

一种复杂机电系统的全局建模方法

唐华平, 钟 掘

(中南大学 机电工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 根据复杂机电动力学系统的特点, 提出了一种约束函数递推组集法的复杂机电系统全局建模方法. 首先, 根据复杂机电系统的拓扑结构和约旦变分原理, 建立机械系统的单体动力学模型, 应用递推组集技术建立树形复杂机电系统的动力学模型; 其次, 建立非树形复杂机械系统约束函数, 解除非树形系统约束, 利用树形系统的建模方法建立非树形系统的动力学模型; 最后, 建立机电耦合约束函数, 利用约束函数与机电系统方程解约, 建立复杂机电系统的全局模型.

关键词: 机电耦合; 多体系统; 动力学

中图分类号: TH137

文献标识码: A

文章编号: 1005-9792(2002)05-0522-04

在许多领域存在大量的机电系统, 许多系统在运行过程中部件之间、子系统之间存在相对运动, 机械系统与电系统间存在强耦合且耦合界面状态十分复杂, 如高速轧机、航空航天器、机器人、电力机车等. 这些系统为多个物体通过复杂耦合界面(或者运动副)连接的系统, 称为机电多体系统. 对于复杂机电系统, 其动态特性和稳定性最为重要, 它涉及系统模型的问题, 即建立一个比较准确的全局模型.

机械系统的建模经历了从机械系统的运动学建模^[1]、结构动力学、静力学建模^[2,3]、多刚体系统动力学建模^[4,5]等到多柔体系统动力学建模^[6,7]的发展与完善过程. 尽管机电一体化产品已有相当长的历史, 但到目前为止, 机电耦合系统的建模都是针对某一机电系统的具体建模方法^[8], 没有系统、通用的方法. 对于一般的机械系统, 基于多体动力学理论的递推组集是一种通用、程式化、适用广的全局建模方法, 但是, 它不能处理系统界面多物理场、多过程的耦合与机电参数的动态耦合, 所以, 不能直接用于复杂机电系统的全局建模. 为此, 作者提出一种复杂机电系统的全局建模方法.

1 复杂机电系统的典型耦合类型与拓扑结构图

复杂机电系统的典型耦合主要是机电耦合与界面耦合. 复杂机电系统中驱动与控制子系统的电参数通过子系统间的交互作用与机械系统的力学参数

构成机电耦合, 其耦合主要表现为: 驱动源强电磁场与传动系统的机电耦合、控制系统调控微变量与机械系统主体运动的机电耦合. 界面耦合是子系统交界面物理参数的一种约束, 如运动界面摩擦力与运动参数、弹塑性变形的耦合. 机电耦合与界面耦合可用约束函数描述.

实际机电系统由零部件以及它们构成的子系统组成, 通常将对系统全局特性影响大的零部件、电气与电子器件视为一体, 称为物体. 机电系统中的机械系统, 其物体之间有运动约束关系, 这种运动约束称为铰^[5], 机电系统外对系统内物体的作用定义为外力. 系统内物体间的相互作用称为力元.

具有耦合界面的一对物体称为铰的邻接物体. 机电系统中各物体的联系方式称为系统的拓扑构型, 简称拓扑. 任意一个机电系统的拓扑构型如图1所示. 每个物体记作 B_i ($i = 1, \dots, N$; N 为系统中物体的个数). 用一条连接物体的有向线段表示铰, 记作 H_j ($j = 1, 2, 3, \dots$). 下标 i 与 j 分别表示物体与铰的序号, 0 表示系统外状态为已知的物体.

铰与邻接物体的关系称为关联. 如图1中的铰 H_4 与物体 B_3 和 B_4 相关联. 如果由物体 B_i 沿一系列物体和铰到达物体 B_j , 其中没有一个铰被重复通过, 则这组铰(或物体)构成物体 B_i 至 B_j 的路, 记为 (B_i, B_j) .

任意2个物体之间的路为唯一的机电多体系统

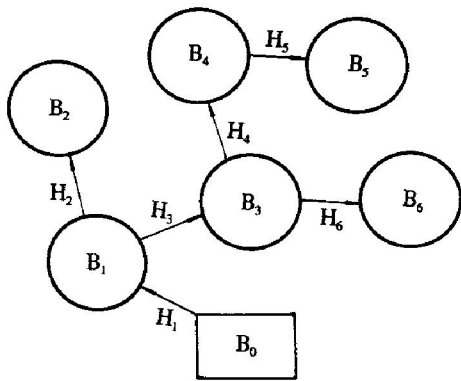


图1 树形机电系统拓扑结构图

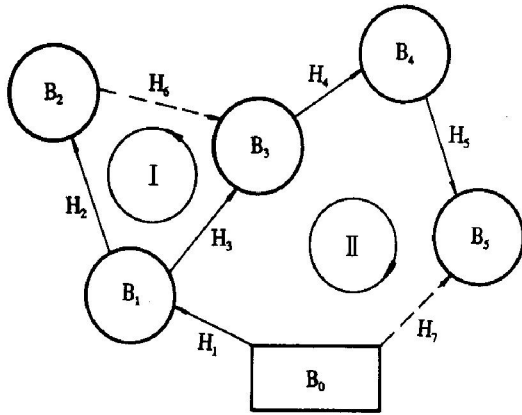


图2 非树形机电系统拓扑结构图

称为树系统. 反之, 称为带回路的系统或非树系统. 非树系统可人为地切断回路中某些约束, 使原系统变为一个树系统, 此树系统称为原非树系统的派生树系统. 图2所示为由5个物体, 7个铰构成的系统. 切断2个铰 H_7 与 H_6 (虚线表示), 构成该系统的—个派生树系统.

视物体为顶点, 铰为弧, 定义关联矩阵如下:

$$S_{am} = \begin{cases} 1, & \text{物体 } B \text{ 和铰 } H \text{ 直接关联;} \\ 0, & \text{物体 } B \text{ 和铰 } H \text{ 非直接关联.} \end{cases}$$

多体机电系统拓扑结构图中物体与铰的标号一般没有限制. 为了数学描述和计算的方便, 引入统一的规则标号, 对于树系统, 作如下规定:

- a. 与 B_0 邻接的物体记为 B_1 , 相关联的铰记为 H_1 ;
- b. 每个物体与其内接铰的序号相同;
- c. 每个物体的序号大于其内接物体的序号;
- d. 每个铰的指向一律背离 B_0 方向.

在规则标号时, 用关联矩阵 $S = [S_{am}]$ 描述物体间的联系. 对于带有环路的非树形系统, 为了方便, 将其基本环路切断, 使之转化为带约束条件的树形系统.

对于带约束的树形系统, 为了叙述方便, 引入下列概念:

a. 物体 B_j 与物体 B_i 关联, 且 $i < j$, 则称物体 B_i 为物体 B_j 的前置体, 记为 $i = L(j)$; 物体 B_j 为物体 B_i 的外层体, 记为 $j \in \Gamma(i)$, $\Gamma(i)$ 为物体所有外层体的集合. 规定铰与外层体固接.

b. 根据规则标号法, $\varphi(0) = \{1\}$ 称为第1层物体, 引入算符 $\varphi(0)$, 记 $\varphi\varphi \dots \varphi(0) = \varphi^{(n)}(0)$, 称为第 n 层物体的集合, 若 $\varphi^{(n)}(0)$ 为空集, 则称 $N = (n - 1)$ 层为外层物体.

2 单体运动学分析

建立单体的动力学方程时, 需要建立相应的坐标系, 一般采用浮动坐标系建立其动力学方程. 多体系统中物体 B_i 上任意一点 P 的运动如图3所示. 其中, $OXYZ$ 和 $O_iX_iY_iZ_i$ 分别表示惯性坐标系和随体动坐标系. 将随体动坐标系的原点 O_i 取在物体 B_i 的铰上. r_{io} 和 R_{ip} 分别为原点 O_i 和 P 点在惯性坐标系 $OXYZ$ 的位置; r_{ip} 和 u_{ip} 分别为变形前 P 点在随体动坐标系位置和 P 点的变形位移; A_{io} 和 ω_i 分别为随体动坐标系在惯性坐标系的方位矩阵和角速度, 于是有

$$R_{ip} = r_{io} + A_{io}(r_{ip} + u_{ip}). \tag{1}$$

对式(1)求导数, 得速度和加速度:

$$R_{ip}' = \bar{E}_{io}Z_i' + \bar{E}_{i1}u_{ip}'; \tag{2}$$

$$R_{ip}'' = \bar{E}_{io}Z_i'' + \bar{E}_{i1}u_{ip}'' + \bar{S}_{ip}. \tag{3}$$

式中: $Z_i' = [r_{io}^T, \omega_i^T]$, $\bar{E}_{io} = [I, A_{io}\tilde{r}_{ip} - A_{io}\tilde{u}_{ip}]$, $\bar{E}_{i1} = A_{io}$, $\bar{S}_{ip} = 2A_{io}\tilde{\omega}_i u_{ip}' + A_{io}\tilde{\omega}_i^2(r_{ip} + u_{ip})$.

物体 B_j 和它的前置体 $i = L(j)$ 之间的运动学关系如图4所示, 两者的位移有如下关系:

$$r_{jo} = r_{io} + A_{io}(d_{ij} + Y_j + X_j). \tag{4}$$

式中: d_{ij} 为在随体坐标系 $O_iX_iY_iZ_i$ 中铰 H_i 和铰 H_j 的刚体距离; Y_j 为物体 B_i 的弹性变形引起铰 H_j 运动而产生的位移(线位移); X_j 为铰的滑动位移. 根

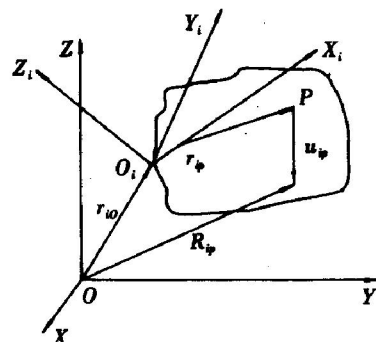


图3 多体系统中物体 B_i 上任意一点 P 的运动坐标图

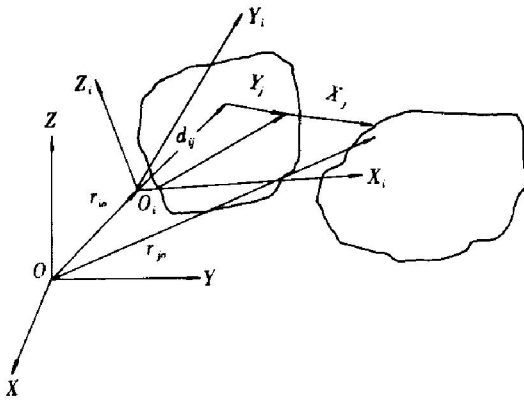


图 4 物体 B_j 与前置体位移关系图

据文献[9],有:

$$\mathbf{Z}'_j = \mathbf{E}_{ij}\mathbf{Z}'_i + \mathbf{F}_{ij}\theta'_j, \quad (5)$$

$$\mathbf{Z}''_j = \mathbf{E}_{ij}\mathbf{Z}''_i + \mathbf{F}_{ij}\theta''_j + \mathbf{W}_{ij}. \quad (6)$$

3 树形多体系统的动力学方程

3.1 树形多体系统中单体的动力学方程

当系统只有 1 个物体 B_i 时, 设其体积为 V_i , 具有界面 σ_i , 根据速度变分原理, 其动力学方程为:

$$-\int_{V_i} \rho_i \delta \mathbf{R}'_i{}^T \cdot \mathbf{R}''_i dV_i + \int_{V_i} \delta \mathbf{R}'_i{}^T \cdot \mathbf{f}_i dV_i + \int_{\sigma_i} \delta \mathbf{R}'_i{}^T \cdot \mathbf{T}_i d\sigma_i + \delta \mathbf{R}'_i{}^T \cdot \mathbf{P}_i = \int_{V_i} \delta \boldsymbol{\varepsilon}'_i{}^T \cdot \boldsymbol{\tau}_i dV_i. \quad (7)$$

式中: $\rho_i, \mathbf{f}_i, \mathbf{T}_i, \mathbf{P}_i, \delta \mathbf{R}'_i, \delta \boldsymbol{\varepsilon}'_i, \mathbf{R}''_i$ 和 $\boldsymbol{\tau}_i$ 分别为密度、体积力、面积力、集中力、速度变分、应变速率变分、加速度和应力. 设物体变形微小且为线性弹性, 于是有:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i &= \mathbf{N}_i \mathbf{a}_i; & \boldsymbol{\varepsilon}_i &= \mathbf{B}_i \mathbf{a}_i; \\ \boldsymbol{\tau}_i &= \mathbf{D}_i \boldsymbol{\varepsilon}_i, \text{ (本构关系); } & \delta \boldsymbol{\varepsilon}'_i &= \mathbf{B}_i \delta \mathbf{a}'_i. \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{N}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{D}_i$ 分别为形函数、几何阵和材料弹性特性系数矩阵, 由文献[9]得单体的动力学方程为:

$$\mathbf{M}_{i0} \mathbf{Z}''_i + \mathbf{M}_{i1} \mathbf{a}''_i - \mathbf{F}^*_{i0} = 0, \quad (9)$$

$$\mathbf{M}^T_{i1} \mathbf{Z}''_i + \mathbf{M}_{i2} \mathbf{a}''_i + \mathbf{K}_i \mathbf{a}_i - \mathbf{F}^*_{i1} = 0. \quad (10)$$

3.2 树状多体动力学方程

对于由 $n+1$ 个物体组成的树形系统, 系统的动力学方程可写成:

$$\sum_{i=1}^n \delta \mathbf{Z}'_i{}^T (\mathbf{M}_{i0} \mathbf{Z}''_i + \mathbf{M}_{i1} \mathbf{a}''_i - \mathbf{F}^*_{i0}) - \delta \theta'_i{}^T \mathbf{U}_i +$$

$$\sum_{i=1}^n \delta \mathbf{a}'_i{}^T (\mathbf{M}^T_{i1} \mathbf{Z}''_i + \mathbf{M}_{i2} \mathbf{a}''_i + \mathbf{K}_i \mathbf{a}_i - \mathbf{F}^*_{i1}) = 0. \quad (11)$$

由文献[9]可建立如下方程:

$$\sum_{i=1}^n \delta \mathbf{Z}'_i{}^T (\mathbf{M}_i \mathbf{Z}''_i - \mathbf{F}^*_i) - \delta \theta'_i{}^T \mathbf{U}_i = 0. \quad (12)$$

式中: 矩阵 \mathbf{M}_i 为正定阵, $\mathbf{M}_i = \mathbf{M}_{i0} - \mathbf{M}^{-1}_{i2} \mathbf{M}^T_{i1}$. 设系统的外层物体集合为 Φ , 经推导得^[9]

$$\sum_{i \in (n-\Phi)} [\delta \mathbf{Z}'_i{}^T (\mathbf{M}_i \mathbf{Z}''_i - \mathbf{F}^*_i) - \delta \theta'_i{}^T \mathbf{U}_i = 0. \quad (13)$$

式(13)中 \mathbf{M}_i 仍为正定对称阵, 式(12)和(13)具有相同的形式, 相当于由物体综合 $(n-\Phi)$ 构成的新的树形系统. 重复上述过程, 依层次可得 $\Phi^* = (n-\Phi) \cup L(\Phi) \dots \cup L^{(i)}(\Phi)$, 构成的新的树形系统. 设系统共有 k 层, 则 $\Phi_k^* = \{0\}$, 物体 B_0 是惯性系, 依次递推求 k 次, 可求出整体系统的方程.

4 约束树形多体系统的动力学方程

对于带有约束条件的树形系统, 在一般情况下, 其约束条件为:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \mathbf{Z}'_{ij} = -\varphi_j. \quad (14)$$

对式(14)求导得:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \mathbf{Z}''_{ij} = -\varphi_j^*. \quad (15)$$

式中: φ_j, φ_j^* 分别为所有不含一次和二次导数的项. 为方便推导, 仅考虑 $n=1$ 的情形, $n>1$ 的情况可以类推. 于是, 约束条件变为:

$$x_j \mathbf{Z}'_j = -\varphi_j, \quad (16)$$

$$x_j \mathbf{Z}''_j = -\varphi_j^*. \quad (17)$$

假设 $i \in \mathcal{U}(j)$ 的物体已用树形系统方法解决, 由式(16)得: $x_j \delta \mathbf{Z}'_j = 0$, 前乘拉氏乘子 λ_j^T 后, 代入式(13), 用类似于树形系统的方法处理, 得:

$$\theta_j'' = \mathbf{a}_{L(j)j} \mathbf{Z}_{L(j)}'' + \beta_j + \mathbf{r}_j \lambda_j. \quad (18)$$

$\mathbf{r}_j = -(\mathbf{F}^T_{ij} \mathbf{M}_j \mathbf{F}_{ij})^{-1} \mathbf{F}^T_{ij} x_j^T$, 将式(17)代入式(16), 解之得:

$$\lambda_j = \eta_{L(j)j} \mathbf{Z}_{L(j)}'' + \eta_j. \quad (19)$$

式中: $\eta_{L(j)j} = - (x_j \mathbf{F}_{ij} \mathbf{r}_j)^{-1} (x_j \mathbf{E}_{L(j)j} + x_j \mathbf{F}_{ij} \mathbf{a}_{L(j)j})$, $\eta_j = - (x_j \mathbf{F}_{ij} \mathbf{r}_j)^{-1} (x_j \mathbf{F}_{ij} \beta_j + x_j \mathbf{W}_{ij} + \varphi_j^*)$.

将式(18)代入式(19)得:

$$\theta_j'' = \mathbf{a}^*_{L(j)j} \mathbf{Z}_{L(j)}'' + \beta_j^*. \quad (20)$$

其中: $\mathbf{a}^*_{L(j)j} = \mathbf{a}_{L(j)j} + \mathbf{r}_j \eta_{L(j)j}$; $\beta_j^* = \beta_j + \mathbf{r}_j \eta_j$. 将式

(20), (19)代入式(13) (考虑拉氏乘子)得到与式(13)相同形式的方程.

5 机电耦合多体动力学建模

机电系统的机电耦合是一种广义约束,称为广义铰.对于任何一个具有机电耦合的系统,其耦合界面(广义铰)的广义约束函数为:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} z_{ij}' = - \varphi_j(\xi'', \xi, \xi), \quad (21)$$

或

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} z_{ij}'' = - \varphi_j^*(\xi'', \xi, \xi). \quad (22)$$

式中, ξ 为电参数,方程(21)与方程(14)相似,方程(22)与方程(15)相似,用建立约束树形多体系统动力学方程方法建立带机电耦合多体系统的动力学模型.在建立多体系统动力学方程后,还需建立机电耦合子系统的电参数方程或方程组,即:

$$\varphi_j(\xi'', \xi, \xi) = 0. \quad (23)$$

运用约束树形多体系统动力学建模方法,建立与式(13)形式一样的机电系统的全局动力学模型.

6 结 语

通过引入闭环系统的约束函数和机电耦合约束

函数,运用拉格朗日乘子法建立了约束的树形多体系统动力学模型和机电耦合系统动力学模型,为复杂机电系统的全局特性研究提供了一种通用、简单、易于编程、所需计算机内存少的全局建模方法.

参考文献:

- [1] 扬玉泉. 机械原理[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1995.
- [2] 洪嘉振. 计算多体系统动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.
- [3] Haug E J. Computer aided analysis and optimization of mechanical system dynamics[M]. Berlin: Springer Verlag, 1984.
- [4] 刘延柱, 洪嘉振. 多刚体系统动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1989.
- [5] 休斯顿, 刘又午. 多刚体系统动力学[M]. 天津: 天津大学出版社, 1991.
- [6] Banerjee A K, Lemak M K. Multi-flexible body dynamics capturing motion induced stiffness[J]. Journal of Applied Mechanics, 1991, 58(4): 766-775.
- [7] Padilla C E, Floton A H. Nonlinear strain displacement relations and flexible multibody dynamics[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1992, 15(1): 128-136.
- [8] 晏水平, 韩守木. 大型汽轮发电机组机电耦合含轴系扭振模型研究[J]. 华中理工大学学报, 1993, 21(1): 137-142.
- [9] 唐华平, 孔祥安. 树形多柔体系统动力学递推组集建模法[J]. 西南交通大学学报, 1999, 34(3): 284-289.

A method for global modeling of complex electromechanical system

TANG Hua ping, ZHONG Jue

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: To establish a modeling for complex electromechanical system, a dynamic equations of single machine body is derived based on characteristics of complex system and the Jordan's principle, and the dynamic equations of tree multibody of complex mechatronic system is derived by means of recursive technique. The restriction function of complex machine non-tree system is given, the restriction of non-tree system is revealed, and the dynamic modeling of non-tree system is given based on the method of modeling tree system. The restriction function of the mechanism coupled electricity is given, the restriction is revealed using restriction function and electricity equation, and the global modeling of complex mechatronic system is given.

Key words: mechanism coupled electricity; multibody system; dynamics