

# 桩侧土软化对单桩承载力及沉降的影响

刘杰<sup>1,2</sup>, 张可能<sup>1</sup>

(1. 中南大学 资源环境与建筑工程学院, 湖南 长沙 410083;  
2. 株洲工学院 土木系, 湖南 株洲 412008)

**摘要:** 用分段线性函数模拟桩侧剪应力与桩土相对位移的关系, 用应力跌落描述了峰值剪应力和残余剪应力之间的关系, 运用力学理论推导出单桩荷载与沉降的关系, 并通过算例分析了软化系数的大小对单桩承载力、沉降、桩身轴力和位移的影响. 研究表明: 若桩土之间剪应力和相对位移的关系满足软化模型(即应力-应变关系曲线上有明显的峰值, 峰值后应力随位移增大而降低), 则根据  $p-s$  曲线确定单桩承载力时, 必须综合考察软化系数大小、桩端土的性状及单桩沉降和  $p-s$  曲线的形状, 才能合理地确定单桩承载力.

**关键词:** 模型; 位移; 承载力; 沉降

**中图分类号:** TU473.1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1005-9792(2002)02-0121-04

在桩基设计中, 须首先确定桩的承载力及其沉降特征. 尽管桩基是目前国内外应用最广泛的一类基础形式, 但由于桩-土体系是一种非常复杂的力学体系, 其工程设计方法仍是半理论半经验的. 一些学者提出了许多实用的荷载传递函数模型, 并在此基础上推导出单桩荷载-沉降曲线, 但大多忽略了桩土间的滑移现象. 实验证明, 当桩顶位移超过一定限度时, 桩土即发生滑移, 在桩顶荷载较大的情况下, 桩顶位移一般都能超过该限值, 因此, 必须考虑桩土间的滑移, 并考虑由此而导致的桩土之间摩擦阻力的变化<sup>[1]</sup>.

岩石、硬粘土、结构性粘土、紧密砂土等材料在应力-应变关系曲线上有明显的峰值, 峰值后应力随变形增大而降低, 即出现应变软化, 最后达到残余强度. 在应变软化范围内, 由于应力增量与应变增量的内积为负值, 从而使数值模拟的结果不稳定且不惟一<sup>[2,3]</sup>. 在进行桩基静载试验时发现, 当加载达到某一值时, 即使荷载不增加, 甚至减少, 桩的沉降仍继续增大. 当然, 这种现象有些是因为桩底沉渣未清理完全所致, 但也不能排除桩侧土软化的影响. 为了考察桩侧土软化对单桩承载力及沉降的影响, 反映桩土之间的剪应力达到强度峰值后的软化性质, 作者用分段线性函数来模拟桩侧剪应力与桩土相对位移的关系, 并分析了软化系数  $B$  的大小对单桩承载

力、沉降、桩身轴力、位移的影响.

## 1 桩土分析模型及基本假定

a. 桩体在承载过程中呈线弹性状态, 桩为等截面桩, 且不考虑负摩擦阻力的情况.

b. 桩端荷载传递函数表示成<sup>[8]</sup>:

$$p_b = 4G_b r_0 s_b / [(1-\mu)(1-e^{-h/(2r_0)})].$$

其中:  $\mu$  为桩端土的泊松比;  $G_b$  为桩端土的剪切模量;  $r_0$  为桩的半径;  $h$  为桩顶至刚性层的距离;  $s_b$  为桩端沉降位移.

## 2 理论公式推导

### 2.1 桩侧土处于线弹性状态下承载力及沉降特征

设  $s_t$  为桩顶位移,  $s_u$  为弹性极限位移, 则当桩顶位移  $s_t \leq s_u$  时, 在桩身范围内桩土之间的  $\tau_z$  关系呈线性关系. 从桩中取长为  $dz$  微段(如图1所示), 根据平衡条件可得:

$$dF/dz = k_1 s. \quad (1)$$

由虎克定律可得:

$$ds/dz = -F/(EA). \quad (2)$$

联立式(1)和(2)可得:

$$d^2 s/dz^2 = k^2 s. \quad (3)$$

收稿日期: 2001-06-22

基金项目: 株洲市科委科研基金资助项目(200012).

作者简介: 刘杰(1963-), 男, 湖南双峰人, 中南大学博士研究生, 从事地基处理及基础工程研究工作.

式中:  $k = \sqrt{k_1 l / (EA)}$ ;  $l$  为桩周长,  $m$ ;  $E$  为桩的弹性模量,  $kPa$ ;  $A$  为桩截面积,  $m^2$ ;  $k_1$  为桩周土处于弹性极限位移  $s_u$  前的抗剪刚度系数.

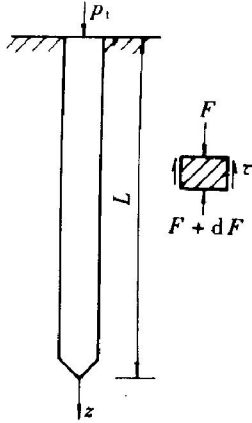


图 1 桩侧土第 1 阶段单元受力图

求解式(3)可得桩身各截面的位移为

$$s(z) = c_1 e^{kz} + c_2 e^{-kz}. \quad (4)$$

将式(4)代入式(2)可得桩身各截面的轴力为

$$F(z) = -EAk(c_1 e^{kz} - c_2 e^{-kz}). \quad (5)$$

式中:  $c_1, c_2$  为积分常数.

本阶段相应的边界条件为

$$\begin{cases} z = 0 \text{ 时, } s(0) = s_t, F(0) = p_t; \\ z = L \text{ 时, } s(L) = s_b, F(L) = p_b = k_b s_b. \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $s_t, p_t$  分别为桩顶沉降和相应的荷载;  $p_b, s_b$  分别为桩端阻力和相应的位移;  $L$  为桩长.

$$k_b = 4G_b r_0 / [(1 - \mu)(1 - e^{-h(2r_0)})].$$

通过式(4), (2)和(6)可得:

$$s_b = \frac{2p_t}{(EAk + k_b)e^{kL} - (EAk - k_b)e^{-kL}}, \quad (7)$$

$$s_t = \frac{e^{-kL}}{2} \left[ s_b - \frac{p_t}{EAk} \right] + \frac{e^{kL}}{2} \left[ s_b + \frac{p_b}{EAk} \right], \quad (8)$$

$$\begin{cases} c_1 = \frac{1}{2} \left[ s_t - \frac{p_t}{EAk} \right], \\ c_2 = \frac{1}{2} \left[ s_t + \frac{p_t}{EAk} \right]. \end{cases} \quad (9)$$

联立式(7)和(8)可得桩土处于线弹性阶段荷载-沉降关系式.

### 2.2 桩侧土应变软化时承载力及沉降特征

当桩顶沉降  $s_t = s_u$  时, 桩顶土处于应变软化状态, 该处的剪应力为  $B\tau_u$  (其中,  $B$  为软化系数,  $\tau_u$  为极限剪应力). 随着荷载增大, 软化点朝桩端移动, 桩侧土软化段长度增大. 设软化区段长为  $L_1$ , 位于  $L_1$  以下的桩侧土处于弹性状态. 在  $L_1$  范围内取微段  $dz$  (如图 2 所示), 利用平衡条件可得:

$$\frac{dF_1}{dz} = -B\tau_u. \quad (10)$$

由虎克定律可得:

$$F_1 = -EA ds_1 / dz. \quad (11)$$

联立式(10)和(11)可得:

$$\frac{d^2 s_1}{dz^2} = \frac{B\tau_u}{EA}. \quad (12)$$

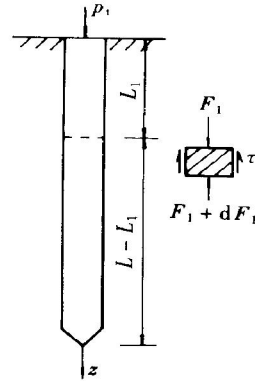


图 2 桩侧土第 2 阶段单元受力图

求解式(12)可得桩侧土软化区段内桩身各截面的位移为

$$s_1(z) = \frac{B\tau_u}{2EA} z^2 + c_3 z + c_4, \quad 0 \leq z \leq L_1. \quad (13)$$

将式(13)代入式(11)可得桩侧土软化区段内桩身各截面的轴力为

$$F_1(z) = -EA \left[ \frac{B\tau_u}{EA} z + c_3 \right], \quad 0 \leq z \leq L_1. \quad (14)$$

当  $L_1 \leq z \leq L$  时, 桩侧土仍处于弹性状态, 可得该段桩身各截面的位移和轴力分别为

$$s_2(z) = c_5 e^{kz} + c_6 e^{-kz}, \quad L_1 \leq z \leq L. \quad (15)$$

$$F_2(z) = -EAk(c_5 e^{kz} - c_6 e^{-kz}), \quad L_1 \leq z \leq L. \quad (16)$$

本阶段相应的边界条件和连续性条件为:

$$\begin{cases} z = 0 \text{ 时, } s_1(0) = s_t, F_1(0) = p_t, \\ z = L_1 \text{ 时, } s_1(L_1) = s_2(L_1) = s_u, F_1(L_1) = F_2(L_1), \\ z = L \text{ 时, } s_2(L) = s_b, F_2(L) = k_b s_b. \end{cases} \quad (17)$$

利用式(13)~(17)可得:

$$s_b = \frac{2EAk s_u}{(EAk - k_b)e^{-k(L-L_1)} + (EAk + k_b)e^{k(L-L_1)}}. \quad (18)$$

$$\begin{cases} c_5 = \frac{1}{2} \left[ s_b - \frac{p_b}{EAk} \right] e^{-kL}, \\ c_6 = \frac{1}{2} \left[ s_b + \frac{p_b}{EAk} \right] e^{kL}. \end{cases} \quad (19)$$

$$p_t = B\tau_u L_1 - EAk(c_5 e^{kL_1} - c_6 e^{-kL_1}). \quad (20)$$

$$s_t = s_u - \frac{B\tau_u}{2EA} L_1^2 + \frac{p_t L_1}{EA}. \quad (21)$$

联立式(20)和(21)可得桩侧土软化时荷载-沉降关系式.

### 2.3 沿桩长范围桩侧土全部软化时承载力及沉降特征

当桩端位移  $s_b > s_u$  时, 沿桩长桩侧土全部软化, 桩土之间的摩擦阻力均为  $B\tau_u$ , 该状态桩身各截面的位移和轴力分别为:

$$s_3(z) = \frac{B\tau_u}{2EA}z^2 + c_7z + c_8. \quad (22)$$

$$F_4(z) = -B\tau_u z - EA c_7. \quad (23)$$

本阶段相应的边界条件为

$$\begin{cases} z = 0 \text{ 时, } s_4(0) = s_t, F_4(0) = p_t, \\ z = L \text{ 时, } s_4(L) = s_b, F_4(L) = p_b = k_b s_b. \end{cases} \quad (24)$$

利用式(22)~(24)的边界条件可得:

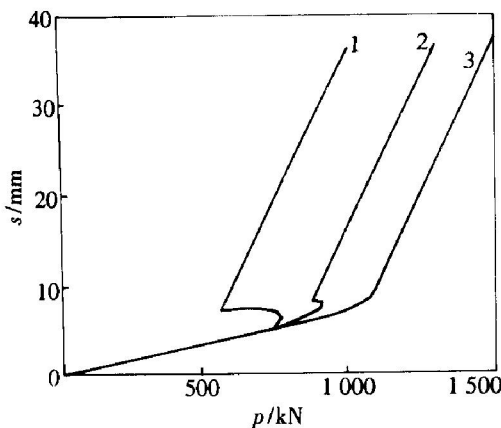
$$s_b = \frac{p_t - B\tau_u L}{k_b}. \quad (25)$$

$$\begin{cases} s_t = s_b - \frac{B\tau_u L^2}{2EA} + \frac{p_t L}{EA}, \\ c_8 = s_t, \\ c_7 = -\frac{p_t}{EA}. \end{cases} \quad (26)$$

联立式(25)和(26)可得该阶段荷载-沉降关系式.

### 3 算例与分析

均质地基中一桩基, 桩身及土的参数为: 桩材弹性模量  $E = 25 \text{ GPa}$ , 桩径  $r_0 = 0.2 \text{ m}$ , 桩长  $L = 20 \text{ m}$ , 桩顶至刚性层的距离  $h = 30 \text{ m}$ ,  $s_u = 5 \text{ mm}$ , 桩土之间的极限摩阻力  $\tau_u = 40 \text{ kPa}$ , 桩端土泊松比  $\mu = 0.25$ , 桩端土剪切模量  $G_b = 1.5 \text{ kN/m}^2$ ,  $p_t$  与  $p_s$  的关系曲线见图 3, 桩身轴力及位移分布曲线见图 4 和图 5. 由图 3 可以看出: 随着桩侧土软化系数  $B$  降低, 桩的承载力减小, 在同一荷载作用下桩的沉降量增大; 当桩土之间剪应力与剪应变之间关系和桩端土荷载传递



1— $B = 0.5$ ; 2— $B = 0.8$ ; 3— $B = 1.0$

图 3 荷载-沉降曲线

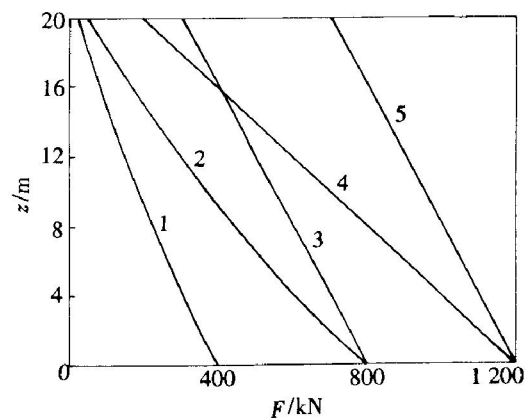
曲线均符合所假定的模型时, 桩土之间的相互作用分为 3 个阶段(见图 3):

**a. 线弹性阶段.** 在这个阶段荷载与沉降的关系呈线性关系, 直线段末端所对应的荷载为桩侧土处于弹性极限状态所对应的荷载, 在此将该荷载称为弹性极限.

**b. 桩侧土软化阶段.** 在这个阶段桩顶荷载不增加, 甚至减小, 沉降却继续增加, 且随着软化系数  $B$  的降低, 这种现象表现得越明显. 若桩土之间的剪应力与桩土相对位移的关系符合软化模型, 且软化系数较小, 桩端土承载力又不高, 或桩为摩擦桩, 则将桩的弹性极限荷载作为桩的极限承载力是合理的, 这时桩土之间无滑移. 但如果软化系数较大 ( $B \geq 0.75$ ), 特别是当桩端土比较密实时, 不能将桩的弹性极限荷载作为桩的极限承载力. 因为当  $B = 0.8$  时, 将桩顶荷载增加到桩的弹性极限的近 2 倍, 桩顶沉降还未超过  $40 \text{ mm}$ . 但按照极限摩阻力与极限端阻力之和来确定单桩极限承载力时, 极限摩阻力必须根据软化系数进行修正. 需要指出的是, 在进行桩基静载试验过程中, 由于要求施加的每一级荷载恒定, 因此, 对于具有软化的桩侧土, 实测  $p-s$  曲线也就不会像理论上的  $p-s$  曲线一样具有明显的软化阶段.

**c. 桩顶增加的荷载完全由桩端土承受阶段.** 在该阶段桩侧土已完全软化, 桩顶增加的荷载完全由桩端土来承受. 在一般情况下, 桩端土出现塑性状态的时间要滞后于桩侧土出现塑性状态的时间. 由于桩侧和桩端土进入塑性状态并不同步, 因此, 在桩的荷载-沉降曲线上会出现多个拐点, 所以, 在利用  $p-s$  曲线来确定桩的承载力时, 一方面要根据拐点及土的工程性质分析各阶段桩所处的状态, 另一方面要综合考虑桩顶沉降大小及荷载-沉降曲线的形状.

由图 4 和图 5 可以看出, 当桩侧土软化时, 就桩

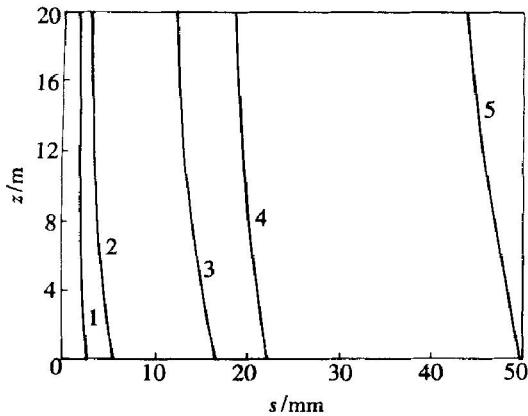


1— $p_t = 400 \text{ kN}$ ,  $B$  为任意值; 2— $p_t = 800 \text{ kN}$ ,  $B = 1$ ;

3— $p_t = 800 \text{ kN}$ ,  $B = 0.5$ ; 4— $p_t = 1200 \text{ kN}$ ,  $B = 1$ ;

5— $p_t = 1200 \text{ kN}$ ,  $B = 0.5$

图 4 桩身轴力  $F$  分布



1— $p_t = 400 \text{ kN}$ ,  $B$  为任意值; 2— $p_t = 800 \text{ kN}$ ,  $B = 1$ ;  
3— $p_t = 800 \text{ kN}$ ,  $B = 0.5$ ; 4— $p_t = 1200 \text{ kN}$ ,  $B = 1$ ;  
5— $p_t = 1200 \text{ kN}$ ,  $B = 0.5$

图 5 桩身位移分布

身各截面轴力而言,在低荷载阶段,轴力小,在高荷载阶段,轴力大;对于桩身各截面位移,在低荷载阶段沉降小,桩身各截面位移也小;在高荷载阶段,沉降大,桩身各截面位移也大;在同一桩顶荷载作用下,软化系数越小,沿桩长轴力衰减越慢,桩的沉降也大.这种现象随软化系数的降低及桩顶荷载的增大而变得越明显.

## 4 结 论

a. 采用分段线性函数来模拟桩土之间的剪应力-相对位移的关系,而用软化系数描述峰值与残余应力之间的关系,这样既简化了分析过程,又突出反映

了桩土之间的剪应力达到强度峰值后的软化性质.

b. 因桩侧土和桩端土进入塑性状态并不同步,故在单桩荷载-沉降曲线上会出现多个拐点,第 1 拐点所对应的荷载为桩的弹性极限.

c. 若桩土之间的剪应力与相对位移的关系符合软化模型,则在确定单桩极限承载力时,要综合考察软化系数的大小、桩端土的情况、桩顶沉降大小和  $p-s$  曲线的形状.

## 参考文献:

- [1] 柳 春. 软土地基人工挖孔桩承载力试验研究[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(6): 37-41.
- [2] Prevost J H, Hughes T J R. Finite element solution of elastic plastic boundary value problems[J]. Journal of Applied Mechanics, 1984, 48: 69-74.
- [3] 沈珠江. 应变软化材料变形计算中的若干问题[J]. 江苏力学, 1982, 6: 1-9.
- [4] 曹汉志. 桩的轴向荷载传递及荷载-沉降曲线的数值计算方法[J]. 岩土工程学报, 1986, 8(6): 41-44.
- [5] Poulos H G, Davis E H. The settlement behaviour of single axially loaded in compressible piles and piers[J]. Geotechnique, 1986, 18: 712-718.
- [6] 李作勤. 摩擦桩的荷载传递及承载力的一些问题[J]. 岩土力学, 1999, 11(4): 30-37.
- [7] 陈龙珠. 桩轴向荷载-沉降曲线的一种解析算法[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(4): 30-38.
- [8] 张季容, 朱向荣. 简明建筑基础计算与设计手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997.
- [9] 熊传祥, 龚晓南. 软土结构性对桩性状影响分析[J]. 工业建筑, 2000, 30(5): 40-43.

## Influence of the soil softening behaviour of pile-side on bearing capacity and settlement of single pile

LIU Jie, ZHANG Kereng

(1. College of Resources, Environment and Civil Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;

2. Department of Civil Engineering, Zhuzhou Institute Technology, Zhuzhou 412008, China)

**Abstract:** Based on load-transfer softening model to pile-surrounding soil, the relation between side-pile shear and pile-soil relative displacement is stimulated by the linear function, and the relation between ultimate shear and remnants shear is described by stress-dropping. Based on this model, the relation of load and settlement is established by mechanics theory. Influence of different softening coefficients on bearing capacity of pile, settlement, and the axial force and the displacement in pile is analyzed by calculating examples. The results show that if the side-pile shear and the pile-soil relative displacement corresponds with the softening model using  $p-s$  curve affirms bearing capacity of single pile, it is essential to synthetic ally investigate softening coefficient, soil situation of pile-tip, settlement of single pile and shape of  $p-s$  curve, therefore to establish bearing capacity of single pile reasonably.

**Key words:** model; displacement; bearing capacity; settlement