

# 过盈配合量和预紧力对高速角接触球轴承刚度的影响<sup>\*</sup>

王硕桂,夏源明

(中国科学技术大学力学与机械工程系,安徽合肥 230027)

**摘要:**以滚动轴承拟静力学分析和滚道控制理论为基础,给出了计及轴承安装时的过盈配合量、预紧力等因素的影响,以及计算高速角接触球轴承中钢球与内、外圈的接触刚度和轴承整体的径向刚度、轴向刚度和角刚度的完整方法和相应的程序.对 B7004 轴承的分析表明:配合过盈量增加,钢球与内、外圈的接触刚度以及轴承的径向刚度增大,而轴承的轴向刚度和角刚度减小;预紧力增加,钢球接触刚度、轴承刚度随之增加;预紧力较小,特别当旋转速度较高时,应仔细选择合适的预紧力,否则轴承刚度会出现不稳定的波动.

**关键词:**过盈配合;预紧力;接触刚度;轴承刚度

**中图分类号:**TH133.33 **文献标识码:**A

## Effect of the interference fit and axial preload in the stiffness of the high-speed angular contact ball bearing

WANG Shuo-gui, XIA Yuan-ming

(Dept. of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

**Abstract:** Based on the pseudo statics analysis and raceway control theory of the bearing, the comprehensive method and its corresponding program were given for calculating contact rigidities between balls and raceways and radial, axial, angle rigidities of the bearing by analysing the effect of the interference fit and axial preload, etc. The results from taking B7004 bearing as an example show that the contact rigidities between balls and raceways, radial rigidity of the bearing increase and axial, angle rigidities decrease as the interference fit increases; the contact rigidities and bearing rigidities increase with the increase of axial preload; when the axial preload is smaller, especially when the rotation speed is higher, the axial preload should be carefully selected, or the bearing rigidities will exhibit unstable fluctuations.

**Key words:** interference fit; axial preload; contact rigidity; bearing rigidity

### 0 引言

在机械运转中,为了使套圈严格定位,高速滚动球轴承与轴以及轴承座孔需要采用过盈配合,使配合面不产生间隙,由此产生了设计手册中的过盈配合量数据和一些近似公式.文献[1~3]为了进一步

考虑过盈配合对轴承结构参数的影响,把滚动轴承内圈和外圈与其相关件紧配合的问题看作轴对称的平面问题,讨论了内圈伸张量和外圈收缩量对滚动轴承工作游隙的影响.为了使旋转轴在轴向和径向正确定位,提高轴的旋转精度等,滚动轴承多需要加一定的预紧力,预紧力的大小一般应根据使用经验

\* 收稿日期:2004-04-14;修回日期:2005-12-27

基金项目:中国科学技术大学基础研究基金(KY1102)资助.

作者简介:王硕桂(通讯作者),男,1967年生,博士/副教授.研究方向:轴承转子系统动力学. E-mail: wsg@ustc.edu.cn

和通过试验决定<sup>[4]</sup>。为了取得更好的预紧效果,文献[5~7]还对滚动轴承预紧的类型,预紧力的计算及预紧量的确定进行了深入的分析,给出了一些近似计算公式。实质上,轴承采用过盈配合安装及加预紧力后,不仅对轴承的定位、旋转精度及轴承的游隙有影响,对滚动轴承的接触角、轴承刚度、轴承内的载荷分布以及摩擦等都有影响。

Jones 提出了比较完整的滚动轴承拟静力学分析和滚道控制理论<sup>[8~10]</sup>,在这一理论中首先提出了滚动轴承刚度矩阵的概念,并计及离心力及陀螺力矩对刚度的影响,能比较正确反映滚动轴承的刚度。文献[11]以滚道控制理论为基础,考虑轴承在外载荷作用下的拟静力学特性,计算了角接触球轴承的刚度并与实验结果比较,发现吻合较好。文献[12,13]利用钢球接触刚度的串并联关系计算了滚动轴承的刚度。但在这些工作中均未考虑滚动轴承的过盈配合和预紧力对轴承刚度的影响。

由于滚动轴承的刚度性能是滚动轴承的重要使用性能,对被支承主轴转子的动力学性能有非常重要的影响<sup>[14~16]</sup>,因此,尤其在高速的情况下,更需要较精确的滚动轴承刚度参数。本文以滚动轴承拟静力学分析和滚道控制理论为基础,计及安装时的过盈配合量、预紧力和轴的旋转速度等因素,给出高速角接触球轴承中钢球与内、外圈的接触刚度和轴承整体的径向刚度、轴向刚度和角刚度的完整计算方法,并且分析轴承安装时的过盈配合量、预紧力和轴的旋转速度对这些刚度的影响规律,为轴承转子动力学分析提供了基础。

## 1 基本理论

### 1.1 滚动轴承过盈配合安装后的位移及接触角的变化

高速滚动球轴承与轴以及轴承座孔的紧配合可看作厚壁筒问题。滚动轴承内圈与实心轴处于过盈配合时,内圈将膨胀,内圈沟底直径将增大;外圈与轴承座孔以过盈配合安装时,外圈将收缩,外圈沟底直径将减小。根据弹性力学可以得到内圈沟底直径增大量 $\delta_F$ 和外圈沟底直径减小量 $\delta_E$ (取绝对值)的计算公式<sup>[3]</sup>:

$$\delta_F = d \cdot \Delta f_1 / D_F, \quad (1)$$

其中, $d$ 为轴承内径, $\Delta f_1$ 为轴与轴承内圈直径方向的过盈量, $D_F$ 为内圈沟底直径。

轴承外径为 $D$ ,且当轴承座的壁厚较厚时有

$$\delta_E =$$

$$\frac{2\left(\frac{d_E}{D}\right)\Delta f_2}{\left[1 - \left(\frac{d_E}{D}\right)^2\right] \left\{ \frac{1 + \left(\frac{d_E}{D}\right)^2}{1 - \left(\frac{d_E}{D}\right)^2} - \mu_b \right\} + \frac{E_b}{E_h}(1 + \mu_h)}, \quad (2)$$

其中, $\Delta f_2$ 为轴承外圈与轴承座孔直径方向的过盈量, $d_E$ 为外圈沟底直径, $E_b, E_h, \mu_b, \mu_h$ 分别为轴承和轴承座的弹性模量和泊松比。

向心推力球轴承的原始接触角与轴承的径向游隙、滚道沟曲率半径系数和钢球直径的关系为<sup>[18]</sup>

$$\cos \alpha_0 = 1 - \frac{u_r}{2(f_e + f_i - 1)D_b}, \quad (3)$$

其中, $\alpha_0$ 为原始接触角, $f_i, f_e$ 分别为轴承内、外圈沟道曲率半径系数, $u_r$ 为径向游隙, $D_b$ 为钢球直径。

当轴承以过盈配合安装后,考虑过盈配合安装位移对间隙的影响,如果定义此时的接触角为配合接触角 $\alpha'$ ,根据式(1)~(3),则有

$$\cos \alpha' = 1 - \frac{u_r - (\delta_F + \delta_E)}{2(f_e + f_i - 1)D_b}. \quad (4)$$

轴承与轴、轴承座安装好后,需要加一定的预紧力,在预紧力作用下,接触变形将使内外圈产生轴向位移,这时的接触角 $\alpha$ 与预紧前接触角 $\alpha'$ 之间的关系为<sup>[18]</sup>

$$\frac{F_{a0}Kn^{1.5}}{Z(GD_b)^{1.5}} = \sin \alpha \left( \frac{\cos \alpha'}{\cos \alpha} - 1 \right)^{1.5}, \quad (5)$$

其中, $F_{a0}$ 为轴向预紧力, $G = f_i + f_e - 1$ , $Z$ 为钢球数。

### 1.2 赫兹接触刚度及轴承刚度参数

由赫兹接触理论,两接触物体的接触载荷和弹性趋近量之间的关系为<sup>[17,18]</sup>:

$$\delta = F \left[ \frac{9 \sum \rho}{2\pi^2 e^2 E^2 L} \right]^{1/3} Q^{2/3}, \quad (6)$$

其中, $\frac{2}{E} = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}$ ;  $\delta$ 为两接触物体的弹性趋近量, $F$ 为第一类椭圆积分, $L$ 为第二类椭圆积分, $\sum \rho$ 为两接触物体接触点在主平面内的曲率和, $e$ 为椭圆率参数(接触椭圆长半轴与短半轴之比), $Q$ 为两接触物体的接触载荷, $E$ 为两接触物体等效弹性模量, $E_1, E_2, \mu_1, \mu_2$ 分别为两接触物体的弹性模量和泊松比。

文献[17]借助最小二乘法用线性回归得到了

$e, F, L$  的下列简化方程:

$$e = 1.0339(R_y/R_x)^{0.636}, \quad (7)$$

$$F = 1.5277 + 0.60231n(R_y/R_x), \quad (8)$$

$$L = 1.0003 + 0.5968(R_x/R_y). \quad (9)$$

其中,  $R_x = 1/(\rho_{11} + \rho_{21}), R_y = 1/(\rho_{12} + \rho_{22})$ ;  $\rho_{11}, \rho_{21}, \rho_{12}, \rho_{22}$  分别为两接触物体的曲率. 必须指出,  $R_x, R_y$  与接触角  $\alpha$  相关. 对式(6)关于  $Q$  求导, 可以得到赫兹接触刚度:

$$K = 1.5 \left( \frac{\pi e E}{3F} \right)^{2/3} \left[ \frac{2L}{F \sum \rho} \right]^{1/3} Q^{1/3}. \quad (10)$$

如果已知球与沟道的接触角和接触载荷, 利用式(10)可以求得每个球与内、外圈沟道的接触刚度:

$$\left. \begin{aligned} K_{ij} &= 1.5 \left( \frac{\pi e_{ij} E}{3F_{ij}} \right)^{2/3} \left[ \frac{2L_{ij}}{F_{ij} \sum \rho} \right]^{1/3} Q_i^{1/3}, \\ K_{ej} &= 1.5 \left( \frac{\pi e_{ej} E}{3F_{ej}} \right)^{2/3} \left[ \frac{2L_{ej}}{F_{ej} \sum \rho} \right]^{1/3} Q_e^{1/3}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式(11)即为计及轴承安装过盈配合量、预紧力影响的钢球接触刚度的表达式, 显然, 该式可直接推广到稳定旋转状态, 只是相关的参数应采用动态参数, 式中的下标  $i, e, j$  分别表示内、外圈和第  $j$  个钢球.

由图 1 可知, 第  $j$  个钢球与内、外圈沟道接触刚度的径向分量和轴向分量为<sup>[12,13]</sup>

$$K_{rij} = K_{ij} \cos^2 \alpha_{ij}, \quad K_{aij} = K_{ij} \sin^2 \alpha_{ij}, \quad (12)$$

$$K_{rej} = K_{ej} \cos^2 \alpha_{ej}, \quad K_{aej} = K_{ej} \sin^2 \alpha_{ej}. \quad (13)$$

其中,  $K_{rij}, K_{rej}$  分别表示第  $j$  个钢球与内、外圈的接触刚度的径向分量;  $K_{aij}, K_{aej}$  分别表示第  $j$  个钢球

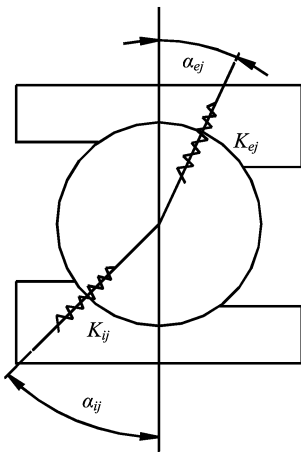


图 1 钢球与内、外圈接触刚度

Fig. 1 Contact rigidities between balls and raceways

与内、外圈的接触刚度的轴向分量;  $\alpha_{ij}, \alpha_{ej}$  分别为第  $j$  个钢球处于旋转状态时与内圈、外圈之间的动态

接触角.

利用轴承中所有  $Z$  个球的接触刚度串并联关系, 可得到轴承的径向刚度  $K_r$ , 轴向刚度  $K_a$  和角刚度  $K_\theta$  为

$$K_r = \sum_{j=1}^Z \frac{K_{rij} K_{rej}}{K_{rij} + K_{rej}} \cos^2 \frac{2\pi}{Z}(j-1), \quad (14)$$

$$K_a = \sum_{j=1}^Z \frac{K_{aij} K_{aej}}{K_{aij} + K_{aej}}, \quad (15)$$

$$K_\theta = \frac{D_m^2}{4} \sum_{j=1}^Z \frac{K_{aij} K_{aej}}{K_{aij} + K_{aej}} \cos^2 \frac{2\pi}{Z}(j-1). \quad (16)$$

式(14)~(16)即为计及轴承安装过盈配合量、预紧力影响的轴承刚度的表达式,  $D_m$  为轴承中心圆直径, 但为了求出球与沟道的动态接触角和接触载荷, 须用以下拟静力学分析和滚道控制理论.

### 1.3 拟静力学分析和滚道控制理论

#### 1.3.1 变形几何相容方程

对于角接触球轴承, 根据轴承的受力情况建立坐标系, 如图 2 所示. 另外, 还建立钢球的坐标系

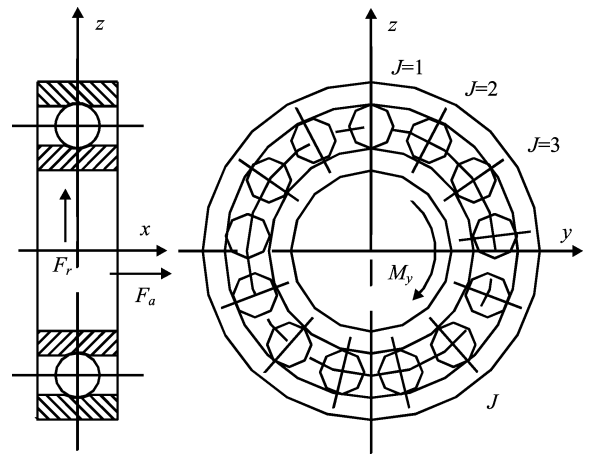


图 2 轴承受载示意图

Fig. 2 Schematic of the bearing load

(图 3). 在图 3 中, 固定外圈沟曲率中心为坐标原点, 根据变形几何关系, 确定第  $j$  个钢球中心位置的变化有以下关系式<sup>[18]</sup>:

$$x_{aj}^2 + x_{rj}^2 - [(f_e - 0.5)D_b + \delta_{ej}]^2 = 0, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} (A_{aj} - x_{aj})^2 + (A_{rj} - x_{rj})^2 - \\ [(f_i - 0.5)D_b + \delta_{ij}]^2 = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

其中,  $x_{aj}, x_{rj}, A_{ai}, A_{rj}$  分别为外滚道曲率中心与第  $j$  个钢球球心最终位置和和内滚道曲率中心的水平、垂直距离;  $f_i, f_e$  分别为轴承内外圈沟道曲率半径系数;  $\delta_{ij}, \delta_{ej}$  分别为第  $j$  个钢球与内外滚道的接触弹性趋近量.

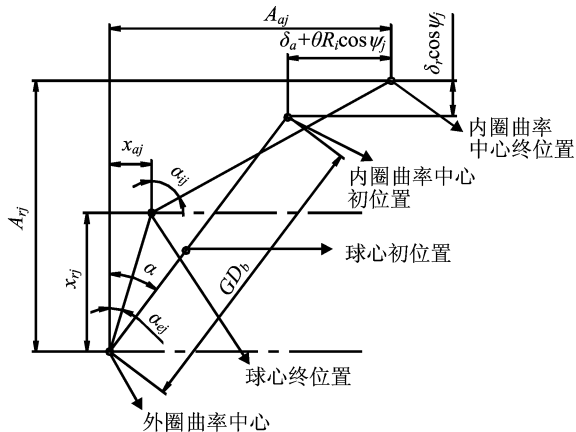


图 3 球中心和沟道曲率中心的相对位置

Fig. 3 Relative position of the ball and race curvature center

1.3.2 钢球拟静力学分析

滚动轴承转速较高时,一般均属于外滚道控制,对于第  $j$  个钢球而言,在稳定工况下,钢球的离心力  $F_{cj}$ ,钢球自转引起的陀螺力矩  $M_{gj}$ ,以及内外滚道对钢球的法向力  $Q_{ij}$ ,  $Q_{ej}$  组成平衡力系,平衡方程式为

$$Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - Q_{ej} \sin \alpha_{ej} + \frac{2M_{gj}}{D_b} \cos \alpha_{ej} = 0, \quad (19)$$

$$Q_{ij} \cos \alpha_{ij} - Q_{ej} \cos \alpha_{ej} - \frac{2M_{gj}}{D_b} \sin \alpha_{ej} + F_{cj} = 0. \quad (20)$$

其中,  $Q_{ij}$ ,  $Q_{ej}$  分别为第  $j$  个钢球与内圈、外圈之间的法向接触载荷。

1.3.3 轴承拟静力学平衡

在惯性坐标系中,轴承内圈的载荷与轴承内圈反作用与轴上载荷应该保持静力学平衡的关系,所有方程:

$$F_a - \sum_{j=1}^Z Q_{ij} \sin \alpha_{ij} = 0, \quad (21)$$

$$F_r - \sum_{j=1}^Z Q_{ij} \cos \alpha_{ij} = 0, \quad (22)$$

$$M_y - \sum_{j=1}^Z Q_{ij} \sin(\alpha_{ij}) R_i = 0. \quad (23)$$

其中,  $F_a$ ,  $F_r$ ,  $M_y$  为轴承承受的轴向负荷、径向负荷和力矩负荷,  $Z$  为钢球数。

2 轴承刚度的数值计算方法和程序

要求出滚动轴承在稳定运转状态时的刚度参数,必须求解方程(17)~(20)及方程(21)~(23)组成的非线性方程组,对于这样的非线性方程组,显然

不可能给出解析解,只能用数值解法,本文给出如流程图 4 所示的数值解法,图中轴承位移值的修正和球心坐标值的修正均采用牛顿-拉费逊方法。

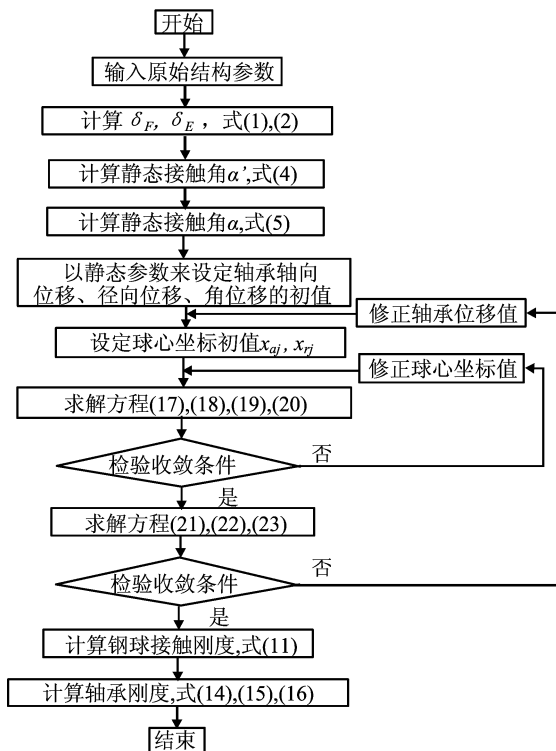


图 4 轴承刚度计算流程图

Fig. 4 Computation flowchart of the bearing stiffness

3 计算结果及分析

本文对高速角接触球轴承 B7004 进行了计算,轴承的原始参数列在表 1 中,轴承材料为钢,轴承座材料为铸铁,所有计算结果列在图 5~13 中。

表 1 高速角接触球轴承 B7004 的原始参数

Tab. 1 The initial parameters of the high-speed angular contact ball bearing (B7004)

轴承内径 $d$ /mm	20
轴承外径 $D$ /mm	42
球直径 $D_b$ /mm	5.5
中心圆直径 $D_m$ /mm	31
内圈沟半径 $r_i$ /mm	2.970
外圈沟半径 $r_e$ /mm	3.135
原始接触角/(°)	15
球数 $Z$	13

图 5、图 6 为预紧力  $F_{a0} = 30 \text{ N}$ ,  $n = 15 \text{ 000 r/min}$  时钢球 ( $j = 1$ ) 接触刚度随过盈量的变化,图 7、图 8、图 9 分别表示预紧力  $F_{a0} = 30 \text{ N}$ ,  $n = 15 \text{ 000 r/min}$  时轴承径向刚度、角刚度、轴向刚度随过盈量

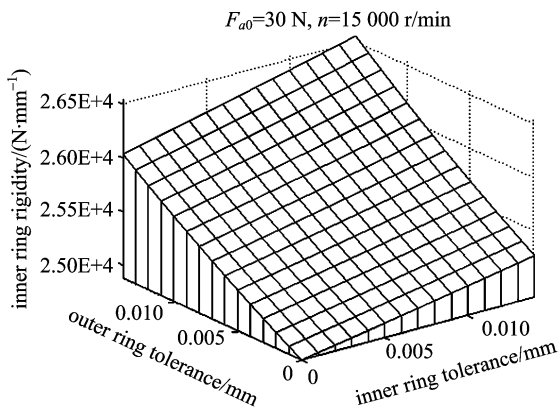


图 5 钢球与内圈接触刚度随过盈量的变化( $j=1$ )

Fig. 5 Change of the contact rigidity between ball and inner ring with the shrink range( $j=1$ )

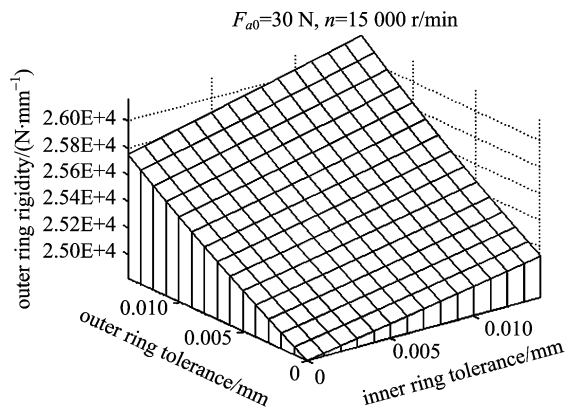


图 6 钢球与外圈接触刚度随过盈量的变化( $j=1$ )

Fig. 6 Change of the contact rigidity between ball and outer ring with the shrink range( $j=1$ )

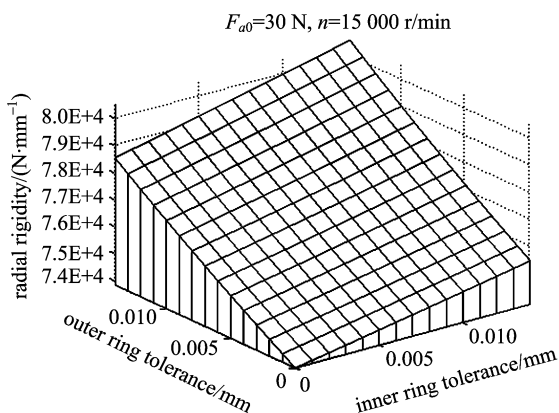


图 7 轴承径向刚度随过盈量的变化

Fig. 7 Change of the bearing radial rigidity with the shrink range

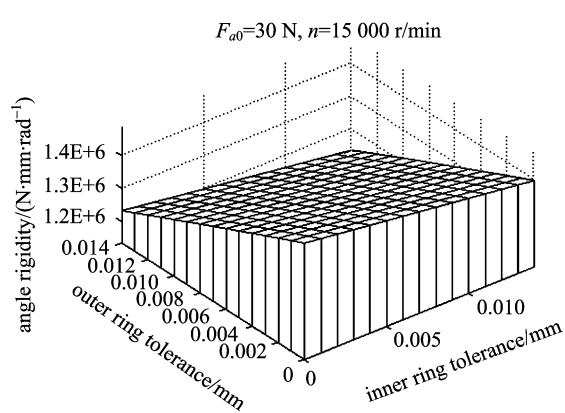


图 8 轴承角刚度随过盈量的变化

Fig. 8 Change of the bearing angular rigidity with the shrink range

的变化。从图 5~图 9 可以看出:高速下钢球与内、外圈的接触刚度以及轴承的径向刚度随过盈量的增

加而增大;轴承的轴向刚度和角刚度随过盈量的增加而减小。这是由于过盈量增加,轴承间隙减小,接触角减小,一方面导致钢球与滚道沟道的接触刚度增加,从而轴承径向刚度增加;另一方面接触角的减小,导致轴承轴向刚度、角刚度减小。

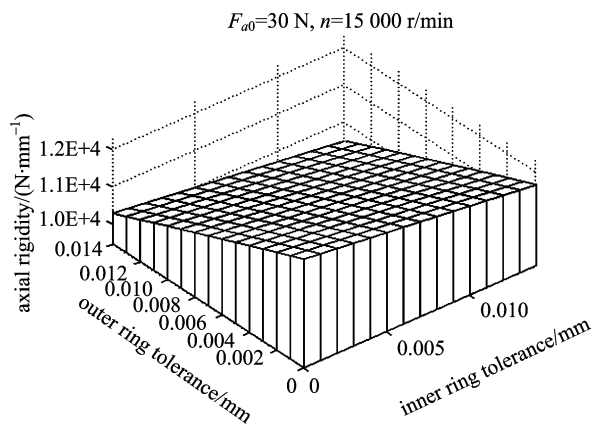


图 9 轴承轴向刚度随过盈量的变化

Fig. 9 Change of the bearing axial stiffness with the shrink range

图 10 为预紧力  $F_{a0}=30\text{ N}$ ,  $n=40\ 000\text{ r/min}$  时轴承轴向刚度随过盈量的变化,图 11 为预紧力  $F_{a0}=60\text{ N}$ ,  $n=40\ 000\text{ r/min}$  时轴承轴向刚度随过盈量的变化。从图 9~11 可以看出:当预紧力  $F_{a0}=30\text{ N}$ , 轴的转速从  $15\ 000\text{ r/min}$  增加到  $40\ 000\text{ r/min}$  时,轴承的轴向刚度出现不规则的波动;当  $F_{a0}$  增加到  $60\text{ N}$  时,波动消失。所以,高速旋转轴承需要一定的预紧力,否则轴承在运转的过程中会出现不稳定性。对于本文计算用的轴承,制造厂推荐在轻载情况下预紧力为  $60\sim 100\text{ N}$ ,这与本文计算结果是一致的。

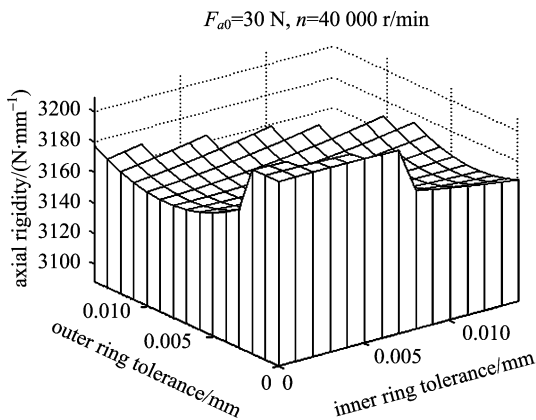


图 10 轴承轴向刚度随过盈量的变化  
Fig. 10 Change of the bearing axial stiffness with the shrink range

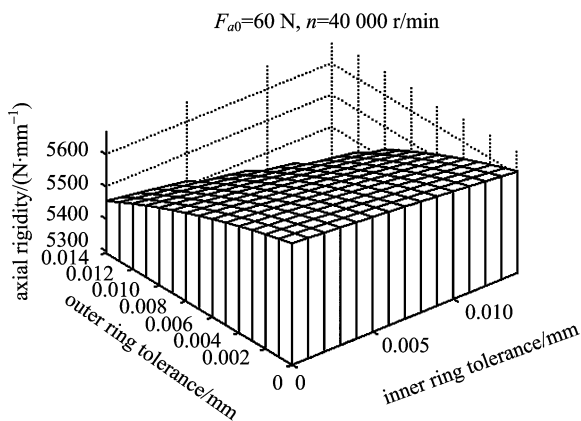


图 11 轴承轴向刚度随过盈量的变化  
Fig. 11 Change of the bearing axial stiffness with the shrink range

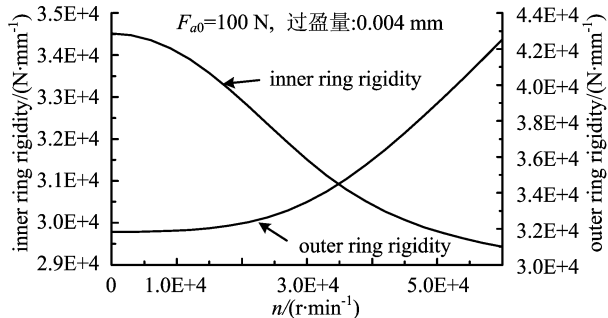


图 12 钢球接触刚度随转速的变化( $j=1$ )  
Fig. 12 Change of the bearing contact stiffness with the rotate speed( $j=1$ )

图 12 为预紧力  $F_{a0} = 100 \text{ N}$ , 轴与轴承内圈及轴承外圈与轴承座孔的过盈量均为  $0.004 \text{ mm}$  时, 钢球接触刚度随转速的变化。从中可以看出: 旋转速度提高, 球的离心力增加, 球与外圈沟道的接触角变小, 接触载荷增加, 导致球与外圈沟道法向接触刚度

增加; 同时球与内圈沟道的接触角变大, 球与内圈沟道法向接触刚度减小。

图 13 为转速  $n=40\ 000 \text{ r/min}$ , 轴与轴承内圈及轴承外圈与轴承座孔的过盈量均为  $0.004 \text{ mm}$  时, 轴承径向刚度和轴向刚度随预紧力的变化。从中可以看出: 预紧力增加, 轴承径向刚度和轴向刚度随之增加。这是由于预紧力增加, 不仅提高了球与内外圈沟道的接触角, 而且提高了球与内外圈沟道的接触载荷, 从而提高钢球接触刚度、轴承的径向刚度、轴向刚度。

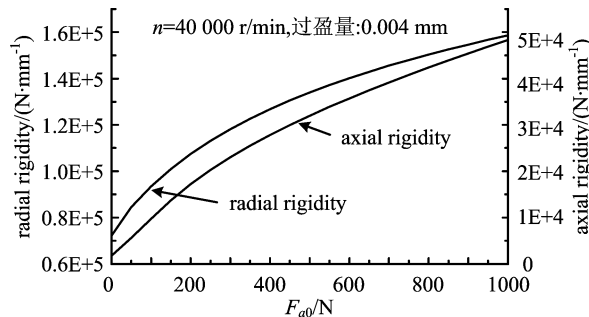


图 13 轴承径向刚度、轴向刚度随预紧力的变化  
Fig. 13 Change of the radial and axial stiffness with the pretightening force

## 4 结论

本文给出了对于高速角接触球轴承计及轴承内、外圈过盈配合量和轴向预紧力影响时, 计算钢球与内、外圈的接触刚度和轴承整体的径向刚度、轴向刚度和角刚度的完整方法, 编写了相应的程序。该方法和程序对其他类型的球轴承也适用。

用该方法和程序分析研究了过盈量、轴向预紧力等因素对 B7004 轴承诸刚度的影响, 这些影响可归纳为以下规律: 配合过盈量的增加, 钢球与内、外圈的接触刚度以及轴承的径向刚度增大, 而轴承的轴向刚度和角刚度减小; 预紧力增加, 钢球与内、外圈的接触刚度以及轴承径向刚度、轴向刚度和角刚度随之增加; 特别当预紧力较小且轴的旋转速度较高时, 轴承刚度会出现波动。实际应用中, 通常加一定的预紧力以提高滚动轴承的刚度, 进而提高轴的旋转精度, 减小振动等, 这与计算结果是一致的。同时从计算结果还可以看出: 过盈量、轴向预紧力等因素对角接触球轴承径向刚度、轴向刚度和角刚度的影响, 是由于这些因素变化时, 角接触球轴承接触角变化, 导致钢球与滚道沟道的接触刚度变化, 进而对外表现为轴承径向刚度、轴向刚度和角刚度的变化。

## 参考文献(References)

- [1] 王树梅, 孙林, 童燕. 滚动轴承工作游隙的计算方法[J]. 轴承, 1984, (2): 1-8.
- [2] 方希铮. 高速精密轴承的一种设计方法[J]. 轴承, 1984, (4): 1-10.
- [3] 冈本纯三. 球轴承的设计计算[M]. 北京: 机械工业出版社, 2003.
- [4] 刘泽九, 贺士荃. 滚动轴承的额定负荷与寿命[M]. 北京: 机械工业出版社, 1982.
- [5] 姜韶峰, 刘正士, 杨孟祥. 角接触球轴承的预紧技术[J]. 轴承, 2003, (3): 1-4.
- [6] 贾群义. 角接触球轴承预紧量的计算及选择[J]. 轴承, 1996, (1): 5-7.
- [7] 侯广军. 角接触球轴承预加载荷值的计算、实施与测量[J]. 磨床与磨削, 2000, (1): 49-51.
- [8] Jones A B. The mathematical theory of rolling elements bearings [M]// Mechanical Design and Systems Handbook. New York: McGraw-Hill, 1966, 13: 1-76.
- [9] Jones A B, McGron J M. Rotor-bearing dynamics technology design guide. Part 2: Ball bearings[R]. OH: Wright Patterson Air Force Aero Propulsion Lab. AFAPL-TR-78-6: 1-62.
- [10] Jones A B. A general theory for elastically constrained ball and radial roller bearings[J]. Trans. ASME, J. Basic Eng., 1960, 82: 309-320.
- [11] 陈宗农, 董荣歌. 角接触球轴承静态刚度计算[J]. 轴承, 1993, (3): 2-7.
- [12] Harris T A. Rolling Bearing Analysis[M]. 3rd ed. . New York: John Wiley and Sons, Inc., 1990.
- [13] 邱明, 蒋兴奇, 杜迎辉, 等. 高速精密角接触球轴承刚度计算[J]. 轴承, 2001, (11): 5-8.
- [14] Kim S M, Lee K J, Lee S K. Effect of bearing support structure on the high-speed spindle bearing compliance [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2002, 42(3): 365-373.
- [15] Mekid S. High precision linear slide. Part I: Design and construction[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2000, 40(7): 1 039-1 050.
- [16] Ganesan R. Dynamic response and stability of a rotor-support system with non-symmetric bearing clearances[J]. Mechanism and Machine Theory, 1996, 31(6): 781-798.
- [17] 哈姆罗克 B J, 道森 D. 滚动轴承润滑[M]. 北京: 机械工业出版社, 1988.
- [18] 万长森. 滚动轴承的分析方法[M]. 北京: 机械工业出版社, 1987.
- (上接第 1 284 页)
- [8] Lux T, Marchesi M. Scaling and criticality in a stochastic multi-agent model of a financial market[J]. Nature, 1999, 397(6719): 498-500.
- [9] Cont R. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues[J]. Quantitative Finance, 2001, 1(2): 223-236.
- [10] Zhou T, Zhou P L, Wang B H, et al. Modeling stock market based on genetic cellular automata[J]. Int. J. Mod. Phys. B, 2004, 18: 2697-2702.
- [11] Lévy H, Lévy M, Solomon S. Microscopic Simulation of Financial Markets[M]. New York: Academic Press, 2000.
- [12] ZHOU Pei-ling, YANG Chun-xia, ZHOU Tao. Analyzing the chaotic behavior of an artificial stock market [J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2004, 34(4): 442-443.  
周佩玲, 杨春霞, 周涛. 虚拟股市建模与混沌分析[J]. 中国科学技术大学学报, 2004, 34(4): 442-443.
- [13] Yang C X, Zhou T, Zhou P L, et al. Study on evolution complexity in an artificial stock market[J]. Chin. Phys. Lett., 2005, 22: 1 014-1 017.
- [14] Scafetta N, Grigolini P. Scaling detection in time series: Diffusion entropy analysis [J]. Phys. Rev. E, 2002, 66: 036130.
- [15] Yang H J, Zhao F C, Qi L Y, et al. Temporal series analysis approach to spectra of complex networks[J]. Phys. Rev. E, 2004, 69: 066104.
- [16] Yang H J, Zhao F C, Zhang W, et al. Diffusion entropy approach to complexity for a Hodgkin - Huxley neuron [J]. Physica A: Statistical and Theoretical Physics, 2005, 347: 704-710.
- [17] Peng C K, Buldyrev S V, Havlin S, et al. Mosaic organization of DNA nucleotides[J]. Phys. Rev. E, 1994, 49: 1685-1689.
- [18] Hurst H E, Black R P, Simaika Y M. Longterm storage: An experimental study [M]. London: Constable, 1965.
- [19] Feders J. Fractals [M]. New York: Plenum Publishers, 1988.
- [20] Ignaccolo M, Allegrini P, Grigolini P, et al. Scaling in non-stationary time series. ( I ) [J]. Physica A: Statistical and Theoretical Physics, 2004, 336: 595-622.
- [21] Dow Jones Industrial Average Index[EB/OL]. <http://finance.yahoo.com/hq?s=%5EDJI>.
- [22] Ignaccolo M, Allegrini P, Grigolini P, et al. Scaling in non-stationary time series ( II ): Teen birth phenomenon[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2004, 336: 623-637.