

矩形回线激发的电磁场与磁场的对称关系研究

李建慧¹, 刘树才², 朱自强¹, 鲁光银¹, 赵晓博¹, 赵双求¹

(1. 中南大学 信息物理工程学院, 湖南 长沙 410083;
2. 中国矿业大学 资源与地球科学学院, 江苏 徐州 221116)

摘要: 由垂直磁偶极源激发的电场, 对其磁矩按回线面积积分, 推导出矩形回线激发的电场表达式; 根据法拉第电磁感应定律, 利用电场强度阶跃响应求得磁感应强度脉冲响应; 根据柱状坐标系中垂直磁偶极源激发的水平磁场只有径向分量的特点, 推导出直角坐标系中磁场脉冲响应水平分量的对称关系, 应用正、余弦函数的关系, 得到磁场脉冲响应 x 和 y 分量之间的转换关系。研究表明: 磁场脉冲响应 x 分量关于 x 轴对称, 关于 y 轴负对称; y 分量关于 y 轴对称, 关于 x 轴负对称。这种对称关系和转换关系为简化三维正演赋初始值提供了理论依据, 只需计算 1/4 回线内磁场脉冲响应的 1 个水平分量即可。

关键词: 矩形回线; 磁场; 脉冲响应; 对称关系

中图分类号: P631

文献标志码: A

文章编号: 1672-7207(2010)02-0638-05

Relationship between electromagnetic field and magnetic field's symmetric excited by rectangular loop

LI Jian-hui¹, LIU Shu-cai², ZHU Zi-qiang¹, LU Guang-yin¹, ZHAO Xiao-bo¹, ZHAO Shuang-qiu¹

(1. School of Info-physics and Geomatics Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;
2. School of Resource & Geoscience, China University of Mining & Technology, Xuzhou 221116, China)

Abstract: From the electric field excited by vertical magnetic dipole, the total electric field excited by a rectangular loop was deduced using loop area integral for magnetic moment. Based on Faraday law of electromagnetic induction, impulse responses of magnetic induction were deduced from electric field strength step responses. Based on the fact that horizontal component of magnetic field which is emitted by vertical magnetic dipole has radial component only in cylindrical coordinate system, some symmetrical relationships of magnetic induction were concluded. Conversion relationship between component x and component y was obtained from sine and cosine function relation. The results show that component x of magnetic field impulse response is symmetrical to x axis and negative symmetrical to y axis; component y is symmetrical to y axis and negative symmetrical to x axis in Cartesian coordinate system. These symmetrical relationships and conversion relationships provide theoretical basis for simplifying 3D forward's initial condition. Computing one of horizontal components of magnetic field impulse responses only in quarter loop region is sufficient.

Key words: rectangular loop; magnetic field; impulse response; symmetric relationship

大定源瞬变电磁法勘探深度大, 划分异常细, 工作效率高, 几台接收机可以同时工作。在野外矩形回线比圆形回线更容易铺设, 因此, 大定源瞬变电磁法

主要采用矩形回线作为激发源。由于采用瞬变电磁法时通常是在近区测量, 故矩形回线不能看作垂直磁偶极源, 矩形回线也不能简单地用圆形回线进行近似。

收稿日期: 2009-01-10; 修回日期: 2009-03-16

基金项目: 国家重点基础研究发展规划(“973”计划)项目(2007CB209400)

通信作者: 李建慧(1982-), 男, 山西吕梁人, 博士, 从事瞬变电磁法数值计算、资料处理研究; 电话: 15074831204; E-mail: ljhiicumt@126.com

目前, 研究者对矩形回线激发的电磁场研究不多。Poddar^[1]根据电磁学中的互易原理和垂直磁偶极源激发的电磁场, 推导出矩形发射回线在任意点激发的频率域电磁场表达式, 而没有进一步推导时间域电磁场表达式; Raiche^[2]根据垂直磁偶极源激发的电磁场, 采用嵌套插值的方法求出了多边形发射回线激发的频率域电磁场, 然后, 利用 Gaver-Stehfest 变换求出时间域电磁场。由于 Raiche^[2]直接对磁场脉冲响应垂直分量按回线面积积分, 表达式中出现了 3 次积分, 增大了计算量。Goldman 等^[3]利用水平电偶极源激发的电磁场推导出矩形回线在二层介质表面激发的电磁场, 可是, 利用电偶源近似矩形回线来求解电磁场的表达式较为复杂。Singh 等^[4]利用超几何分布函数化简了圆形发射回线电磁场表达式中的贝塞尔函数的乘积, 从而求解出圆形回线在任意点激发的频率域电磁场; 薛国强等^[5]利用二阶贝塞尔函数的近似条件求出了发射回线内、外电磁场的表达式。而利用圆形回线激发的电磁场来近似模拟矩形回线激发的电磁场, 必然会带来误差。因此, 高效地求解矩形回线在任意时刻、任意点激发的电磁场有待进一步研究。此外, 为了简化三维正演赋初始值, 本文作者根据矩形回线在均匀半空间表面激发的任意点磁场脉冲响应, 对磁场脉冲响应水平分量的对称关系和水平分量之间的转换关系进行研究。

1 矩形回线激发的频率域电场

位于均匀层状大地表面的垂直磁偶极源的电场表达式为^[6]:

$$E_y = -\frac{\hat{z}_0 m}{4\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_0} (e^{u_0 z} + r_{TE} e^{-u_0 z}) \frac{x}{\rho} J_1(\lambda \rho) d\lambda \quad (1)$$

$$E_x = \frac{\hat{z}_0 m}{4\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_0} (e^{u_0 z} + r_{TE} e^{-u_0 z}) \frac{y}{\rho} J_1(\lambda \rho) d\lambda \quad (2)$$

式中: J_1 为一阶贝塞尔函数; $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$; m 为磁矩; r_{TE} 为反射系数,

$$r_{TE} = \frac{Y_0 - \hat{Y}_1}{Y_0 + \hat{Y}_1} \quad (3)$$

$$Y_0 = \frac{u_0}{i\omega\mu_0}; \hat{Y}_1 = Y_1 \frac{\hat{Y}_2 + Y_1 \tanh(u_1 h_1)}{Y_1 + \hat{Y}_2 \tanh(u_1 h_1)}; \hat{Y}_N = Y_N;$$

$$Y_n = \frac{u_n}{\hat{z}_n}; \hat{Y}_n = Y_n \frac{\hat{Y}_{n+1} + Y_n \tanh(u_n h_n)}{Y_n + \hat{Y}_{n+1} \tanh(u_n h_n)}; \hat{z}_n = i\omega\mu_n;$$

$$k_n^2 = \omega^2 \mu_n \varepsilon_n - i\omega\mu_n \sigma_n; u_n = (\lambda^2 - k_n^2)^{1/2}; h_n \text{ 为各层}$$

厚度; N 为层数; n 为层序号, $n=0$ 时, 表示在地表及其以上。

矩形回线不能看成垂直磁偶极源, 但是, 可以看成由无数个小的垂直磁偶极源组合而成; 采用瞬变场法时, 通常在地表测量, 故 $z=0$ 。图 1 所示为矩形发射回线示意图, 其中: W 和 L 分别为矩形回线的半长和半宽; (x, y, z) 为测点坐标; $(x', y', 0)$ 为小的垂直磁偶极源坐标; z 轴垂直向下, 坐标原点位于矩形回线中心, 此时, $\rho = [(x' - x)^2 + (y' - y)^2]^{1/2}$ 。

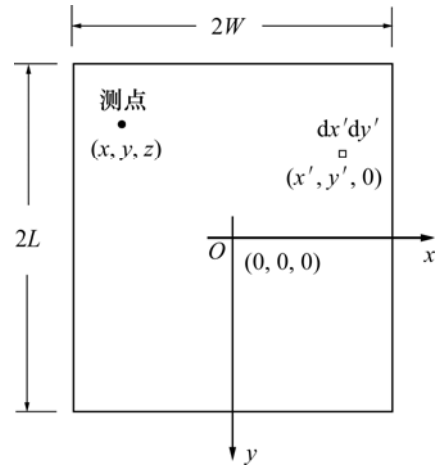


图 1 矩形发射回线示意图

Fig.1 Sketch map of rectangular transmitting loop

在准静态条件下, $u_0 = \lambda$ 。将式(1)和(2)中的磁矩 m 用 $dm = I dx' dy'$ 代替, 按回线面积积分就可以求出矩形回线在点 (x, y, z) 处激发的频率域总电场 E_y 和 E_x 。

$$E_y = \frac{\hat{z}_0 I}{4\pi} \int_{-W}^W \int_{-L}^L \frac{x' - x}{\rho} \int_0^\infty \lambda (e^{\lambda z} + r_{TE} e^{-\lambda z}) \cdot J_1(\lambda \rho) d\lambda dy' dx' \quad (4)$$

$$E_x = -\frac{\hat{z}_0 I}{4\pi} \int_{-W}^W \int_{-L}^L \frac{y' - y}{\rho} \int_0^\infty \lambda (e^{\lambda z} + r_{TE} e^{-\lambda z}) \cdot J_1(\lambda \rho) d\lambda dy' dx' \quad (5)$$

由于式(4)中积分彼此无关, 因此, 可以先对 x' 积分, 并且利用下述关系式:

$$\frac{\partial J_0(\lambda \rho)}{\partial x'} = -\lambda \frac{x' - x}{\rho} J_1(\lambda \rho) \quad (6)$$

则式(4)化为:

$$E_y = -\frac{\hat{z}_0 I}{4\pi} \int_{-L}^L \int_0^\infty (e^{\lambda z} + r_{TE} e^{-\lambda z}) \cdot [J_0(\lambda \rho_W) - J_0(\lambda \rho_{-W})] d\lambda dy' \quad (7)$$

式中: J_0 为 0 阶贝塞尔函数。

同理, 式(5)化为:

$$E_x = \frac{\hat{z}_0 I}{4\pi} \int_{-W}^W \int_0^\infty (e^{\lambda z} + r_{TE} e^{\lambda z}) \cdot [J_0(\lambda \rho_L) - J_0(\lambda \rho_{-L})] d\lambda dx' \quad (8)$$

式中:

$$\begin{aligned} \rho_L &= [(x' - x)^2 + (L - y)^2]^{1/2}; \\ \rho_{-L} &= [(x' - x)^2 + (-L - y)^2]^{1/2}; \\ \rho_W &= [(W - x)^2 + (y' - y)^2]^{1/2}; \\ \rho_{-W} &= [(-W - x)^2 + (y' - y)^2]^{1/2}. \end{aligned}$$

2 矩形回线激发的时间域电场阶跃响应

Guptasarma 变换是由频率域向时间域转换的一种算法, 利用该算法计算阶跃电流激励下时间域电磁场的表达式为^[7-8]:

$$h(t) = H_0 - \sum_{r=1}^{21} \varphi_r \operatorname{Re}[H(\omega_r)] \quad (9)$$

式中: $H(\omega_r)$ 为频率域响应; H_0 为零频时响应; $\operatorname{Re}[H(\omega_r)]$ 为 $H(\omega_r)$ 实部; φ_r 为线性滤波系数; $\omega_r = 10^{a_r - 1g t}$; a_r 为位移。将式(9)代入式(7)和(8), 得到时间域总电场的阶跃响应:

$$e_y(t) = \frac{I}{4\pi} \sum_{r=1}^{21} \varphi_r \operatorname{Re} \left\{ \hat{z}_0 \int_{-L}^L \int_0^\infty (e^{\lambda z} + r_{TE} e^{\lambda z}) \cdot [J_0(\lambda \rho_W) - J_0(\lambda \rho_{-W})] d\lambda dy' \right\} \quad (10)$$

$$e_x(t) = -\frac{I}{4\pi} \sum_{r=1}^{21} \varphi_r \operatorname{Re} \left\{ \hat{z}_0 \int_{-W}^W \int_0^\infty (e^{\lambda z} + r_{TE} e^{\lambda z}) \cdot [J_0(\lambda \rho_L) - J_0(\lambda \rho_{-L})] d\lambda dx' \right\} \quad (11)$$

3 矩形回线激发的时间域磁场脉冲响应

由于在瞬变电磁法中, 实测数据是感应电动势, 而感应电动势是磁场脉冲响应的变形, 因此, 求解磁场的脉冲响应具有实际意义。

根据法拉第电磁感应定理, 利用时间域电场强度阶跃响应可以求得磁场脉冲响应^[9]:

$$-\frac{\partial b_x}{\partial t} = \frac{\partial e_z}{\partial y} - \frac{\partial e_y}{\partial z} \quad (12)$$

$$-\frac{\partial b_y}{\partial t} = \frac{\partial e_x}{\partial z} - \frac{\partial e_z}{\partial x} \quad (13)$$

根据 $\nabla \cdot \mathbf{b} = 0$ (其中, \mathbf{b} 为时间域中磁感应强度)可

知: 在 x, y 和 z 的分量 b_x, b_y 和 b_z 中只有 2 个是自由变量。因此, b_z 可表示为:

$$\frac{\partial b_z}{\partial z} = -\frac{\partial b_x}{\partial x} - \frac{\partial b_y}{\partial y} \quad (14)$$

由于电场强度阶跃响应 z 分量为 0^[10], 因此, 式(12)~(14)可以简化为:

$$\frac{\partial b_x}{\partial t} = \frac{\partial e_y}{\partial z} \quad (15)$$

$$\frac{\partial b_y}{\partial t} = -\frac{\partial e_x}{\partial z} \quad (16)$$

$$\frac{\partial b_z}{\partial t} = \left(-\frac{\partial b_x}{\partial x} - \frac{\partial b_y}{\partial y} \right) \times \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial e_x}{\partial y} - \frac{\partial e_y}{\partial x} \quad (17)$$

将式(10)和(11)代入式(15)~(17), 可得磁场脉冲响应各个分量 $\frac{\partial b_x}{\partial t}$, $\frac{\partial b_y}{\partial t}$ 和 $\frac{\partial b_z}{\partial t}$:

$$\frac{\partial b_x}{\partial t} = \frac{I}{4\pi} \sum_{r=1}^{21} \varphi_r \operatorname{Re} \left\{ \hat{z}_0 \int_{-L}^L \int_0^\infty (r_{TE} e^{\lambda z} - e^{\lambda z}) \cdot [J_0(\lambda \rho_W) - J_0(\lambda \rho_{-W})] d\lambda dy' \right\} \quad (18)$$

$$\frac{\partial b_y}{\partial t} = \frac{I}{4\pi} \sum_{r=1}^{21} \varphi_r \operatorname{Re} \left\{ \hat{z}_0 \int_{-W}^W \int_0^\infty (r_{TE} e^{\lambda z} - e^{\lambda z}) \cdot [J_0(\lambda \rho_L) - J_0(\lambda \rho_{-L})] d\lambda dx' \right\} \quad (19)$$

$$\frac{\partial b_z}{\partial t} = R_1 + R_2 \quad (20)$$

其中:

$$R_1 = -\frac{I}{4\pi} \sum_{r=1}^{21} \varphi_r \operatorname{Re} \left\{ \hat{z}_0 \int_{-W}^W \int_0^\infty \lambda (e^{\lambda z} + r_{TE} e^{\lambda z}) \cdot \left[\frac{L-y}{\rho_L} J_1(\lambda \rho_L) - \frac{-L-y}{\rho_{-L}} J_1(\lambda \rho_{-L}) \right] d\lambda dx' \right\}$$

$$R_2 = -\frac{I}{4\pi} \sum_{r=1}^{21} \varphi_r \operatorname{Re} \left\{ \hat{z}_0 \int_{-L}^L \int_0^\infty \lambda (e^{\lambda z} + r_{TE} e^{\lambda z}) \cdot \left[\frac{W-x}{\rho_W} J_1(\lambda \rho_W) - \frac{-W-x}{\rho_{-W}} J_1(\lambda \rho_{-W}) \right] d\lambda dy' \right\}$$

式(18)~(20)是矩形发射回线激发的总磁场脉冲响应的表达式, 求解这些表达式需要使用 Hankel 变换^[11-12]。本文应用的 Hankel 变换是由 Guptasarma 等^[13]研究的一种求取贝塞尔函数的 Hankel 变换方法。

4 磁场脉冲响应水平分量的对称关系

设定坐标原点位于矩形发射回线中心, z 轴垂直

向下。研究磁场脉冲响应的对称关系不仅可以更好地理解电磁场的传播规律, 而且可以为简化数值模拟赋初始值提供依据。这里主要研究矩形回线在均匀半空间表面激发的磁场脉冲响应水平分量的对称关系。

在柱状坐标系中, 水平分量可分为径向分量和切向分量; 垂直磁偶极源激发的磁场脉冲响应水平分量只有径向分量 $\frac{\partial b_r}{\partial t}$ [5]。经推导, 矩形发射回线激发的

磁场脉冲响应水平分量也只有径向分量 $\frac{\partial b_r}{\partial t}$ 。直角坐标系和柱状坐标系的相互转换关系为 [14]:

$$\frac{\partial b_x}{\partial t} = \frac{\partial b_r}{\partial t} \times \cos \varphi \quad (21)$$

$$\frac{\partial b_y}{\partial t} = \frac{\partial b_r}{\partial t} \times \sin \varphi \quad (22)$$

其中: $\rho = [(x' - x)^2 + (y' - y)^2]^{1/2}$; $\cos \varphi = \frac{x' - x}{\rho}$,

$\sin \varphi = \frac{y' - y}{\rho}$ 。

在直角坐标系中, $\cos \varphi$ 在 4 个象限对应点的绝对值相等, 并且在第 1 和第 4 象限值为正, 在第 2 和第 3 象限值为负; $\sin \varphi$ 在 4 个象限对应点绝对值也相等, 并且在第 1 和第 2 象限值为正, 在第 3 和第 4 象限值为负。因此, 从式(21)和(22)可知磁场脉冲响应水平分量的对称关系: 磁场脉冲响应 x 分量关于 x 轴对称, 关于 y 轴负对称; y 分量关于 y 轴对称, 关于 x 轴负对称。

由于 $\sin(\varphi + \pi/2) = \cos \varphi$, 因此, 磁场脉冲响应

水平 x 分量 $\frac{\partial b_x}{\partial t}$ 和水平 y 分量 $\frac{\partial b_y}{\partial t}$ 之间也存在联系:

y 分量在第 2 象限的值与 x 分量在第 1 象限的值相等; y 分量在第 3 象限的值与 x 分量在第 2 象限的值相等; y 分量在第 4 象限的值与 x 分量在第 3 象限的值相等; y 分量在第 1 象限的值与 x 分量在第 4 象限的值相等。

为了形象地说明磁场脉冲响应水平分量的这种对称关系, 下面进行简单的数值计算。设置以下参数: 矩形发射回线长和宽均为 400 m, 发射电流为 10 A, 接收时间为 5 ms, 铺设在电阻率为 50 $\Omega \cdot m$ 的均匀半空间表面; 测点在地表上方 5 m, 即 $z = -5$ 。

图 2 和图 3 所示分别为磁场脉冲响应 x 分量 $\frac{\partial b_x}{\partial t}$

和 y 分量 $\frac{\partial b_y}{\partial t}$ 对称关系示意图。从图 2 和图 3 可以看

出: 磁场脉冲响应 x 分量 $\frac{\partial b_x}{\partial t}$ 和 y 分量 $\frac{\partial b_y}{\partial t}$ 的绝对值

相等, 只是符号不同; 脉冲响应 x 分量在第 1 和第 4 象限为正, 在第 2 和第 3 象限为负; 脉冲响应 y 分量在第 1 和第 2 象限为正, 在第 3 和第 4 象限为负。该数值结果与理论分析结果一致。

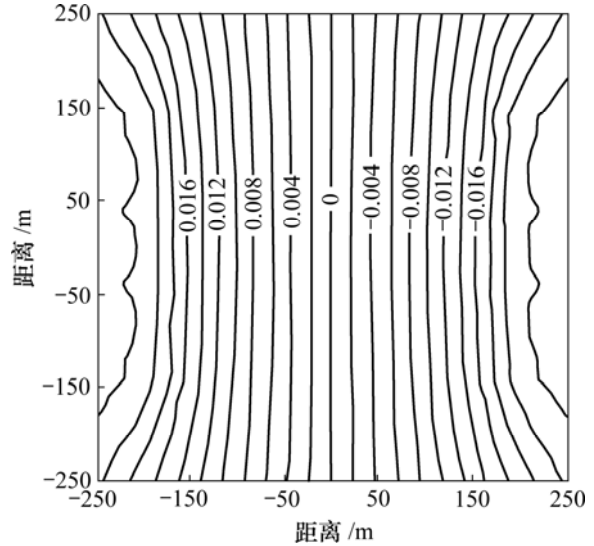


图 2 磁场脉冲响应 x 分量 $\frac{\partial b_x}{\partial t}$ 的对称关系

(图中数据单位: $\mu V/m^2$)

Fig.2 Symmetric relation of x component of magnetic field impulse response

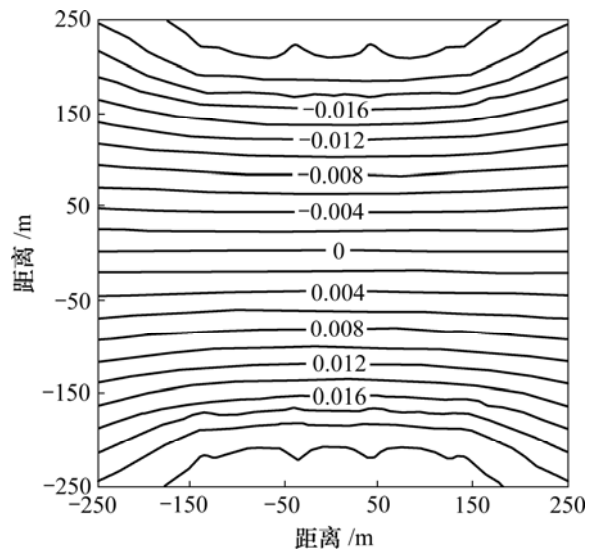


图 3 磁场脉冲响应 y 分量 $\frac{\partial b_y}{\partial t}$ 的对称关系

(图中数据单位: $\mu V/m^2$)

Fig.3 Symmetric relation of y component of magnetic field impulse response

利用时域有限差分法(FDTD)进行三维正演计算时, 需要计算均匀半空间表面和地下一定深度的磁场脉冲响应值作为初始值 [10, 15-19]。利用磁场脉冲响应水

平分量的对称关系和脉冲响应水平分量之间的转换关系,就可以简化初始值的赋值,只需计算 1/4 回线内磁场脉冲响应的 1 个水平分量即可。

5 结论

(1) 根据垂直磁偶极源激发的电场,对磁矩按矩形回线面积积分,推导出矩形回线激发的总电场强度;利用法拉第电磁感应定律,由电场强度阶跃响应推导出磁感应强度脉冲响应。采用这种方法可以求得矩形回线在任意时刻、任意点激发的电磁场。

(2) 推导出磁感应强度脉冲响应水平分量的对称关系: x 分量 $\frac{\partial b_x}{\partial t}$ 关于 x 轴对称并且关于 y 轴负对称; y 分量 $\frac{\partial b_y}{\partial t}$ 关于 y 轴对称并且关于 x 轴负对称。应用正弦和余弦函数的关系,得到磁场脉冲响应水平分量之间的转换关系。

(3) 对磁场脉冲响应水平分量的对称关系和脉冲响应水平分量之间的转换关系的研究为简化三维正演赋初始值提供了理论依据,即只需计算 1/4 回线内磁场脉冲响应的 1 个水平分量即可。

参考文献:

- [1] Poddar M. A rectangular loop source of current on multilayered earth[J]. *Geophysics*, 1983, 48(1): 107-109.
- [2] Raiche A P. Transient electromagnetic field computations for polygonal loops on layered earths[J]. *Geophysics*, 1987, 52(6): 785-793.
- [3] Goldman M M, Fitterman D V. Direct time-domain calculation of the transient response for a rectangular loop over a two-layer medium[J]. *Geophysics*, 1987, 52(7): 997-1006.
- [4] Singh N P, Mogi T. Electromagnetic response of a large circular loop source on a layered earth: A new computation method[J]. *Pure and Applied Geophysics*, 2005, 162: 181-200.
- [5] 薛国强, 李琳, 底青云, 等. 大回线源瞬变电磁场响应特性[J]. *石油地球物理勘探*, 2007, 42(5): 586-590.
XUE Guo-qiang, LI Xiu, DI Qing-yun, et al. Characters of response of large loop transient electromagnetic field[J]. *Oil Geophysical Prospecting*, 2007, 42(5): 586-590.
- [6] 米萨克 N 纳比吉安. 勘察地球物理电磁法[M]. 赵经祥, 王艳君, 译. 北京: 地质出版社, 1992: 195-207.
Nabighian M N. *Electromagnetic methods in applied geophysics* [M]. ZHAO Jing-xiang, WANG Yan-jun, trans. Beijing: Geology Press, 1992: 195-207.
- [7] Guptasarma D. Computation of the time-domain response of a polarizable ground[J]. *Geophysics*, 1982, 47(11): 1574-1576.
- [8] 阮百尧. Guptasarma 算法在瞬变电磁正演计算中的应用[J]. *桂林工学院学报*, 1996, 16(2): 167-170.
RUAN Bai-yao. Application of Guptasarma algorithm in TEM's forward[J]. *Journal of Guilin Institute of Technology*, 1996, 16(2): 167-170.
- [9] Wang T, Hohmann G W. A finite-difference, time-domain solution for three-dimensional electromagnetic modeling[J]. *Geophysics*, 1993, 58(6): 797-809.
- [10] 朴化荣. 电磁测深法原理[M]. 北京: 地质出版社, 1990: 62-69.
PIAO Hua-rong. *Principles of geoelectromagnetic methods*[M]. Beijing: Geological Press, 1990: 62-69.
- [11] Anderson W L. Numerical integration of related Hankel transforms of orders 0 and 1 by adaptive digital filtering[J]. *Geophysics*, 1979, 44(7): 1287-1305.
- [12] Anderson W L. A hybrid fast Hankel transform algorithm for electromagnetic modeling[J]. *Geophysics*, 1989, 54(2): 263-266.
- [13] Guptasarma D, Singh B. New digital linear filters for Hankel J_0 and J_1 transforms[J]. *Geophysical Prospecting*, 1997, 45: 745-762.
- [14] 谢树艺. 矢量分析与场论[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2005: 102-119.
XIE Shu-yi. *Vector analysis and field theory* [M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2005: 102-109.
- [15] 闫述, 陈明生, 傅君眉. 瞬变电磁场信号在地下的扩散及地面上的时域响应特性[J]. *煤田地质与勘探*, 2001, 29(2): 55-57.
YAN Shu, CHEN Ming-sheng, FU Jun-mei. Time-domain behavior of transient electromagnetic field signal under ground and on the surface of the earth[J]. *Coal Geology & Exploration*, 2001, 29(2): 55-57.
- [16] 徐凯军, 李桐林. 时域瞬变场电磁场有限差分法[J]. *世界地质*, 2004, 23(3): 533-537.
XU Kai-jun, LI Tong-lin. A finite-difference time-domain solution for transient electromagnetic fields[J]. *Global Geology*, 2004, 23(3): 533-537.
- [17] 邓晓红. 定回线源瞬变电磁三维异常特征反演[D]. 北京: 中国地质大学(北京)地球物理与信息工程学院, 2006: 1-25.
DENG Xiao-hong. *Three-dimensional anomalous characteristics inversion of fixed loop source transient electromagnetic method*[D]. Beijing: School of Geophysics and Information Technology, China University of Geosciences (Beijing), 2006: 1-25.
- [18] 强健科, 何继善. 椭球体上双频激电法的正演与反演算法[J]. *中南大学学报: 自然科学版*, 2007, 38(6): 1199-1205.
QIANG Jian-ke, HE Ji-shan. Algorithm of forward and inversion of dual-frequency induced polarization method on elliptical sphere[J]. *Journal of Central South University: Science and Technology*, 2007, 38(6): 1199-1205.
- [19] TANG Jing-tian, ZHANG Ji-feng, FENG Bing, et al. Application of deviation rate in oil and gas reservoir exploration[J]. *Journal of Central South University of Technology*, 2008, 15(2): 251-255.

(编辑 陈灿华)