第 33 卷第 4 期　　　　中南工业大学学报　　　　Vol. 33　No. 4
2 0 0 2 年 8 月　　　　J. CENT. SOUTH UNIV. TECHNOL.　　　　Aug.　2 0 0 2

快速超薄铸轧机铸轧辊变形热力耦合模型

熊勇刚[1,2], 李军辉[2], 王桥医[1,2], 谭建平[2]

(1. 株洲工学院 机械系, 湖南 株洲　412008;
2. 中南大学 机电工程学院, 湖南 长沙　410083)

摘要: 快速超薄铸轧机铸轧辊的辊芯与辊套为 2 种不同材质配合而成的复合体, 存在不连续的结合面, 辊芯内有几何结构复杂的内冷水槽而非单一实心体, 周向温差较大, 其温度场为非对称三维温度场, 工作在多种物理场(热 、力) 下, 作者运用热弹性力学理论, 建立热弹耦合方程并求解, 并结合接触压力(轧制力分布) 模型, 确定了铸轧辊温度场边界条件, 得到了超薄铸轧机铸轧辊变形的计算模型.

关键词: 铸轧辊; 耦合; 模型

中图分类号: TG302　　　**文献标识码**: A　　　**文章编号**: 1005-9792(2002) 04-0412-03

快速超薄铸轧机铸轧辊与一般的热 、冷轧辊不同, 主要表现在辊芯与辊套为 2 种不同材质配合而成的复合体, 存在不连续的结合面, 辊芯内有几何结构复杂的内冷水槽而非单一实心体; 周向温差较大, 其温度场为非对称三维温度场. 因此, 必须考虑热弹性应变与温度场的相互影响, 考虑非稳态过程. 由于铸轧辊内部几何结构复杂且材质相异, 因此, 必须建立铸轧辊三维热力耦合模型, 并对各种复杂边界条件进行处理[1-3].

1　热弹耦合方程及其求解

在热弹性力学中, 热传导方程和热弹性力学方程是相互耦合的. 热传导耦合项的存在, 表明热弹性体上的温度场与热弹性应变有关. 耦合热弹性问题的控制方程由热传导方程和热弹性力学方程构成. 对于平面问题, 由具耦合项的热传导方程导出的温度场 $\{\boldsymbol{T}\}$ 的有限元方程为[4-7]:

$$[\boldsymbol{C}]\{\dot{\boldsymbol{T}}\}+[[\boldsymbol{K}_C]+[\boldsymbol{K}_b]+[\boldsymbol{K}_p]+[\boldsymbol{K}_r]]\{\boldsymbol{T}\}=\{R_T\}+\{R_q\}+\{\boldsymbol{R}_b\}+\{\boldsymbol{R}_r\}+\{\boldsymbol{R}_v\}. \tag{1}$$

式中: $[\boldsymbol{C}]=\sum[\boldsymbol{C}]^e=\sum\int_{\Omega(e)}\rho c[\boldsymbol{N}]^{\mathrm{T}}[N]\,\mathrm{d}\Omega$, 为比热容矩阵; $[\boldsymbol{K}_c]=\sum[\boldsymbol{K}_c]^e=\sum\int_{\Omega(e)}[\boldsymbol{B}]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{KT}]\cdot[\boldsymbol{B}]\,\mathrm{d}\Omega$, 为热传导矩阵; $[\boldsymbol{K}_b]=\sum[\boldsymbol{K}_b]^e=\sum\int_{S3}b[\boldsymbol{N}]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{N}]\,\mathrm{d}T$, 为热交换矩阵; $[\boldsymbol{K}_r]=\sum[\boldsymbol{K}_r]^e=\sum 4T^3\int_{S4}\eta\lambda[\boldsymbol{N}]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{N}]\,\mathrm{d}T$, 为热辐射矩阵; $[\boldsymbol{K}_P]=\sum[\boldsymbol{K}_P]^e=\sum\int_{\Omega e}\frac{1}{\Delta t_i}[\boldsymbol{N}]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{N}][\beta][\boldsymbol{P}]\cdot(\{\delta\}_i^e-\{\delta_{i-1}^e\})\,\mathrm{d}T$, 为热耦合矩阵; $[\boldsymbol{R}_T]=\sum[\boldsymbol{R}_T]^e=\sum\int_{S1}(\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{n})[\boldsymbol{N}]^{\mathrm{T}}\mathrm{d}t$, 为维持表面节点至规定温度的热载荷向量; $[\boldsymbol{R}_V]=\sum[\boldsymbol{R}_V]^e=\sum\int_{\Omega(e)}\rho T[\boldsymbol{N}]^{\mathrm{T}}\mathrm{d}T$, 为内热生成热载荷向量; $[\boldsymbol{R}_q]=\sum[\boldsymbol{R}_q]^e=\sum\int_{S2}q_S[\boldsymbol{N}]^{\mathrm{T}}\mathrm{d}T$, 为表面热流载荷向量; $[\boldsymbol{R}_b]=\sum[\boldsymbol{R}_b]^e=\sum\int_{S3}bT_e[\boldsymbol{N}]^{\mathrm{T}}\mathrm{d}T$, 为表面热交换载荷向量; $[\boldsymbol{R}_r]=\sum[\boldsymbol{R}_r]^e=\sum\int_{S4}\xi q_r[\boldsymbol{N}]^{\mathrm{T}}\mathrm{d}T$, 为受辐射的热载荷向量; Ω 为积分面积; $T=s_1+s_2+s_3+s_4$, 为积分边线; s_1, s_2, s_3, s_4 分别为第 1, 2, 3 类及辐射边界条件的边界线长度; ρ, c 为物体的密度和比热容; b 为边界热交换系数; η为 Botzman 常数; λ为表面热辐射率; $T=$

收稿日期: 2001- 11- 15
基金项目: 国家计委计划项目(计高技[1998] 1985)
作者简介: 熊勇刚(1966-) , 男, 湖南安化人, 株洲工学院副教授, 中南大学在读博士研究生, 从事 CAD 机电一体化 、有限元应用研究.

$\frac{1}{r}\sum_{k=1}^{n}T_k$; n 为单元节点数; T_k 为节点温度; ζ 为表面吸收率; q_s 为边界热流密度; q_r 为单位面积 λ 射流率; $[\beta]$ 为材料的热力系数矩阵; $[\boldsymbol{P}]=[\frac{\partial N}{\partial x},\frac{\partial N}{\partial y},\cdots,\frac{\partial N_r}{\partial x},\frac{\partial N_r}{\partial y}]$; T_e 为环境温度; $\{\delta\}^e$ 为单元结点位移列阵.

根据热弹性运动方程导出的有限元列式, 在平面应变的情况下, 热弹性平面应变有限元基本方程为

$$[\boldsymbol{K}]\{\delta\}=\{\boldsymbol{G}\}+\{\boldsymbol{Q}\}. \qquad (2)$$

式中: $[\boldsymbol{K}]=\sum[\boldsymbol{K}]^e=\sum\int_{\Omega(e)}[\boldsymbol{B}]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{D}][\boldsymbol{B}]\mathrm{d}\,\Omega$, 为刚度矩阵; $\{G\}=\sum[\boldsymbol{G}]^e=\sum\int_{\Omega(e)}[\boldsymbol{B}]^T[\boldsymbol{D}]\cdot\alpha(T-T_0)[110]^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\,\Omega$, 为热载荷列; T_0 为初始温度, α 为热膨胀系数; $\{\delta\}$ 为结点位移列阵; $\{\boldsymbol{Q}\}=\sum\{\boldsymbol{Q}\}e$, 为外载力(轧制力)列阵.

式(1)和(2)都含有未知数 $\{\boldsymbol{T}\}$ 和 $\{\delta\}$, 它们不能独立求解, 只能耦合求解.

在求解过程中, 把整个时间段划分为 N 个相等的时间步, 其增量式为 $t_i=t_{i-1}+\Delta t$, 这里 $i=1,2,\cdots,I$. 引入 1 个参数 θ, $0\leqslant\theta\leqslant1$, 使 $t_\theta=t_{i-1}+\theta\Delta t$, 这样(1)式可写为

$$\theta[\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T}_\theta,\ \delta_\theta,\ \boldsymbol{t}_\theta)]+\frac{1}{\Delta t}[\boldsymbol{C}(\boldsymbol{T}_\theta)]\{T\}_i=$$
$$\{(1-\theta)[\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T}_\theta,\ \delta_\theta,\ \boldsymbol{t}_\theta)]+$$
$$\frac{1}{\Delta t}[\boldsymbol{C}(\boldsymbol{T}_\theta)]\}\{T_{i-1}\}+\{R(T_\theta,\ t_\theta)\}. \qquad (3)$$

式中: $\boldsymbol{T}_\theta$ 是 $\{\boldsymbol{T}\}_\theta$ 的简写; δ_θ 是 $\{\delta\}_\theta$ 的简写, 而 $\{\boldsymbol{T}\}_\theta=(1-\theta)\{\boldsymbol{T}\}_{i-1}+\theta\{\boldsymbol{T}\}_i$; $\{\delta\}_\theta=(1-\theta)\{\delta\}_{i-1}+\theta\{\delta\}_i$; $\{\boldsymbol{R}(\boldsymbol{T}_\theta,\ \boldsymbol{t}_\theta)\}=[\boldsymbol{C}(\boldsymbol{T}_\theta)]\{\boldsymbol{T}\}_\theta+[\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T}_\theta,\ \delta_\theta,\ \boldsymbol{t}_\theta)]\cdot\{\boldsymbol{T}\}_\theta$; $\{\dot{\boldsymbol{T}}\}=\frac{\{\boldsymbol{T}\}_i-\{\boldsymbol{T}\}_{i-1}}{t}$.

对式(3), 采用 Newton-Raphson 迭代法. 对形如 $[\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T})]\{\boldsymbol{T}\}=\{\boldsymbol{R}\}$ 的方程, 该法的迭代形式是:

$$[\boldsymbol{J}]^{m-1}\{\Delta\boldsymbol{T}\}^m=-\{\boldsymbol{F}_1\}^{m-1}; \qquad (4a)$$

$$\{\boldsymbol{T}\}=\{\boldsymbol{T}\}^{m-1}+\{\Delta\boldsymbol{T}\}^m. \qquad (4b)$$

式中: m 表示第 m 次迭代步;

$$\{F_1\}=\{\theta[\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T}_\theta,\ \delta_\theta,\ \boldsymbol{t}_\theta)]+\frac{1}{\Delta t}[\boldsymbol{c}(\boldsymbol{T}_\theta)\{\boldsymbol{T}_\theta\}-$$
$$(1-\theta)\boldsymbol{K}(\boldsymbol{T}_\theta,\ \delta_\theta,\ \boldsymbol{t}_\theta)]+$$
$$\frac{1}{\Delta t}[\boldsymbol{C}(\boldsymbol{T}_\theta)]\{\boldsymbol{T}\}_{i-1}+\{\boldsymbol{R}(\boldsymbol{T}_\theta,\ \boldsymbol{t}_\theta)\}. \qquad (5)$$

为了简化, 可以认为 Jacobi 矩阵 $[\boldsymbol{J}]$ 为:

$$[\boldsymbol{J}]=\theta[\boldsymbol{K}\ \boldsymbol{T}_\theta,\ \delta_\theta,\ \boldsymbol{t}_\theta]+\frac{1}{\Delta t}[\boldsymbol{c}(\boldsymbol{T}_\theta)]. \qquad (6)$$

耦合求解方程(1)(现已化为方程(3))和(2)式的步骤为:

a. 令 $\{\boldsymbol{T}\}_\theta=\{\boldsymbol{T}\}_{n-1}$, $\{\delta\}_\theta=\{\delta\}_{i-1}=\{\delta\}_0$.

这样, 方程(3)只含有未知数 $\{\boldsymbol{T}\}$, 把它们代入到方程(5), 采用方程(4)迭代式, 可得收敛的 $\{\boldsymbol{T}\}^m$, 便是 $\{\boldsymbol{T}\}_i$;

b. 把 $\{\boldsymbol{T}\}_i$ 代入式(2), 解出第 1 迭代步的 $\{\delta\}_n^1$;

c. 把 $\{\delta\}_n^1$ 代入式(5), 采用迭代式(4), 得到新的收敛的 $\{\boldsymbol{T}\}^m$;

d. $\{\boldsymbol{T}\}^m$ 代入式(2), 解出第 2 迭代步的 $\{\delta\}_n^2$;

e. 重复进行步骤 **b.**, **c.**, **d.**, 直到收敛, 得收敛的 $\{\boldsymbol{T}\}$ 和 $\{\delta\}$, 即得方程式(1)和(2)的解.

2　边界条件的处理

2.1　接触压力(轧制力分布)模型

铸轧过程中铸轧坯与铸轧辊接触表面的摩擦一般为混合摩擦, 即存在 3 个区: 滑动区、粘着区和停滞区, 按混合摩擦条件和轧制压力连续条件解轧制区平衡微分方程, 其解可表示为[8, 9]:

$$p_x=\begin{cases}\frac{K_1\alpha A}{\alpha A+2\mu/\bar{h}}\exp(-\alpha Ax)+K_2(1-\frac{2A}{\alpha A+2\mu/\bar{h}})\cdot \\ \quad\exp[2\mu(X+Z_3)/\bar{h}],\ \text{后滑区}; \\ \frac{K_1\alpha A}{\alpha A-2\mu/\bar{h}}\exp(-\alpha Ax)+K_1[1+\sigma_{\text{前}}/K_1-\frac{\alpha A}{\alpha A-2\mu/\bar{h}}\cdot \\ \quad\exp(-\alpha Ax)]\exp(-2\mu x/\bar{h}),\ \text{前滑区}; \\ -\frac{K_1}{\alpha A\bar{h}}\exp(-\alpha Ax)+K_1(\frac{1}{2\mu}+\frac{1}{\alpha A\bar{h}})\cdot \\ \quad\exp(-\alpha Ax_c),\ \text{后粘着区}; \\ \frac{K_1}{\alpha A\bar{h}}\exp(-\alpha Ax)+K_1(\frac{1}{2\mu}+\frac{1}{\alpha A\bar{h}})\cdot \\ \quad\exp(-\alpha Ax_c),\ \text{前粘着区}; \\ K_1\exp(-\alpha Ax)-\frac{K_1\exp(-\alpha Ax_e)}{2\bar{h}l_{en}}(X-X_n)^2-K_1[\frac{1}{\alpha A\bar{h}}+ \\ \quad 1-\frac{l_{en}}{2\bar{h}}\exp(-\alpha Ax_e)+K_1(\frac{1}{2\mu}+\frac{1}{\alpha A\bar{h}})\cdot \\ \quad\exp(-\alpha Ax_c),\ \text{停滞区}.\end{cases} \qquad (8)$$

2.2　铸轧辊温度场边界条件的确定

在进行铸轧辊温度场的数值模拟时, 不考虑重力的影响, 因辊的温度沿辊身方向以中轴面呈对称分布. 故可取半辊身部分作为计算区域. 以辊套中心为原点建立极坐标系, 对计算区域划分网格.

a. 在铸轧区范围内, 铸轧辊与铸轧坯接触界面可视为第 3 类边界条件. 即在 $r=\frac{D}{2}$, $-\varphi_0\leqslant\varphi\leqslant0$, $-\frac{B}{2}\leqslant z\leqslant\frac{B}{2}$ 处,

$$-\lambda\frac{\partial t}{\partial r}=h_r(t-t_{r\infty}).$$

式中: D 为铸轧辊外径; φ_0 为咬入角; B 为铸轧板宽; λ为导热系数; h_r 为铸轧辊与铸轧坯接触表面间的换热系数, J/(cm^2•s•K); $t_{r\infty}$为铸轧坯温度.

b. 在非铸轧区范围内, 铸轧辊与空气接触处为自然对流加辐射传热, 即 $r=\frac{D}{2}$, $0\leqslant\varphi\leqslant 360-\varphi_0$, $-\frac{B}{2}\leqslant z\leqslant\frac{B}{2}$处,

$$-\lambda\frac{\partial t}{\partial r}=h_a(t-t_{a\infty}).$$

c. 在 $r=\frac{d}{2}$, $-\frac{L}{2}\leqslant z\leqslant\frac{L}{2}$处, 铸轧辊冷却水槽与冷却水之间的传热采用紊流对流传热模型为

$$-\lambda\frac{\partial t}{\partial r}=h_w(t-t_i).$$

式中: d 为辊套内径; t_i 为冷却水入口温度; L 为铸轧辊长; h_w 为冷却水槽与冷却水之间的热交换系数, W/(cm^2•℃).

d. 在 $z=0$ 剖面处, 可视为绝热. 即 $z=0$ 处,

$$\frac{\partial t}{\partial z}=0.$$

e. 沿辊身非铸轧区范围内, 铸轧辊与空气接触处为自然对流加辐射传热, 即 $r=\frac{D}{2}$, $\frac{B}{2}<z\leqslant\frac{L}{2}$或 $-\frac{L}{2}\leqslant z\leqslant-\frac{B}{2}$处,

$$-\lambda\frac{\partial t}{\partial r}=h_a(t-t_{a\infty}).$$

3 结 论

a. 根据快速超薄铸轧机铸轧辊特点, 运用热弹性力学理论, 建立热弹耦合方程并对其求解;

b. 结合接触压力(轧制力分布)模型, 确定了铸轧辊温度场边界条件, 得到了超薄铸轧机铸轧辊变形的计算模型.

参考文献:

[1] 钟 掘. 冶金机械数理基础与现代技术[J]. 中南工业大学学报(自然科学版), 1995, 26(增刊 2): 28-38.

[2] 王国栋. 板型控制理论与实践[M]. 北京: 冶金工出版社, 1986: 288-229.

[3] 陈 杰. 轧辊弹性变形理论与应用[D]. 长沙: 中南工大学机电工程学院, 1999.

[4] 汪凌云. 1850 轧机辊系变形研究及板形预报[J]. 钢铁, 1998, 6(4): 44-48.

[5] 连家创. 四辊轧机的辊形设计及辊形调整[J]. 重型机械, 1984, 9(7): 22-24.

[6] 邹家祥. 轧钢机械理论与结构设计[M]. 北京: 冶金工业出版社, 1993: 127-134.

[7] 王洪纲. 热弹性力学概论[M]. 北京: 清华大学出版社, 1989.

[8] 李世显. 热辊型动态形成机理[D]. 长沙: 中南工业大学机电工程学院, 1998: 118-130.

[9] 朱志华, 肖文锋. 铝带坯铸轧过程轧制压力建模与仿真研究[J]. 特种铸造及有色合金, 2001, 2(5): 37-39.

Calculation of the strain coupling thermal-force for thin-gauge high-speed roll casting

XIONG Yong-gang[1,2], LI Jun-hui[2], WANG Qiao-yi[1,2], TAN Jian-ping[2]

(1. Department of Mechanical Engineering, Zhuzhou Institute of Technology, Zhuzhuo 412008, China;
2. College of Mechanical and Electronical Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Thin gauge high speed roll casting is different from the hot-rolling, it works in the muti-physical fields, its roller has complexity construction around its outer circuinferential, and its differerence in temperature is large. Based on thermoelasticity mechanics, combine the contact press model, the casting roller temperature boundary condition is established. The casting roll roller theoretics foundation is offered, and the models is verified by the calculating results.

Key words: casting roller; coupling; model