等概率叠加;

②测量:对每个个体的每个量子概率幅进行观测,得到相应的二进制.具体过程为:随机产生一个[0,1]的数,若它小于概率幅的平方,则测量结果取0,否则取1;

③解码:将当前测量得到的二进制串根据参数 的弹性取值范围进行解码,得到各参数对应的十进 制值;

④正演:对每个个体的参数组合进行正演计算, 得到各个体的适应度值;

⑤排序、更新:根据适应度值将记忆库中个体与 当前个体综合排序,选出最优个体,判断是否满足终 止条件,若满足,则停止迭代,否则,执行下一步,同 时对记忆库进行更新;

⑥种群个体更新:根据式(3)计算量子旋转门, 并对种群中的个体进行更新,产生"多胞胎",优胜 劣汰;

⑦进入下一代循环,算法转至步骤(2)继续执行,直到满足终止条件或达到最大循环代数.

2.3 改进量子遗传算法的效果验证

为了验证改进量子遗传算法的效果,我们首先 选用一个大地电磁一维两层D型模型进行反演,与

表 2 反演的模型空间和分辨率

Table 2 Model space and resolution

层位	$ ho_{ m min} \ / \Omega { m m}$	$\rho_{\rm max} \ / \Omega m$	$\Delta ho / \Omega m$	$h_{\rm min}/{ m m}$	$h_{\rm max}/{ m m}$	$\Delta h/{ m m}$
1	1	1000	1	1	5000	1
2	1	1000	1	_	_	_

表 3 两层 D 型模型常规量子遗传算法和改进量子遗传算法反演结果

 Table 3
 Inversion results using conventional QGA and

improved QGA for two-layer (D-type) model

		真值	常规 QGA	改进一	改进二	改进三	改进 QGA
搜索平均值	$ ho_1/\Omega{ m m}$	100	103.2	104.1333	99.26667	104.3333	100.5667
	h_1/m	2000	613.3	2040.467	2063.9	2037.233	2019.833
	$ ho_2/\Omega{ m m}$	10	21.7	9.733333	10.16667	10.4	10.53333
搜索最优值	$ ho_1/\Omega{ m m}$	100	95	100	98	104	100
	h_1/m	2000	671	1901	1963	2039	1988
	$ ho_2/\Omega{ m m}$	10	19	10	10	10	10

常规量子遗传算法的反演结果进行比较.

模型参数为: $\rho_1 = 100 \Omega m$, $\rho_2 = 10 \Omega m$, $h_1 = 2000 m$,反演的模型空间和分辨率如表 2 所示. 迭 代次数为 50,种群个体数为 10,变异概率 0.01,"多 胞胎"概率 0.1. 取 30 次反演结果平均值作最终结 果,如表 3 所示,每次改进效果也在表 3 中——列出.

表 3 中,对比平均值和最优值,每一步对常规量 子遗传算法的改进都可以得到更好的结果,最终的 总体改进效果也说明了同样的问题.

对一个一维四层 HK 型模型进行反演,以验证 对算法的改进效果. 模型参数为: $\rho_1 = 100 \Omega m$, $h_1 = 600 m$, $\rho_2 = 20 \Omega m$, $h_2 = 1500 m$, $\rho_3 = 300 \Omega m$, $h_3 = 3000 m$, $\rho_4 = 10 \Omega m$. 迭代次数为 100,种群个体数为 20,变异概率 0.01,"多胞胎"概率 0.1,分辨率 1. 取 30 次反演结果平均值作最终结果,如表 4 所示.

对比表4中各参数的反演结果,由于等值性的 存在,第三层的电阻率不管常规方法还是改进方法 都有较大的误差,但对其他参数结果来说,改进量子 遗传算法得到的结果更接近真实值.

综上两个模型的反演试验,可以认为对常规量 子遗传算法的改进是成功的.

3 基于子空间的二维 MT 反演

3.1 子空间二维反演的思路

子空间思想最初由 Kennett^[21]引入地球物理反 演,Oldenburg^[22]对其进行了改进.子空间方法只需 对一个维数等于子空间维数的矩阵进行反演,这是 该方法与传统的高斯牛顿法相比的主要优点所在.

本文只考虑最简化条件,即一个测点对应一列 网格,于是子空间的大小即是参与反演的网格列数 的多少,当子空间的维数为一维时,就是传统的一维 反演,若子空间维数增加到与全部网格列数相同时,

表 4 四层 HK 型模型传统量子遗传算法和 改进量子遗传算法反演结果

 Table 4
 Inversion results using conventional QGA and improved QGA for four-layer (HK-type) model

		真值	常规量子 遗传算法	改进量子 遗传算法
	$ ho_1/\Omega m$	100	103.2	99.2
	h_1/m	600	613.3	596.7
	$ ho_2/\Omega{ m m}$	20	21.7	21.3
搜索平均值	h_2/m	1500	2140.7	1675.3
	$ ho_3/\Omega{ m m}$	300	228	218.7
	h_3/m	3000	2496.0	2921.3
	$ ho_4/\Omega{ m m}$	10	11.4	11.1
搜索最优值	$ ho_1/\Omega m$	100	95	102
	h_1/m	600	671	645
	$ ho_2/\Omega{ m m}$	20	19	20
	h_2/m	1500	1806	1815
	$ ho_3/\Omega{ m m}$	300	143	362
	h_3/m	3000	2913	3030
	$ ho_4/\Omega { m m}$	10	9	10



Fig. 2 The sketch map of the 2D model

则演变为传统的全空间反演.现以如图 2 所示的二 维模型,即一条测线为例说明本文子空间反演的思 路.若在此测线上有 10 个测点,则将地面以下需反 演空间剖分为 10 列网格,子空间每次向前滑动一个 测点.如第一次反演时子空间为 1、2、3 测点,第二次 时就变为 2、3、4,依次滑动下去,直到最终反演结 束.因此,本文的子空间方法实质上属于滑动子空间 方法,可以保证除边界外的每列网格都能被反演至 少两次,充分利用每个测点的观测数据所包含的除 测点正下方网格外的子空间其他网格的网格参数信 息,反演完成后对结果进行一定的处理,可以保证反 演结果的准确性.同时,在反演中,只对子空间内中 间测点的视电阻率观测数据进行拟合,保留中间网 格的结果作为一部分,其他网格的结果作为另一部 分,最终的反演结果则按照一定的比例叠加,叠加后 的结果更准确、更合理.

3.2 模型试验

选取目标函数为:

 $\phi(m) = \phi_d(m) + \mu \phi_m(m),$ (6) 其中, $\phi_d(m)$ 为数据拟合差, $\phi_m(m)$ 为模型拟合差, μ 为正则化因子.

如图 3 所示,地下 1 km 深度处存在一个低阻 异常体,电阻率为 10 Ωm,尺寸为 1 km×1 km,背景 为 100 Ωm. 选取如下所示的 20 个频点,分别为: 100、75、50、25、12.5、10、7.5、5、2.5、1.25、1、0.75、 0.5、0.25、0.125、0.1、0.075、0.05、0.025、0.01,单 位为 Hz. 网格采用不等间距剖分,总体剖分为 20× 16 的网格,异常体剖分为 6×4 的网格.

网格具体剖分为:

Z 轴(m):100 100 300 300 100 100 100 100 300 300 100 100 100 100 300 500 1000 3000 5000 10000





TE模式下所加空气层网格剖分(从上到下)依次为:10000 5000 3000 1000 500 3000 1000 500 3000 1000 m.

如图 3 所示的低阻异常体的正演视电阻率等值 线如图 4 所示.

反演时需确定子空间的大小,即同时反演测点 的个数.

对视电阻率等值线图进行分析.在图 4b 中,异 常体的横向影响范围大致为-1500~1500 m,而异 常体的横向尺寸为 1000 m,也就是说,异常体的横 向影响范围为其本身横向尺寸的 3 倍左右距离,同 时考虑子空间的对称性,初步确定子空间的大小为 5 个测点或 7 个测点的范围.同时,为更进一步验证 改进量子遗传算法相对于传统量子遗传算法的高效 性,分别对模型进行两种算法的反演.

子空间为 5 测点大小进行反演时,改进和传统 量子遗传算法各反演参数共同取值如下:种群个体数 20,遗传代数 100,变异概率 0.01,产生"多胞胎" 概率 0.1,分辨率 1,反演结果如图 5 所示.





图 5 子空间为 5 测点大小时的改进量子遗传算法(a)和传统量子遗传算法(b)反演结果 红色矩形代表异常体真实位置.

Fig. 5 The inversion results using improved (a) and conventional (b) QGA, respectively The red rectangle shows the true position of the anomalous body.



图 6 子空间为 7 测点大小时的改进量子遗传算法(a)和传统量子遗传算法(b)反演结果 红色矩形代表异常体真实位置.

Fig. 6 The inversion results using improved (a) and conventional (b) QGA, respectively The red rectangle shows the true position of the anomalous body.



图 7 改进量子遗传算法反演结果(a)和常规反演结果(b)对比 Fig. 7 Improved QGA inversion results (a) and traditional inversion results (b)

子空间为7测点大小进行反演时,量子遗传算 法各反演参数取值如下:种群个体数30,遗传代数 150,变异概率0.01,产生"多胞胎"概率0.1,分辨率 1,反演结果如图6所示.

对比图 5a 和 5b,可以看出,图 5b 中显示有大片低阻区域,电阻率值也较高,表明算法没有完全收敛,说明改进算法的效果要优于传统算法.图 6 中也显示有类似特征.

综合图 5 和图 6,可以看出,子空间不管选为 5 个测点大小还是 7 个测点大小,反演结果都比较准确,既得到了非常准确的背景值,异常体的范围和电 阻率值也符合真实值,因此可以认为改进的量子遗 传算法应用于基于子空间的二维 MT 反演是成 功的.

在反演过程中,当子空间为7个测点大小时,反 演的模型参数要大大多于子空间为5个测点大小 时,所需要的种群个体数和遗传代数也大大增加,这 样既增加了反演的时间,也增加了反演难度,同时效 果并没有非常明显的提高.因此在下面实测资料的 反演中我们采用5测点大小的子空间.

3.3 实测资料的反演

本文选用的实测资料来自江西省鄱阳湖某地区的 MT 实测数据.资料采集采用的是加拿大凤凰公司生产的 V5-2000 大地电磁测深仪器.

选取该区一条大地电磁测线(称之为 G 测线) 上的 15 个测点(测点号为 1-14,17)的 MT 资料做 反演.为减少反演的难度,每个测点下方只划分一列 网格,量子遗传算法各反演参数取值如下:种群个体 数 20,遗传代数 100,变异概率 0.01,产生"多胞胎" 概率 0.1,分辨率 1.图 7a 为改进量子遗传算法的反 演结果,并与图 7b 表示的常规反演结果对比,可见 两者结果基本一致,说明算法具有一定的实用潜力.

4 结 论

本文在深入研究量子遗传算法基本原理的基础 上,对常规量子遗传算法存在的不足进行了改进,并 通过一维 D 型和四层 HK 型模型的反演验证了改 进的有效性.利用滑动子空间的概念进行了常规量 子遗传算法和改进量子遗传算法的二维 MT 反演, 无论模型试验还是实测数据,都得到了比较好的结 果,证明了量子遗传算法在参数较多时仍具有较好 的收敛性.但仍存在某些不足,如反演时间过长,在 MATLAB7.0的环境下需 10~20h,反演时模型空 间划分较简单.但总体上,本文的工作是成功的,希 望能为以后二维乃至三维 MT 的反演提供新的思 路和方法.

参考文献(References)

- Smith J T, Booker J R. Rapid inversion of two- and threedimensional magnetotelluric data. J. Geophys. Res., 1991, 96(B3): 3905~3922
- [2] Constable S C, Parker R L, Constable C G. Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 1987, 52(3): 289~300
- [3] DeGroot-Hedlin C, Constable S C. Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data. Geophysics, 1990, 55(12):1613~1624
- [4] Rodi W, Mackie R L. Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion. *Geophysics*, 2001, 66(1): 174~187
- [5] 师学明,王家映.一维层状介质大地电磁模拟退火反演法. 地球科学-中国地质大学学报,1998,23(5):542~546
 Shi X M, Wang J Y. One dimensional, magnetotelluric sounding inversion using simulated annealing. *Earth Science-Journal of China University of Geosciences* (in Chinese), 1998,23(5):542~546
- [6] 师学明,王家映,张胜业等.多尺度逐次逼近遗传算法反演 大地电磁资料.地球物理学报,2000,43(1):122~130
 Shi X M, Wang J Y, Zhang S Y, et al. Multiscale genetic algorithm and its application in magnetotelluric sounding data inversion. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2000, 43(1): 122~130
- [7] 娄素华,吴耀武,彭 磊等.量子进化算法在电力系统无功 优化中的应用.继电器,2005,33(18):30~35
 Lou S H, Wu Y W, Peng L, et al. Application of quantuminspired evolutionary algorithm in reactive power optimization. *Relay* (in Chinese), 2005, 33(18): 30~35
- [8] 伍亚萍,陈海焱,李大鹏等.基于量子进化算法的配电网开 关优化配置研究.现代电力,2006,23(3):21~25
 Wu Y P, Chen H Y, Li D P, et al. Switches optimal location scheme based on quantum evolution algorithm in distribution system. *Modern Electric Power* (in Chinese), 2006,23(3): 21~25
- [9] 侯云鹤,鲁丽娟,熊信艮等.量子进化算法在输电网扩展规划中的应用.电网技术,2004,28(17):19~23
 Hou Y H, Lu L J, Xiong X Y, et al. Application of quantum-inspired evolutionary algorithm in transmission network expansion planning. *Power System Technology* (in Chinese), 2004,28(17):19~23
- [10] 邵桂芳,李祖枢,刘 恒等.基于遗传量子的自适应图像分 割算法.计算机工程,2005,31(22):189~191
 Shao G F, Li Z S, Liu H, et al. Adaptive image segmentation algorithm based on genetic quantum. *Computer*

10 期

Engineering (in Chinese), **31**(22): 189~191

- [11] 李 映, 焦李成. 一种有效的基于并行量子进化算法的图像 边缘检测方法. 信号处理, 2003, 19(1): 69~74
 Li Y, Jiao L C. An effective method of image edge detection based on parallel quantum evolutionary algorithm. Signal Processing (in Chinese), 2003, 19(1): 69~74
- [12] 杨俊安,解光军,庄镇泉等.量子遗传算法及其在图像盲分离中的应用研究.计算机辅助设计与图形学学报,2003,15
 (7):847~852

Yang J A, Xie G J, Zhuang Z Q, et al. Quantum genetic algorithm and its application to blind image separation. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics (in Chinese), 2003, **15**(7): 847~852

- [13] 罗红明,王家映,朱培民等.量子遗传算法在大地电磁反演中的应用.地球物理学报,2009,52(1):260~267
 Luo H M, Wang J Y, Zhu P M, et al. Quantum genetic algorithm and its application in magnetotelluric data inversion. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2009, 52(1): 260~267
- [14] 杨俊安,庄镇泉. 多宇宙并行量子衍生遗传算法研究. 计算机工程与应用, 2004, 40(20): 23~26
 Yang J A, Zhuang Z Q. Research of multi-universe parallel quantum-inspired genetic algorithm. Computer Engineering and Applications (in Chinese), 2004, 40(20): 23~26
- [15] 杨俊安,庄镇泉,史 亮. 多宇宙并行量子遗传算法. 电子 学报,2004,32(6):923~928
 Yang J A, Zhuang Z Q, Shi L. Multi-universe parallel quantum genetic algorithm. Acta Electronica Sinica (in Chinese), 2004,32(6):923~928
- [16] 郭海燕,金炜东,李 丽等.分组量子遗传算法及其应用. 西南科技大学学报(自然科学版),2004,19(1):18~21

Guo H Y, Jin W D, Li L, et al. Classified quantum genetic algorithm and its application. Journal of Southwest University of Science and Technology (in Chinese), 2004, $19(1): 18 \sim 21$

- [17] 范晓志, 扈 鹏. 基于改进量子遗传算法的有源噪声控制方法. 海军工程大学学报, 2007, 19(1): 61~64
 Fan X Z, Hu P. Active noise control method based on a new quantum genetic algorithm. *Journal of Naval University of Engineering* (in Chinese), 2007, 19(1): 61~64
- [18] 许 波,李智勇,王 永.改进型量子遗传算法求解机器人 联盟问题.计算机工程与应用,2009,45(4):38~41
 Xu B, Li Z Y, Wang Y. Improved quantum genetic algorithm for robot coalition problem. *Computer Engineering and Applications* (in Chinese), 2009, 45(4): 38~41
- [19] 李 欣,程春田,曾 筠. 基于改进量子遗传算法的过程神经元网络训练. 控制与决策,2009,24(3):347~351
 Li X, Cheng C T, Zeng Y. Training of process neural networks based on improved quantum genetic algorithm. *Control and Decision* (in Chinese), 2009,24(3):347~351
- [20] 高颖慧,沈振康.角度编码染色体量子遗传算法.计算机工程与科学,2009,31(3):75~79
 Gao Y H, Shen Z K. An angle-coding chromosome quantum genetic algorithm. *Computer Engineering & Science* (in Chinese), 2009,31(3):75~79
- [21] Kennett B L N, Williamson P R. Subspace methods for largescale nonlinear inversion. In: Marhemmical Geophysics: A Survey of Recent Developments in Seismology and Geodynamics, 1988. 139~154
- [22] Oldenburg D W, McGillivray P R, Ellis R G. Generalized subspace methods for large-scale inverse problems. *Geophys. J. Int.*, 1993, 114(1): 12~20

(本文编辑 胡素芳)