售票窗口服务台排队论的应用及优化配置

周兴亮
河海大学，江苏南京（210098）
E-mail: zhou_xingliang@yahoo.cn

摘　要：优化售票窗口数量是该服务系统建设的一步重要工作，售票窗口数量过多或过少都会影响售票窗口服务系统的运营效率和服务质量。鉴于此，本文将通过对售票窗口服务系统的研究，分析衡量该服务系统小路的主要数量指标，建立了优化配置售票窗口服务系统的模型。从而为售票服务系统的优化配置提供了数学依据。

关键词： 售票；服务；优化配置；排队论
中图分类号： O226

1. 引 言

日常生活中，排队现象是随处可见的。当旅客购票时，旅客来到售票窗口接受服务人员服务，办理购票手续。在整个服务过程中，旅客的流入及服务人员的服务通常表现出显著的随机性，即旅客到达间隔时间和接受服务时间方面都是随机的，从而导致排队问题的出现。在售票窗口，早晨前来购票旅客相对集中，售票窗口可能不够支配，随之导致购票旅客滞留售票窗口，出现排队等待问题；下午购票旅客相对较少，服务台闲置的情况相对存在，可能出现工作效率低下，浪费资源现象。为了减少旅客等待时间，饱和管理人员工作强度，提高服务台服务与管理水平，就有必要运用排队论对售票窗口服务台进行优化配置。

2. 排队论的理论基础

2.1 基本概念

排队论，也称随机服务系统理论，是研究要求获得某种服务的对象所产生的随机性聚散现象的理论，“聚”表示顾客的到达，“散”表示顾客的离去。所谓随机性是指排队系统的一个普遍特点，是指顾客的到达情况(如相继到达时间间隔)与每个顾客接受服务的时间往往是事先无法确切知道的，或者说是随机的。

排队过程的共同特征表现为：有请求服务的人或物，称之为“顾客”，购票过程中的“顾客”就是等待购票的旅客；有为“顾客”提供服务的人或物，称之为“服务台”，旅客购票过程中的“服务台”是售票服务人员；由顾客和服务台则构成一个排队系统。

2.2 系统描述

任何一个排队系统都可以表示为：每个顾客由顾客源按一定的方式到达服务系统，加入排队队列等候服务，服务台按一定规则从队列中选择顾客进行服务，获得服务的顾客立即离开。旅客购票过程的排队系统是随机服务系统，一个多服务台单队购票系统如图 1 所示。它的特征表现为：购票旅客的到达过程是泊松输入，即购票旅客到达服务系统是相互独立的，相继到达的时间间隔是随机的； 服务规则是单队，先到先服务；服务机构是多服务台， 各服务台工作相对独立，且服务时间近似地服从参数为 μ 的负指数分 布，“ μ ” 表示每个服务台的平均服务率为 μ 人。[1]

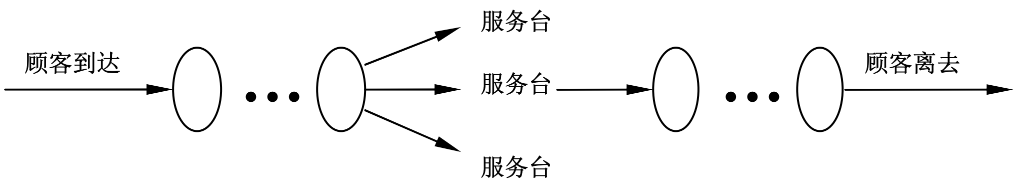

图 1 售票窗口售票多服务台单队系统

2.4 排队系统的主要数量指标

等待时间： 从“顾客”到达时起直到开始接受服务的这段时间。

队列长： 系统中排队等候服务的“顾客”数。

忙 期： 服务台连续繁忙的工作时期，它关系到服务台的工作强度。

3. 售票窗口售票多服务台的优化配置

3.1 排队问题的出现

表 1 旅客购票情况统计表

	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期七
8：00~12：00	84	91	89	95	86	90	85
14：00~17：00	62	57	60	63	68	64	60

根据统计分析某售票窗口旅客到达的实际情况得出表 1。由表 1 可知：该售票窗口旅客购票时间按旅客到达人数的多少可划分为两个时间段，第一时间段为 8：00~12：00 期间， 到售票窗口购票人数为平均 89 人 / 小时， 相对较多；第二时间段为 14：00~17：00 期间， 到售票窗口购票人数为平均 62 人 / 小时， 相对较少。但是该售票窗口在两个时间段都配置了 3 个服务台。很明显就导致两个时间段的工作强度不一样，而且在第一时间段出现严重的排队问题，给旅客带来诸多不便。那么对这两个时间段的购票服务台应该怎样优化配置，才能既方便旅客，又不会造成浪费呢？

3.2 解决排队问题宜采用的数学模型

为便于研究，用随机型排队系统 $[M/M/S]$ 模型来研究多服务台单队排队系统， M 代表泊松输入或负指数分布服务，S 代表服务台的数量。把售票窗口售票服务系统近似看作 $[M/M/S]$ 排队系统，下面就从基本型 $[M/M/S]$:$[\infty/\infty/FCFS]$ 来研究售票窗口售票服务台优化配置。[2] [3]

其中几个主要运行指标为：在队列中等待服务的顾客数的期望值 Lq；顾客排队等待时间的期望值 q；服务强度或服务台的平均利用率 ρ，它反映图售票窗口服务人员的工作强度。其值越大，表示服务队列越长，服务人员空闲时间越少。反之则队列越短，服务人员空闲时间越多。如果顾客平均到达率为 λ 人 / 小时， 每个服务台平均服务率 为 μ 人 / 小时，则 $[M/M/S]$:$[\infty/\infty/FCFS]$ 系统服务强度为：

$$\rho=\frac{\lambda}{s\mu} \tag{1}$$

通过 ρ 可确定系统的状态性，当 $\rho<1$时， 并且时间充分， 每个状 态 将 会 循 环 出 现， $[M/M/S]:[\infty/\infty/FCFS]$系统的所有服务台都空闲的概率为：

$$P_o=\left[\left(\sum_{n=0}^{s-1}\frac{\lambda^n}{\mu^n n!}\right)+\frac{1}{s!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s\left(\frac{1}{1-\rho}\right)\right]^{-1} \tag{2}$$

由此可以得到其它主要运行指标为：

$$Lq=\frac{\lambda^s\rho P_o}{\mu^s s!(1-\rho)^2} \tag{3}$$

$$W_q=\frac{L_q}{\lambda} \tag{4}$$

当 $\rho\geq 1$ 时， 每个状态都是不稳定的， 而排队的长度将会越来越长。

3.3 排队论的实际应用

根据表 1 可知， 该售票窗口在第一时间段， 旅客平均到达率 λ 为 89 人 / 小时； 在第二时间段，旅客平均到达率 λ 为 62 人 / 小时。又知该售票窗口服务台的数量 S 为 3，而且经过统计发现，该售票窗口每个售票服务台平均服务率 为 30 人 / 小时。代入公式(1)、(2)、(3)、(4)

计算得出有关指标：

第一时间段：

$\rho=\lambda/\mu s=89/(30\times3)=0.989$

$\lambda/\mu=89/30=2.967$

$$p_0=\left[\left(\sum_{n=0}^{s-1}\frac{\lambda^n}{\mu^n n!}\right)+\frac{1}{s!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s\left(\frac{1}{1-\rho}\right)\right]^{-1}$$

$$=\left[\frac{2.967^0}{0!}+\frac{2.967^1}{1!}+\frac{2.967^2}{2!}+\frac{2.967^3}{3!}\times\frac{1}{1-0.989}\right]^{-1}=0.0025$$

$$L_q=\frac{\lambda^s\rho p_0}{\mu^s s!(1-\rho)}=\frac{2.967^3\times0.989\times0.0025}{3!\times(1-0.989)}=88.951$$

$$W_q=\frac{Lq}{\lambda}=\frac{88.951}{89}=0.999\text{小时}=59.967\text{分钟}$$

第二段时间：

$\rho=\lambda/s\mu=62/(30\times3)=0.689$

$\lambda/\mu=60/30=2.067$

$$p_0=\left[\left(\sum_{n=0}^{s-1}\frac{\lambda^n}{\mu^n n!}\right)+\frac{1}{s!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s\left(\frac{1}{1-\rho}\right)\right]^{-1}$$

$$=\left[\frac{2.067^0}{0!}+\frac{2.067^1}{1!}+\frac{2.067^2}{2!}+\frac{2.067^3}{3!}\times\frac{1}{1-0.689}\right]^{-1}=0.101$$

$$L_q=\frac{\lambda^s\rho p_0}{\mu^s s!(1-\rho)^2}=\frac{2.067^3\times0.689\times0.101}{3!\times(1-0.689)^2}=1.059$$

$$W_q=\frac{L_q}{\lambda}=\frac{1.059}{62}=0.0171\text{小时}=1.026\text{分钟}$$

由上面计算出的指标值可以看出：在第一时间段，售票服务人员的服务强度为 0.989，说明工作效率很高，没有空闲时间，但顾客得到服务较慢，需要平均等待约 59.967 分钟；在第二时间段，售票服务人员的服务强度为 0.689，说明工作效率不够高，有一定的空闲时间，但顾客得到服务很快，只需要平均等待约 1.017 分钟。因此必须对售票服务台加以重新配置。

运用上面同样的方法进一步计算得出不同配置情况下的服务指标表（见表 2）。

表 2 $[M/M/S]:[\infty/\infty/FCFS]$ 系统服务指标表

服务指标	时间段(第一时间段/第二时间段)		服务台数量 S
	S=3	S=4	S=5
ρ	0.989/0.689	0.742/0.517	0.593/0.413
L_q	88.951/1.059	1.425/0.204	0.332/0.047
W_q	59.967/1.026	0.197/0.961	0.224/0.045

分析 $[M/M/S]:[\infty/\infty/FCFS]$ 系统服务指标表可知：在第一时间段配置 4 个服务台时，服务强度为 0.724，相对其它配置情况而言较为饱和，而且顾客平均等待时间只需 0.961 分钟；在第二时间段配置 3 个服务台时，服务强度为 0.689，与其它配置情况相比较而言是最饱和的，而且顾客得到服务较快，只需平均等待约 1.026 分钟。因此针对该售票窗口的情况，售票服务台的最优配置为：在第一时间段宜采用 $[M/M/4]:[\infty/\infty/FCFS]$ 系统，在第二时间段宜采用 $[M/M/3]:[\infty/\infty/FCFS]$ 系统。

4. 结语

综上所述，可以知道：售票窗口利用 $[M/M/S]:[\infty/\infty/FCFS]$] 排队模型，结合各售票窗口的实际售票情况，可优化配置各售票窗口售票服务台的数量，实施动态管理。以达到既方便顾客，又提高售票窗口服务人员工效的目的。

参考文献

[1] 熊伟,运筹学[M],北京:机械工业出版社,2005.3.
[2] 于志清.排队论在交通工程中的应用[J].中州大学学报,2005.7.
[3] 陆凤山.《排队论及其应用》[M] ,湖南:湖南科学出版社,1984.3.

Application of Queuing Theory in the Optimization Arrangements of ticket window wicket service system

Zhou Xingliang
HoHai University（210098）

Abstract
The optimized design of ticket window wicket is an important step in ticket window wicket service systems construction. Too many or too few ticket window wicket will affect the operational efficiency and service quality of ticket window wicket service systems system. In view of this, this paper has studied ticket window wicket service systems by using queuing theory, analyzed the major quantitative standards of showing the efficiency of the systems, and established the model of optimizing arrangements of ticket window wicket service. In addition, it has provided the mathematical methods for optimizing arrangement of ticket window wicket service.
Keywords: ticket window wicket; service; optimizing arrangements; queuing theory

作者简介：周兴亮，男，1982 年生，硕士研究生，主要研究方向是排队论的应用。