

## SAR 系统分辨率对景象匹配概率的影响

李大朋 曾涛 姚迪\*

(北京理工大学信息科学技术学院 北京 100081)

**摘要:** 该文阐述了SAR系统分辨率对图像功率谱的影响。基于负指数函数模型,对SAR图像1维周向功率谱进行了理论建模,推导出匹配信噪比与系统分辨率之间的关系。从自相关函数方面入手,推导出SAR系统分辨率与独立像元数的理论关系公式,进而分析了SAR系统分辨率对图像独立像元数的影响。最终建立了SAR系统参数与匹配概率之间的联系。通过仿真分析及真实SAR图像的试验,结果表明:该理论模型可以很好地描述SAR系统分辨率与匹配信噪比和图像独立像元数之间的关系,为基于SAR的景象匹配自主导航系统的参数设计提供理论基础。

**关键词:** 合成孔径雷达;景象匹配;正确匹配概率;匹配信噪比;独立像元数

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)10-2471-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00105

## The Influence of SAR System Resolution to the Probability of Scene Matching

Li Da-peng Zeng Tao Yao Di

(School of Information Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** The influence of SAR system resolution to the image power spectrum density is represented. The one-dimensional circular power spectrum of SAR image is modeled based on negative exponent function and the relationship between the SNR of scene matching and the system resolution is deduced. The equations of SAR system resolution and independent pixel number are deduced from the autocorrelation function. The impact of SAR resolution to the independent number is analyzed in theory. Finally the relationship between SAR system parameters and acquisition probability is established. The simulation and experiment show that the model could describe the relationship among the SAR system resolution and the SNR of scene matching and the image independent pixel number very well. It provides the theoretical basis for the parameter design of scene matching trimble autopilot based on SAR.

**Key words:** SAR; Scene matching; Acquisition probability; SNR of scene matching; Independent pixel number

### 1 引言

景象匹配是利用飞行器上的传感器实时获取地面图像数据,并与存贮在计算机中的基准图像数据进行比较,以获取飞行器的当前位置,从而达到导航定位的作用,在军事领域中具有重要的应用。

Johnson<sup>[1]</sup>对景象匹配算法性能进行了深入的理论研究,奠定了景象匹配算法性能研究的理论基础。在此基础上一些学者对匹配概率进行了广泛的研究,文献[2]给出了景象区域适配性技术的基本模型、国内外发展现状以及目前有待于继续完善的若干问题;文献[3]分析了传统求取独立像元数方法存在的不足,建立了基于图像区域相关求解图像独立像元数的方法;文献[4]围绕减小几何畸变和提高匹

配概率两个目标剖析SAR景象区域适配性的影响要素。在此基础上,以限制几何畸变,优化图像特征为原则构建了SAR景象适配区选择模型,为选择高性能的SAR景象适配区提供参考。文献[5]对景象匹配的独立像元数和匹配精度进行了分析。文献[6]定义了雷达景象的“贡献像元数”,利用贡献像元数和理论推导,得出了雷达景象匹配概率。

总的来看,目前大部分有关景象匹配的研究,多集中在基于光学传感器的景象匹配,针对基于SAR系统的很少,而且侧重点在正确匹配概率及匹配精度的理论分析与仿真实验,没有在SAR成像系统参数与景象匹配概率之间建立联系,这样不利于基于SAR传感器的景象匹配系统的参数设计。

本文先从SAR系统成像模型出发,给出了正侧模式下SAR图像功率谱与系统分辨率的数学关系。通过对实时图及匹配噪声的1维周向功率谱建模,

获得匹配信噪比与SAR系统分辨率的数学关系。由SAR图像功率谱与其自相关函数是一对傅里叶变换,推导出SAR系统分辨率与图像独立像元数关系的理论表达式。进而根据Johnson假设,建立了SAR系统参数与景象匹配概率之间的联系。

## 2 SAR系统分辨率与图像功率谱

SAR强度图像实质上是对地物RCS的测量<sup>[7]</sup>,可以看成如下2维卷积过程:

$$\hat{\sigma}_0(x, y) = M^2 \sigma_0(x, y) ** h(x, y) \quad (1)$$

其中\*\*为2维卷积,  $M$ 为SAR系统及成像过程带来的线性调制,  $\sigma_0(x, y)$ 为地物真实RCS值,  $\hat{\sigma}_0(x, y)$ 为RCS的估计值,  $h(x, y)$ 为SAR系统的2维点目标扩展函数。近似有  $h(x, y) = h_a(x)h_r(y)$ , 其中

$$\left. \begin{aligned} h_a(x) &= L_s e^{-j\frac{2\pi}{\lambda R}x^2} \text{sinc}[\pi(x/\rho_a)] \\ h_r(y) &= \tau e^{-j\frac{1}{2}K_r(2y/c)^2} \text{sinc}[\pi(y/\rho_r)] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式(2)中的  $L_s$  为合成孔径宽度,  $\lambda$  为波长,  $R$  为斜距,  $K_r$  为线性调频斜率,  $c$  为光速,  $\rho_r, \rho_a$  分别为距离向和方位向的分辨率。

当飞行器沿航迹逆向运动时,位于斜距  $(X, R)$  处的局部成像区域,由若干点目标组成,复反射率可以看成是一个连续的复反射函数  $s(x, y)$ , 则接收信号电压可以表示为

$$\begin{aligned} \xi(x, y) &= \iint E(x, y, X, R) dR dX \\ &= K \iint s(X, R) h_r(y - R) h_a(x - X) dR dX \\ &= K s(x, y) ** h(x, y) \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $K$  为发射增益、距离衰减、插损、天线增益等系统调制系数。

考虑存在测量噪声的情况,则接收信号电压  $\xi(x, y) = K[s(x, y) + n(x, y)] ** h(x, y)$ , 其中  $s(x, y)$  与噪声  $n(x, y)$  为相互独立的2维平稳随机过程。

接收信号的自相关函数为

$$\begin{aligned} R_\xi(m, n) &= E[\xi(x + m, y + n)\xi^*(x, y)] \\ &= K^2 [R_s(m, n) + R_n(m, n)] ** R_h(m, n) \end{aligned} \quad (4)$$

根据维纳-辛钦定理,式(4)的傅里叶变换为

$$S(\omega_a, \omega_r) = K^2 [S_s(\omega_a, \omega_r) + S_n(\omega_a, \omega_r)] \cdot H^2(\omega_a, \omega_r) \quad (5)$$

其中  $S_s(\omega_a, \omega_r), S_n(\omega_a, \omega_r)$  分别为地物反射率和噪声的功率谱,  $H(\omega_a, \omega_r)$  为点目标扩展函数的频谱。

由式(2)可知SAR系统点目标扩展函数频谱具有近似如下形式:

$$H(\omega_a, \omega_r) = \begin{cases} H, & |\omega_a| < \frac{\pi B_a}{V_s}, |\omega_r| < \frac{2\pi B_r}{c} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

其中  $H$  为与系统有关的常数,  $V_s$  为平台方位向速度,  $B_a, B_r$  分别为系统方位向和距离向带宽(单位 Hz), 其与SAR系统分辨率的关系为  $\rho_a = D/2 = V_s / (2\pi B_a), \rho_r = c / (\pi B_r)$ 。

由此可见,SAR幅度图像的功率谱近似为地物反射率功率谱和噪声功率谱叠加后,经SAR成像系统点目标扩展函数低通滤波后的输出。SAR成像系统分辨率数值与此低通滤波器的带宽成反比,从而影响SAR图像功率谱的分布及其自相关函数,进而影响匹配信噪比、独立像元数以及匹配算法性能。

## 3 分辨率对景象匹配概率的影响

设理想地物反射率为2维平稳随机过程  $s(x, y)$ 。基准图与实时图可以认为是附加了平稳噪声的随机过程经SAR成像系统后的输出(忽略调制系数),形式如下:

$$\left. \begin{aligned} A_{\text{refer}} &= [s(x, y) + n_{\text{refer}}(x, y)] ** h(x, y) \\ A_{\text{real}} &= [s(x, y) + n_{\text{real}}(x, y)] ** h(x, y) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

根据Johnson假设<sup>[1]</sup>,匹配噪声定义为:参考图与实时图之间的差异,即

$$\begin{aligned} n(x, y) &= A_{\text{refer}} - A_{\text{real}} \\ &= [n_{\text{refer}}(x, y) - n_{\text{real}}(x, y)] ** h(x, y) \end{aligned} \quad (8)$$

匹配信噪比定义为:实时图功率与匹配噪声功率之比,即

$$\begin{aligned} \text{SNR} &= \frac{\text{var}(A_{\text{real}})}{\text{var}(n)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [S(\omega_x, \omega_y) \\ &\quad + N_{\text{real}}(\omega_x, \omega_y)] H^2(\omega_x, \omega_y) d\omega_x d\omega_y \\ &\quad / \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} N(\omega_x, \omega_y) H^2(\omega_x, \omega_y) d\omega_x d\omega_y \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $S(\omega_x, \omega_y)$  为  $s(x, y)$  的功率谱,  $N_{\text{real}}(\omega_x, \omega_y)$  为实时图噪声功率谱,  $N(\omega_x, \omega_y)$  为匹配噪声功率谱,  $H(\omega_x, \omega_y)$  为SAR系统点目标扩展函数的频谱。

归一化互相关匹配算法的正确匹配概率的理论计算公式如式(10),具体说明详见参考文献[8]:

$$\begin{aligned} P_c &= \frac{1}{\sqrt{\pi} 2^Q} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-z^2) \\ &\quad \times \left[ 1 + \text{erf} \frac{\sqrt{N} \cdot \text{SNR} + z \cdot \sqrt{2 + 4\text{SNR}}}{\sqrt{2(\text{SNR} + 1)}} \right]^Q dz \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $\text{erf}(\cdot)$  为误差函数,SNR为式(9)定义的实时图相对于基准图的信噪比,  $Q$  表示独立的非匹配位置的数目,  $N$  为图像的独立像元数,其理论意义为参与运算的相互独立的数据个数。

当固定式(10)中的其他参数时,正确匹配概率分别为SNR的单调递增函数,  $N$  的单调递增函数。

因此,通过分析SAR成像系统分辨率对SNR和 $N$ 的影响,就可得到其对正确匹配概率的影响。

### 3.1 分辨率与匹配信噪比

研究表明<sup>[9]</sup>,通常图像的1维功率谱包络近似呈双边负指数形状。因此,我们以双边负指数函数对实时图的1维周向功率谱和匹配噪声的1维周向功率谱建模。

设实时图1维功率谱包络为

$$[S(\omega) + N_{\text{real}}(\omega)]H^2(\omega) = \beta e^{-\alpha|\omega|}[U(\omega - B/2) - U(\omega + B/2)] \quad (11)$$

相应的匹配噪声1维功率谱包络为

$$N(\omega)H^2(\omega) = b e^{-a|\omega|}[U(\omega - B/2) - U(\omega + B/2)] \quad (12)$$

其中 $\alpha$ 和 $a$ 分别为地物场景和噪声功率谱的衰减系数。当 $\alpha$ 较大时,双边负指数曲线衰减较快,说明图像高频功率较少,图像纹理较为平滑。同理, $a$ 较大时,说明匹配图像对之间的细节差异不多。 $U(\cdot)$ 为单位阶跃响应, $B$ 为点目标扩展函数频谱在该方向上的带宽,它与分辨率 $\rho$ 的关系为 $B = 2\pi/\rho$ ,这里假设方位向与距离向的空间与系统分辨率均相等。

根据式(9)有

$$\text{SNR} = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_{-B/2}^{+B/2} \beta e^{-\alpha|\omega|} d\omega}{\frac{1}{2\pi} \int_{-B/2}^{+B/2} b e^{-a|\omega|} d\omega} = \frac{(\beta/\alpha)(1 - e^{-\alpha B/2})}{(b/a)(1 - e^{-aB/2})}, \quad \beta > b, \alpha > a \quad (13)$$

可以证明式(13)为 $B$ 的单调递减函数,同时也是 $\rho$ 的单调递增函数。

通常匹配图像是离散的,且经过去直流处理,因此匹配图像功率谱的0频处功率为0,则有

$$\text{SNR} = \frac{\sum_{k=1}^{M-1} \frac{\beta}{\rho} e^{-\alpha \left| \frac{2\pi k}{M\rho} \right|}}{\sum_{k=1}^{M-1} \frac{b}{\rho} e^{-a \left| \frac{2\pi k}{M\rho} \right|}} \approx \frac{\beta}{b} \frac{\left[ \frac{(1 - e^{-\alpha B/2})}{(1 - e^{-\alpha B/M})} - 1 \right]}{\left[ \frac{(1 - e^{-aB/2})}{(1 - e^{-aB/M})} - 1 \right]} \quad (14)$$

显然,式(14)为式(13)离散化的积分近似解,因此也是 $B$ 的单调递减函数。

综上所述,对于1维功率谱呈双边负指数形状的SAR图像,其匹配信噪比随着SAR系统分辨率的降低而增加。这是因为分辨率降低导致点目标扩展函数的频谱带宽变窄,从而滤除了图像一定量的高频成分。然而,待匹配图像的高频成分恰恰是图像间差异的体现。滤除一定的高频分量后,实时图与参考图的差异减少,因此匹配信噪比提高。匹配信噪比的提高使匹配概率也随之提高。

### 3.2 分辨率与独立像元数

景象匹配的独立像元数通常是利用自相关长度

来计算的。自相关长度的定义为图像自相关系数下降到 $e^{-1} = 0.3679$ 时的位移增量,并认为图像数据中凡是相隔此长度的两个像素之间相互独立<sup>[8]</sup>。

对于2维情况,独立像元数为 $N \triangleq (N_x/L_x) \cdot (N_y/L_y)$ ,其中 $N_x, N_y$ 是2维图像在横向和纵向方向上的像素个数,而 $L_x, L_y$ 是对应于横向和纵向方向上的离散相关长度。

由于图像功率谱与其自相关函数是一对傅里叶变换,因此SAR系统分辨率的变化在影响功率谱的同时也会影响图像的自相关函数,从而导致图像独立像元数的变化。

设参考图1维周向功率谱包络具有近似如下形式(其中包含了测量噪声的功率谱):

$$S_{s+n}(\omega) = \beta e^{-\alpha|\omega|}, \quad |\omega| < B/2 \quad (15)$$

根据维纳-辛钦定理,其自相关函数为

$$R_B(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \beta e^{-\alpha|\omega|} [U(\omega - B/2) - U(\omega + B/2)] e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{\beta [\alpha \cos(B\tau/2) e^{-B\alpha/2} - \tau \sin(B\tau/2) e^{-B\alpha/2} - \alpha]}{\pi(\alpha^2 + \tau^2)} \quad (16)$$

归一化自相关函数<sup>[10]</sup>写成 $\rho$ 的函数为

$$\gamma_\rho(\tau) = \frac{R(\tau)}{R(0)} = \frac{\alpha [\alpha - \alpha \cos(\pi\tau/\rho) e^{-\pi\alpha/\rho} + \tau \sin(\pi\tau/\rho) e^{-\pi\alpha/\rho}]}{(\alpha^2 + \tau^2)(1 - e^{-\pi\alpha/\rho})} \quad (17)$$

实际匹配时的数据是离散数字序列,其归一化自相关函数是式(17)以分辨率 $\rho$ 为间隔的离散采样,形式如下:

$$\hat{\gamma}_\rho(n) = \frac{\alpha^2 [1 - \cos(n\pi) e^{-\pi\alpha/\rho}]}{[\alpha^2 + (n\rho)^2] (1 - e^{-\pi\alpha/\rho})} = \begin{cases} \frac{\alpha^2}{[\alpha^2 + (n\rho)^2]}, & n \text{ 为偶数} \\ \frac{\alpha^2 (1 + e^{-\pi\alpha/\rho})}{[\alpha^2 + (n\rho)^2] (1 - e^{-\pi\alpha/\rho})}, & n \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (18)$$

可以证明有 $\hat{\gamma}_\rho(n) > \hat{\gamma}_{m\rho}(n)$ ,其中 $m$ 为大于1的正整数,是分辨率降采样的倍数。

由此可见,SAR图像分辨率的降低使其归一化自相关函数的离散采样值下降速度更快。这是因为虽然带宽的降低使自相关函数变宽,下降速度减慢,但由于采样间隔的增加,使采样到的自相关函数值下降的趋势超过了函数展宽后自身下降减慢的趋势。因此,图像分辨率的降低使其离散的自相关函数更陡峭。这也可以理解为空间采样间隔的增大,使像素之间的独立性增强。

根据独立像元数的定义可得，独立像元数与分辨率的关系为

$$\left. \begin{aligned} W &= M_\rho \cdot \rho \\ L &= \gamma_\rho^{-1}(e^{-1}) \\ N &= W/L \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

其中  $M_\rho$  为分辨率等于  $\rho$  时的图像数字序列长度， $W = M_\rho \rho$  是成像场景的宽度， $L$  为  $\gamma_\rho(\tau) = e^{-1}$  时的相关位移。

由于根据式(17)求解  $L$ ，需要用数值方法解复杂的非线性方程。为了便于工程估算，故以其离散形式式(18)中  $n$  为偶数时的表达式代替连续的归一化自相关函数，求得近似的离散相关长度的解析解：

$$n_L = \hat{\gamma}_\rho^{-1}(e^{-1}) = 1.311\alpha / \rho \quad (20)$$

其中  $n_L$  为图像的离散相关长度，它表示图像内相隔  $n_L$  的像素之间相互独立。需要说明的是这种近似的精度较高，其与  $n$  为奇数时的偏差基本可以忽略。

根据式(20)可进一步求得通过  $n_L$  估计的近似的连续自相关函数的相关长度：

$$\hat{L} = 1.311\alpha \quad (21)$$

这表明实际场景的真实相关长度与雷达系统及其分辨率无关，仅与  $\alpha$  有关。进一步说明了  $\alpha$  是刻画地物场景特征的模型参数。

由式(19)可得图像独立像元数的近似表达为

$$\hat{N} = W / \hat{L} = W / 1.311\alpha \quad (22)$$

当场景大小固定时，此表达式容易让人误解为独立像元数近似为常数。实际上，式(22)仅在满足一定条件下才成立。具体说明如下：

考虑地物均匀分布的场景，如图 1 所示。整个场景的一边，被长度  $\hat{L}$  分割为  $N$  个相互独立的子区域， $\hat{L}$  近似为真实地物场景的相关长度。根据独立像元的定义，每个子区域内的像素与其他子区域的像素之间相互独立。

考虑 3 种情况：

(1) 当  $\rho = \rho_1 \leq \hat{L}/2$  时，根据式(20)计算的  $n_L \geq$

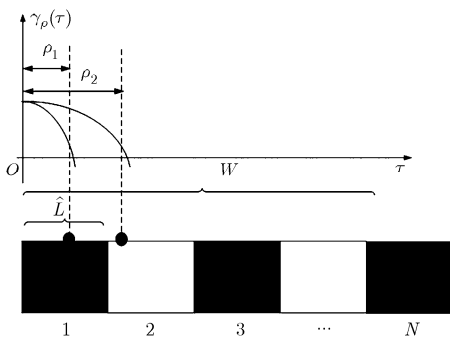


图 1 均匀分布场景采样示意图

2, 此时 SAR 系统以  $\rho_1$  为采样间隔对场景采样成像。由于采样间隔小于独立子区域的长度，因此所得图像的像素之间不互相独立。所以，对于地物分布均匀的场景，通过增加 SAR 系统的分辨率在理论上不会增加独立像元个数，反而会增加数据之间的相关性；

(2) 当  $\hat{L}/2 < \rho = \rho_1 < \hat{L}$  时， $1 < n_L < 2$ ，此时式(20)要求  $n$  为偶数的条件已无法满足，所估算的结果会有偏差，但仿真实验表明，这种偏差是可以忽略和容忍的。此时近似有 SAR 系统采样间隔小于独立子区域长度，独立像元数近似不变；

(3) 当  $\rho = \rho_2 \geq \hat{L}$  时， $n_L < 1$ ，根据式(17)计算的 SAR 系统连续的自相关函数将进一步展宽，可以证明其相关长度  $L$  将超过  $\hat{L}$ ，即  $L > \hat{L}$ ，证明略。此时系统的相关长度  $L$  已经超过了地物场景的真实相关长度  $\hat{L}$ ，这使独立像元数的计算公式变为

$$N = W / L \quad (23)$$

此时， $L$  会随着  $\rho$  的增大而相应增大，最终导致独立像元数  $N$  的减少。

综上所述，对于地物均匀分布的场景，SAR 图像在高分辨率时的独立像元数，理论上近似为常数。当系统分辨率  $\rho$  超过地物真实相关长度时，会使系统连续自相关函数展宽，相应的系统自相关长度超过场景真实自相关长度，从而导致独立像元数减少。因此，降低系统分辨率虽然可以减小 SAR 系统带宽，在一定程度上滤除参考图与实时图之间的差异，提高匹配信噪比，但过分降低反而会减少独立像元数，降低匹配概率。

### 4 仿真实验

采用高分辨率星载单视 SAR 图像对，做景象匹配实验。场景为城区，距离向和方位向分辨率近似为 1.5 m，获得时间间隔 1 年，入射角  $42.2^\circ$ ，极化方式为 HH。

首先用人工目测方式将图像对配准，然后将  $10000 \times 10000$  像素的场景对，平均分为 1000 个正方形子场景对。在每对子场景区域中心截取  $256 \times 256$  大小的图作为匹配实验图像对。在匹配实验图像对中的某一图像中，随机截取  $128 \times 128$  大小的图作为实时图。

对每个子场景分别求实时图和匹配噪声的 2 维平均功率谱，再将其转换为 1 维周向功率谱，如图 2(a)所示。其中，实线为实时图平均功率谱的 1 维周向功率谱包络，简称信号功率谱，虚线为匹配噪声平均功率谱的 1 维周向功率谱包络，简称噪声功率谱。

根据式(11)和式(12)，基于指数函数  $f(x) =$

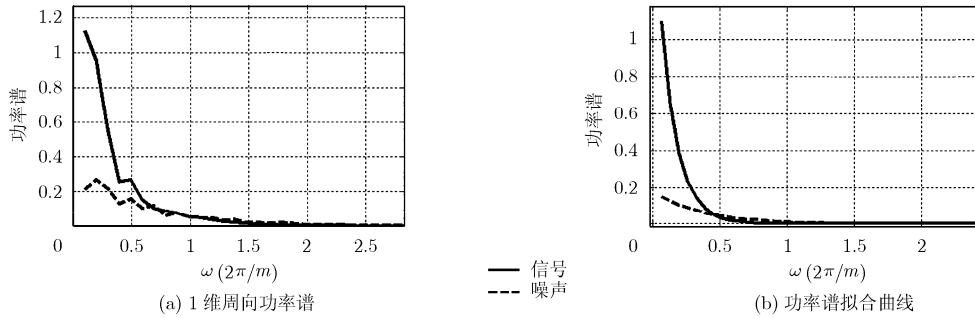


图 2 信号和噪声的 1 维周向功率谱及其拟合曲线

$Ae^{Bx}$ ，对信号功率谱和噪声功率谱分别进行最小二乘拟合，拟合参数见表 1，拟合优度见表 2，图 2(a) 为信号和噪声的 1 维周向功率，拟合曲线见图 2(b)。

表 1 周向功率谱拟合参数

样本\拟合参数	A	B
信号	1.841	-7.902
噪声	0.181	-2.773

表 2 周向功率谱拟合优度

样本\拟合优度	R-square	RMSE
信号	0.9861	0.0176
噪声	0.9986	0.0012

其中模型参数  $B$  越小，曲线衰减越快，表明高频成分较少，图像较为平滑。因此，对于不同场景可以预先通过经验估计参数  $B$  对其建模。虚线对应于匹配噪声功率谱及其拟合曲线，其谱线在整个频带内广泛存在，且小于信号功率，这也与实际情况相吻合。当其模型参数  $B=0$  时，匹配噪声就蜕变为带限白噪声。因此，上述模型对于实时图及匹配噪声功率谱的描述具有普释意义。

根据文献[11]，对图像对进行加窗滤波，模拟产生分辨率分别为 3 m, 6 m, 9 m, 12 m 的 SAR 图像。依次计算不同分辨率下，每块子场景的平均实际信噪比，再根据式(14)计算出理论匹配信噪比，见表 3。

可以看出，实际平均 SNR 的变化趋势和理论计算的趋势基本一致。但由于 1 维周向功率谱是以圆

表 3 理论计算信噪比与实际计算信噪比

分辨率 (m)	1.5	3	6	9	12
理论计算(dB)	5.3550	5.6864	6.5880	7.3069	7.8082
实际计算(dB)	6.0650	6.5338	7.1797	8.9080	9.4719

周计算的，而 SAR 点目标扩展函数的低通滤波器理论上是矩形的，加上加窗、拟合误差等因素，理论计算与实际有一定偏差。但是，此简化模型计算简单，具有普释意义，可作定性分析使用。

对上述各个分辨率的 SAR 图像，依次计算每块子场景的 2 维自相关系数，分别抽取峰值  $X$  和  $Y$  方向的 1 维相关系数曲线，对该曲线做 4 倍 Sinc 插值，求得相关系数等于  $e^{-1}$  的位置偏移量作为离散相关长度。将每个子场景的离散相关长度取平均，分别获得  $X$  和  $Y$  方向的平均离散相关长度。再用不同分辨率下的场景宽度除以不同分辨率下的平均离散相关长度，得到不同分辨率下，不同方向的平均独立像元数，详见表 4。

表 4 理论计算的独立像元数与实际计算的独立像元数

分辨率 (m)	1.5	3	6	9	12
理论独立像元数	18.5369	18.5326	18.4588	17.0467	15.3642
X 方向实际独立像元数	20.3042	18.2590	17.9695	12.8271	10.6846
Y 方向实际独立像元数	21.2527	19.0790	18.4403	12.5969	10.3197

根据式(22)和表 1 中的拟合参数进行理论计算，得  $\hat{N} = 18.5337$ ， $\hat{L} = 1.311\alpha = 10.3595$ 。因此可以依据  $\hat{L}$  大概估计出，此 SAR 图像场景的平均实际相关长度约为 10.3595 m。当分辨率  $\rho$  值超过  $\hat{L}/2 = 0.6555\alpha = 5.179761$  时，独立像元数会有所减少。当  $\rho$  值超过  $\hat{L} = 10.3595$  时，独立像元数会显著减少。

通过数值计算的方法，利用式(18)计算出系统相关长度，再根据式(19)求出理论独立像元数，见

表 4。

对比可知,理论计算的独立像元数比实际计算的独立像元数偏低,而且变化相对平缓。这是因为理论分析模型是针对地物分布均匀的场景建模的,然而实际场景地物分布是不均匀的,因而计算的独立像元数变化波动较大,但总体趋势与理论相一致。此外,实际计算的是  $X$  和  $Y$  方向的平均独立像元数,而理论计算的是圆周方向的平均独立像元数,再加上窗函数及拟合误差的影响也会导致理论与实际有所偏差。然而,此估计模型具有直观的物理意义,计算简单,可以用于实际估算。

对此场景在不同分辨率下做 1000 次蒙特卡罗匹配实验,算法采用归一化互相关积算法,以匹配偏差为 0 个像素为正确匹配准则,实验结果如表 5 所示。

表 5 归一化互相关算法正确匹配概率

分辨率 (m)	1.5	3	6	9	12
正确匹配概率	0.8305	0.8582	0.8917	0.8412	0.8221

由此可见,正确匹配概率随着分辨率的降低先升高后降低。其中,匹配概率升高的原因就是前面所分析的信噪比升高所致。当分辨率数值的大小接近并超过场景实际的相关长度时,独立像元数会显著减少,从而导致匹配概率的降低。

## 5 结论

根据上述理论分析,基于 SAR 的景象匹配系统的匹配信噪比会随分辨率的降低而有所升高。当成像场景大小固定,SAR 系统分辨率在某一范围内时(场景的相关长度),图像的独立像元数近似保持不变。当分辨率数值超过这一范围时,独立像元数会减少,根据 Johnson 建立的匹配概率计算公式,正确匹配概率会随之下降。大量文献报告表明,正确匹配概率的主导影响因素为图像的独立像元数  $N$ ,其次是匹配信噪比 SNR,最弱的是非匹配位置数。因此基于 SAR 的景象匹配系统的分辨率要依据具体地物的相关长度合理设计,同时也应注意景象区域的筛选及适配性分析。

## 参考文献

- [1] Johnson M W. Analytical development and test results of acquisition probability for terrain correlation devices used in navigation systems[C]. AIAA 10th Aerospace Science Meeting, 1972: 1-9.
- [2] 沈林成,卜彦龙,徐昕,等.景象匹配辅助组合导航中景象区

域适配性研究进展[J].航空学报,2010,31(3):553-563.

- Shen Lin-cheng, Bu Yan-long, Xu Xin, et al. Research on matching area suitability for scene matching aided navigation[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2010, 31(3): 553-563.
  - [3] 王刚.基于图像区域相关的景象匹配概率与精度研究[J].宇航学报,2009,30(3):1238-1242.  
Wang Gang. Research on acquisition probability and matching precision of scene matching systems based on area correlation of the image[J]. *Journal of Astronautics*, 2009, 30(3): 1238-1242.
  - [4] 卜彦龙.面向 SAR 匹配辅助导航的景象区域适配性[J].光学精密工程,2010,18(3):692-699.  
Bu Yan-long. Area matching suitability for SAR image matching aided navigation[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2010, 18(3): 692-699.
  - [5] 王刚,倪伟.基于独立像元数计算的景象匹配精度分析方法[J].宇航学报,2007,28(6):1698-1703.  
Wang Gang and Ni Wei. A method for precision analysis of scene matching based on independent pixel calculation[J]. *Journal of Astronautics*, 2007, 28(6): 1698-1703.
  - [6] 江标初,陈映鹰.雷达景象匹配概率研究[J].计算机工程,2007,33(9):10-11.  
Jiang Biao-chu and Chen Ying-ying. Research on radar scene match probability[J]. *Computer Engineering*, 2007, 33(9): 10-11.
  - [7] Oliver C and Shaun Que-gan. Understanding Synthetic Aperture Radar Images[M]. English: SciTech Publishing, Inc, 2004: 17-20.
  - [8] 孙仲康,沈振康.数字图象处理及其应用[M].北京:国防工业出版社,1985:252-253.  
Sun Zhong-kang and Shen Zhen-kang. Digital Image Processing and Its Application[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1985: 252-253.
  - [9] Helava U. Digital correlation in photogrammetric instruments[J]. *Photogrammetria*, 1978, 34(1): 19-41.
  - [10] 张祖勋,张剑清.相关系数匹配的理论精度[J].测绘学报,1987,16(2):112-120.  
Zhang Zu-xun and Zhang Jian-qing. On the theoretical precision of digital image matching with the maximum of correlation-coefficient[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 1987, 16(2): 112-120.
  - [11] 王晓亮,李春升.多空间分辨 SAR 图像仿真方法[J].仪器仪表学报,2007,28(4):637-640.  
Wang Xiao-liang and Li Chun-sheng. A novel simulation method for SAR image with multiple spatial resolution[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2007, 28(4): 637-640.
- 李大朋:男,1979年生,博士生,研究方向为 SAR 景象匹配及图像处理。  
曾涛:男,1971年生,研究员,研究方向为目标探测与识别、SAR 系统。  
姚迪:男,1978年生,讲师,研究方向为 SAR 实时信号处理。