

基于图论的辽宁某学校课程编排的现状 分析与优化

王洁, 张雪峰

(辽宁工程技术大学机械工程学院, 辽宁 阜新 123000)

摘要: 近年来, 随着高校教育事业的不断发展, 课程编排问题在一定程度上影响着学生培养与教学质量的提高。随着学生人数的不断增加, 排课成为比较繁重而重要的教学工作。如何科学合理地编排课程表是每个学校教学管理的一项重要工作。此项工作工作量大, 涉及大量专业、教师、学生, 需对学校的人力、物力、财力进行合理地搭配。针对编课表问题, 国内各高校有着比较合理的方案, 但是顾及的不够全面, 还有其可优化的地方。在满足一般条件的同时, 还应该考虑到校内包括道路上和楼内拥堵等问题。本文将重点针对课间的学生拥堵问题对高校的排课问题进行优化, 已得到更加合理的课程编排方法。

关键词: 运筹学; 排课表; 二分图; 最优匹配

中图分类号: O224

Based on graph theory curriculum in a school in Liaoning Analysis and Optimization

Wang Jie, Zhang Xuefeng

(College of Mechanical and Engineering, Liaoning Technical University,
LiaoNing FuXin 123000)

Abstract: In recent years, with the continuous development of university education, curriculum issues to some extent and depth of the students to develop and improve the quality of teaching. With the increasing number of students, course arrangement as compared heavy and important work of teaching. How to scientifically and rationally organized curriculum of each school is an important task of teaching management. This work is a heavy workload, involving a large number of professionals, teachers, students, the school needed humen, material and financial resources to reasonably match. Against to the programme schedule problem, domestic colleges and universities have a more reasonable solution, but not comprehensive enough to take into account, as well as its place can be optimized. General conditions are met, while schools should also take into account the problem of congestion, including building roads and congestion.

Keywords: operations research; arranging tables; bipartite graph; optimal matchin

0 引言

排课表问题又称时间表问题。排课表问题就是在满足各种要求和限制的前提下, 解决对时间和空间资源争夺而引起的冲突。这是一个多因素的优化决策问题, 是组合规划中的典型问题。但是, 针对目前高校排课表的现状可以看出, 对于人员流动引起的校内道路拥堵问题, 却是很多模型没有考虑到的问题。本文主要考虑运用图论中最优匹配问题来优化高校编排课表中的缺陷并给出一个可以显著改进的方法。

1 图论的最优匹配原理与学生流的物流分析

1.1 运筹学图论二分图原理与 Kuhn-Munkres 算法

二分图: 一个图的顶点集 V 如果可以分解为两个非空子集 X 和 Y , 使得每条都有一个端点在 X 中, 另一个端点在 Y 中。如在教师与课程的关系中, 教师作为一个顶点集, 课程

作者简介: 王洁, (1981-), 女, 助教, 主要研究方向: 机械工程自动化, 工业工程. E-mail: godalphar@126.com

作为一个顶点集，教师与所教授课程之间的搭配关系便构成了一个二分图^[1]，如下图所示：

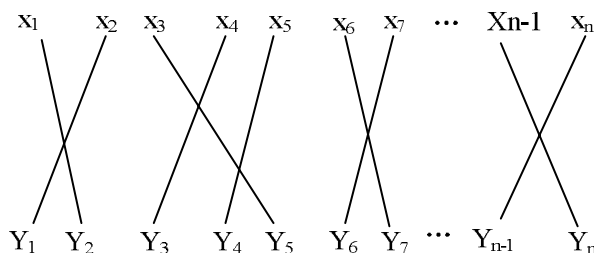


图 1 二分图
Fig.1 Bipartite graph

45

有向图：当一条边 $e=uv$ 与其两端点 u 和 v 的顺序有关，即边 uv 和 vu 不同时，称 e 为有向边。几何上用箭头表示有向边：箭头所指向的顶点成为终点，另一端点成为该边的起点，并称有向边与两端点关联。所有边均有方向的图称为有向图^[2]。在学生学校学习过程中，对于一些具有先后顺序的课程的修读就构成了一个有向图

50

求解最优匹配问题是常会用到 Kuhn-Munkres 算法：设有可行标号 l 和 E_l 的一个匹配 M ，当 M 不是完美匹配时重复下列步骤：

55

- 1、在 E_l 中寻找 M 可增广道路，并拓展匹配；
- 2、如果可增广道路不存在，将 l 改进为 l' 转 1。

注意到循环体总是增加 M 或者 E_l 的大小，故算法终止，而且此时 M 是 E_l 的完美匹配，因此是最大权匹配。

引理：设 $S \subseteq X, T = N_l(S) \neq Y, N_l(S)$ 表示 S 中结点在 E_l 中的邻接点集，令

60

$$\alpha l = \min_{x \in S, y \notin T} \{l(x) + l(y) - w(x, y)\}$$

$$l'(v) = \begin{cases} l(v) - \alpha l & \text{if } v \in S \\ l(v) + \alpha l & \text{if } v \in T \\ l(v) & \text{otherwise} \end{cases}$$

则 l' 是可行标号。

以上定理和引理构成算法的基础：

65

- 1、从一个初始标号 l 出发，求出 E_l ，然后在其中任取匹配 M ；利用 Hungarian 算法求出 E_l 的最大匹配；
- 2、如果找到了 E_l 完美匹配，则此匹配是 G 的完美匹配；
- 3、否则， M 的一个交互树 H 不包含可增广道路，不能继续扩展。修改标号 l ，使得新标号的等式子图扩展了 E_l ，并且包含了 M 和 H ，然后继续扩展 H 。
- 4、重复 3，直至找到等式子图的完美匹配^[3]。

70

1.2 物流分析中作业单位相互关系分析

在本论文中除考虑最有匹配外考虑了课程中间如何减少学生在各个教学楼之间的流动问题，在这里可以应用物流的相关理论 SLP 对教室与教室、教学楼与教学楼之间的学生流的流动进行物流分析，分析时将学生流看作物流。物流分析中，涉及到了物流强度等级的划分。SLP 中将物流强度转化成五个等级，分别用符合 A、E、I、O、U 来表示，其物流强度逐渐减少，对应着超高物流强度、特高物流强度、较大物流强度、一般物流强度和可忽略搬

75

运五种物流强度。各作业单位对间（论文中将教室或是教学楼看作基本的作业单位）物流强度等级应按物流路线比例或承担的物流量比例来确定，可参考表 1：

表 1 物流强度等级划分
Tab.1 Classification of the logistics strength

物流强度等级	符号	物流路线比例 (%)	承担的物流量比例 (%)	物流强度等级	符号	物流路线比例 (%)	承担的物流量比例 (%)
超高物流强度	A	10	40	一般物流强度	O	40	10
特高物流强度	E	20	30	可忽略搬运	U		
较大物流强度	I	30	20				

2 高校课程编排现状分析

2.1 高校排课表问题

排课表问题中涉及到五个制约因素包括班级、课程、教师、上课时间、教师。排课表问题的求解过程就是对任何一门课程，寻找一个合适的教室和时间-教师对。在安排时不能发生冲突，同时应尽量满足经验常识。排课表问题中的 4 个基本冲突情况包括：

- 1、同一节次，一个教室同时上一门以上的课程；
- 2、同一节次，一个教师同时上一门以上的课程；
- 3、同一节次，一个班级同时上一门以上的课程；
- 4、在指定教室内，上课人数超过该教师最大容量。

对于一个可行的课程表，必然不会发生上述 4 个冲突，但是仅仅满足这些要求显然是不够的。为了能够达到较好的教学效果，在合理运用学校教学资源、同时尽量减少学生在课间不必要的流动的前提下，编排的课程表还应该尽量地满足一些经验常识，包括：

一周内对于同一门课程应该分散安排，提供给学生课后消化的时间，有利于学生更好的学习。由于每门课程的学时不一样，每周应该上课的节数也就不一样^[4]。一般来说，一门课程每周最多上三节课，其次为两节、一节。考虑到一周只有五天教学时间，将课程做如下划分：

若需每周上三节课的，尽量排在周一、三、五，不出现连续上两天；

若需每周上两节课，中间至少隔一天。

若需每周上一节课的，应根据前两种情况进行相应的调整，使得每天安排的课程数尽量接近。

一周内多学时的同一门课程应尽量安排在同一间教室上课，以方便教师及学生。

一些重要课程尽量安排在有利于学生记忆的好的教学时间进行，如上午上课要比下午效果好；

安排到教室中的上课人数应尽量同教室的可容量大小相吻合。这样一方面教学资源能被合理利用，另一方面也可以达到较好的教学效果。

保留一些特殊的时间段，如户外运动、集体可上自习等。

在以上几个方面可以看出，对于目前的排课表现状，一个好的课程表就是一个没有冲突的、且应该尽量多地，满足经验常识的课程安排。

依据辽宁该学校的课程清单，抽取部分专业课程表 2010-2011 下学期编排现状如表 2。

表 2 09 级工业系课程表

Tab.2 The curriculum of 09 industrial engineering

115

周次 节次	一	二	三	四	五
一	互换性与测量技术基础(新) 1-7	大学外语(知)1-18	互换性与测量技术基础(新) 1-7	金属工艺学(博) 1-7	
二		金属工艺学(博) 1-7	液压传动(博) 5-10	大学外语(知) 1-18	体育
三	机械设计基础(博) 1-9	机械设计基础(博) 1-9		机械设计基础(博) 1-9	液压传动(博) 5-10
四			应用统计学(致) 2-15		应用统计学(致) 2-15

限于篇幅仅列出一个专业的课程表,实际编排时总计用到 66 个课程表(包括合班教学)。

综合来看,首先这学期的课程表必然不会发生上述所提到的 4 个最基本的冲突,主要考虑是否能够满足一些基本常识:

120 对于同一门课程,在大部分课表中都能看到,基本是隔一或多天天上一次,给学生充分的预习和复习的时间,更好的接受新的内容。

对于多学时的课程尽量都安排在同一间教室,如大学外语或高等数学。

大部分课表安排的课程尽量多的聚集在早上一二大节,特别像大学外语、高等数学和一些重要的专业课。上午的上课效果优于下午。

125 3 建立课程表编排的模型并进行求解

3.1 模型的建立

(一) 教室的利用情况:一个较好的课程表编排结果,可以合理的利用学校现有资源,使资源得到有效利用。每一次授课在教室上课的学生人数与该教室的容量的比值越大的,资源利用率就越高,如果比值达到 1,说明刚好被容纳^[5]。

130 优化目标函数为:
$$Max(V_1) = \sum \frac{Z_{C_i}}{Z_{Y_j}} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m;$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n$$

(二) 课程相应时间安排问题:根据相应规定的课程时间要求(如规定了高等数学、大学外语等尽量安排在上午第一大节),对于某一课程安排的上课时间与要求的时间相同,则赋予权重 1,否则为 0。

135 优化目标函数为:
$$Max(V_2) = \sum Q_{C_i} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m;$$

$$Q_{C_i} = \begin{cases} 0 & \text{课程安排时间与要求时间不相同} \\ 1 & \text{课程安排时间与要求时间相同} \end{cases}$$

(三) 课程的时间间隔的赋值:某班相同课程两次课之间得时间间隔赋权值,表示该班相同课程的离散度与适应值对应关系,根据所间隔的天数的不同赋值 0~4

优化目标函数为:
$$Max(V_3) = \sum W_{C_i} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m;$$

140 结合以上情况,最终目标函数为:

$$MaxV = aV_1 + bV_2 + cV_3 \quad a,b,c \text{ 为加权系数}$$

(四) 物流系数的赋值

145 每个合班与每个教室之间的合适程度是不一样的，所以对每个合班和教室之间的关系附上权值，权数越大说明越适合。合班与教室之间适合程度等级，用阿拉伯数字 0~8 表示，8 代表权数最大，合班与教室之间最为合适，0 代表最不合适。由以上的适合程度等级划分，对各合班和教室之间的关系赋权：

	1	2	3	4	5	6	66
1	0	0	0	0	0	2	2
2	0	0	0	0	0	2	2
3	0	0	0	0	0	7	2
4	2	2	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
66	0	0	0	0	0	0	0

注：图中横向代表教室 Y_j ($j=1, 2, 3, 4, \dots, 66$)，纵向代表合班 X_i ($i=1, 2, 3, 4, \dots, 66$)，

150 **3.2 模型的求解**

第一步，把课程与教室相对应。分别把座位的数量从大到小进行排列，根据第一个优化目标模型条件来进行分配，编排出课程对应的教室。

第二步，把课程的课时和上课时间要求对应编排好，并注明课程的类别。

155 第三步，把课程与时间 t_c 对应。根据以上的数学模型及思路分析约束条件，就可以把课程与时间很好的对应起来。

第四步，把上面的情况全部加起来赋予权重（如设 $a=1, b=2, c=3, d=4$ ），求出最终结果。根据以上步骤，结合 MATLAB 编程就可以得出一个较为合理的课表^[6]。

求解的部分过程如下：

运用 KM 算法，对已赋权矩阵求解，获得权重最大的组合：

160 取可行顶标 $l(V) \quad l(Y_i) = 0, i=1, 2, 3, 4, 5, \dots, 66;$

165 $l(X_1) = \max \{ \dots \} = 4, l(X_2) = \max \{ \dots \} = 4, l(X_3) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_4) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_5) = \max \{ \dots \} = 4, l(X_6) = \max \{ \dots \} = 4, l(X_7) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_8) = \max \{ \dots \} = 2, l(X_9) = \max \{ \dots \} = 4, l(X_{10}) = \max \{ \dots \} = 8, l(X_{11}) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_{12}) = \max \{ \dots \} = 8, l(X_{13}) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_{14}) = \max \{ \dots \} = 8, l(X_{15}) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_{16}) = \max \{ \dots \} = 4, l(X_{17}) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_{18}) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_{19}) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_{20}) = \max \{ \dots \} = 6, l(X_{21}) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_{22}) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_{23}) = \max \{ \dots \} = 8, l(X_{24}) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_{25}) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_{26}) = \max \{ \dots \} = 2, l(X_{27}) = \max \{ \dots \} = 4, l(X_{28}) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_{29}) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_{30}) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_{31}) = \max \{ \dots \} = 4, l(X_{32}) = \max \{ \dots \} = 4, l(X_{33}) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_{34}) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_{35}) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_{36}) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_{37}) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_{38}) = \max \{ \dots \} = 5, l(X_{39}) = \max \{ \dots \} = 4, l(X_{40}) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_{41}) = \max \{ \dots \} = 5, l(X_{42}) = \max \{ \dots \} = 4, l(X_{43}) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_{44}) = \max \{ \dots \}$

$=8, l(X_{45}) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_{46}) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_{47}) = \max \{ \dots \} = 4, l(X_{48}) = \max \{ \dots \} = 5, l(X_{49}) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_{50}) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_{51}) = \max \{ \dots \} = 8, l(X_{52}) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_{53}) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_{54}) = \max \{ \dots \} = 6, l(X_{55}) = \max \{ \dots \} = 5, l(X_{56}) = \max \{ \dots \} = 5, l(X_{57}) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_{58}) = \max \{ \dots \} = 4, l(X_{59}) = \max \{ \dots \} = 6, l(X_{60}) = \max \{ \dots \} = 8, l(X_{61}) = \max \{ \dots \} = 4, l(X_{62}) = \max \{ \dots \} = 6, l(X_{63}) = \max \{ \dots \} = 3, l(X_{64}) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_{65}) = \max \{ \dots \} = 7, l(X_{66}) = \max \{ \dots \} = 6$

由于每个合班与每个教室之间的合适程度是不一样的,所以对每个合班和教室之间的关系附上权值,权数越大说明越适合。合班与教室之间适合程度等级,用阿拉伯数字 0~8 表示,8 代表权数最大,合班与教室之间最为合适,0 代表最不合适。针对实际情况,对其进行合理的可行顶标值进行修改后可求出合班与教室的最优匹配见表 3

表 3 最终优化后的课程与教室的匹配表

Tab.3 After the final optimization of the matching table and classroom courses

1—20	10—52	19—33	28—28	37—18	46—10	55—64	64—56
2—19	11—15	20—26	29—35	38—1	47—4	56—43	65—50
3—6	12—42	21—23	30—30	39—17	48—66	57—3	66—55
4—45	13—53	22—16	31—47	40—21	49—63	58—2	
5—37	14—62	23—22	32—5	41—65	50—60	59—24	
6—38	15—29	24—40	33—57	42—49	51—12	60—44	
7—54	16—14	25—46	34—58	43—13	52—34	61—11	
8—41	17—59	26—7	35—48	44—39	53—27	62—25	
9—8	18—61	27—36	36—32	45—9	54—51	63—31	

4 结论

改善前后比较分析

表 4 改善前课间人员流动情况

Tab.4 The situation before the recess to improve mobility

人员流动情况	班级数	所占比例
第一节上课地点与第二节相同	0	0
第一节上课地点与第二节在同一楼层	2	2.11%
第一节上课地点与第二节不在同一楼层但在一栋楼	44	46.32%
第一节上课地点与第二节不在同一栋楼	49	51.58%

表 5 改善前课间人员流动情况

Tab.5 The situation after the recess to improve mobility

人员流动情况	班级数	所占比例
第一节上课地点与第二节相同	12	12.63%
第一节上课地点与第二节在同一楼层	47	49.47%
第一节上课地点与第二节不在同一楼层但在一栋楼	19	20%
第一节上课地点与第二节不在同一栋楼	17	17.89%

改善前和改善后对比,可以发现第一节上课地点与第二节相同以及第一节上课地点与第二节在同一楼层的班级明显增多,这是本论文希望达到的结果,因为增加了楼内的人员流动,来减轻道路压力是最可行的方法。增加楼内人员的流动也不会导致楼内过于拥挤的情况发生,因为同一楼内的人员流动基本限制在原有教室或同一楼层。

综上所述,应用图论与物流相结合的办法能够更好的解决学校的排课问题,对学校的课程安排进行有效的优化的同时还能够显著的减少校园内的学生流的流动,是一种行之有效的改善方法。

[参考文献] (References)

- 205
- [1] 《运筹学》教材编写委员会.运筹学.北京：清华大学出版社,2005.
 - [2] 田丰，马仲藩.图与网络流理论.北京：科学出版社，1987.
 - [3] 刘桂真.图与网络.上海：上海科学技术出版社，2008
 - [4] 王凤，林杰.高校排课问题的图论模型及算法.计算机工程与应用，2009，45（2）：240-242.
 - [5] 陈庆伟.课表编排应注意的几个问题.教学与管理，2002，（10）：76-78.
 - [6] 鲁井兰.高校课表编排的原则与要点探析.中国科学信息，2006，（1）：32-33.