

文章编号:1000-6893(2010)07-1351-09

# 导弹协同作战飞行时间裕度

崔乃刚, 韦常柱, 郭继峰

(哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

## Flight Time Margin of Missile Cooperative Engagement

Cui Naigang, Wei Changzhu, Guo Jifeng

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**摘要:** 基于导弹协同作战任务规划系统进行合理任务分配的需求,研究了导弹可以修正控制飞行时间的裕度。根据导弹-目标在视线坐标系和角动量坐标系下的运动关系,得出了导弹相对于目标的加速度,并基于此给出了导弹剩余飞行时间的估算方法;当前时刻导弹剩余飞行时间的估算值与已经飞行的时间以及任务规划系统指定的期望到达时间构成时间反馈作用,用于修正控制导弹到达目标的最终飞行时间。由于真比例导引律在工程实现和解析运算中具有一定的优势,选择在真比例制导加速度的视线方向施加时间反馈控制作用,进而得出了基于真比例导引律的导弹协同作战飞行时间控制导引律;最后重点研究了在该时间控制导引律的作用下,存在导弹的飞行速度限制以及弹目相对运动约束时,导弹飞行过程中任一时刻对应解析形式的可控飞行时间的裕度。仿真结果表明,本文的设计合理可行,对于多弹协同作战的实现具有重要意义。

**关键词:** 时间裕度; 协同作战; 时间控制导引律; 剩余飞行时间; 任务规划

**中图分类号:** V448.2; TJ765 **文献标识码:** A

**Abstract:** Considering the requirement of rational mission assignment for the missile planning system in cooperative engagement, the investigation on controllable flight time margin of missile is presented. Based on the missile-to-target kinematics and dynamics relations in line of sight and moved inertial coordinate frames, the missile-to-target acceleration is obtained, and then the method of estimating time-to-go is provided. The estimated time-to-go, wasted flight time and scheduled expected arrival time compose the feedback of time control, which can be used to control the final arrival time. Along with the advantage of true proportional guidance law in engineering implement and resolution, the true proportional guidance acceleration along the line of sight is added to the feedback action, and then the missile time-controlled guidance law is obtained. Finally, under the control of the time-controlled guidance law and considering the missile velocity restriction and missile-to-target relative kinematics, the margin of controllable time-to-go with resolved form at any time in the flight progress is analyzed in detail. Simulations demonstrate that the proposed designs are effective, and of much significance for the performance of missile cooperative engagement.

**Key words:** time margin; cooperative engagement; time-controlled guidance law; time-to-go; mission planning

随着高科技立体战争和信息战争的一体化进程不断加快,导弹编队协同作战的概念正在不断地拓展、延伸,将变得越来越重要<sup>[1]</sup>。在这种作战模式下,导弹的突防能力、电子对抗能力、对运动目标的协同搜索能力以及综合作战效能得到了大幅度的提高<sup>[2]</sup>。在导弹编队协同作战过程中,作战任务系统下辖各级子任务系统,通过自主协同来实现大系统任务规划对其提出的协同作战时间和空间要求。

导弹协同作战时间控制导引律已经逐渐成为国内外学者的研究热点。B. Y. Jung 等研究了三

维匀速导弹攻击角度与时间控制导引律的设计问题,基于比例导引律给出了攻击时间控制导引律<sup>[3]</sup>。文献[4]将最优制导指令表示为剩余飞行时间的多项式形式,给出了具有终端角度约束的最优闭环形式解。文献[5]基于文献[4]的研究成果,提出了可用于反舰导弹饱和攻击的时间控制导引律,假设导弹在攻击过程中速度大小不变,将导弹攻击时间约束化为飞行路径长度约束,给出基于线性形式二维平面的导弹动力学与运动学模型,采用最优控制方法,得到了解析形式的导引律。此后, I. S. Jeon 等又将终端角度约束引入到制导律的设计中,设计了可同时约束终端时间和角度的导引律<sup>[6-7]</sup>。文献[8]对协调控制导引律进

行了研究,提出了以解析形式的时间控制制导律为底层导引控制,以集中式或分散式协调策略为上层协调控制的双层协同制导结构,该文对分散协调控制策略进行了详细的设计,底层导引控制仍采用文献[5]所设计的导引律。

目前,国内外很少有文献从弹目相对运动关系的角度研究解析形式可直接控制飞行时间的三维导引律,也没有就导引律对导弹可控剩余飞行时间的裕度进行研究,而该时间裕度是任务规划系统向各弹分配作战任务的重要依据,对于多弹的协同作战来说是十分必要的。

本文首先研究了导弹剩余飞行时间的估计方法,然后根据弹目在视线坐标系以及角动量坐标系下的运动关系,提出了一种在真比例导引律视线方向施加反馈时间修正控制项的时间控制导引律,得出了该导引律下解析形式的弹目运动关系,进而给出导弹飞行过程中任一时刻可控制剩余飞行时间裕度的解析形式解,对于协同任务规划系统对各导弹的任务分配具有重要意义。

## 1 弹目相对运动关系描述

定义平动惯性坐标系  $Ox_{Em}y_{Em}z_{Em}$  的原点  $O$  位于导弹质心,  $Ox_{Em}$  水平指向右,  $Oy_{Em}$  竖直向上,  $Oz_{Em}$  与其余两轴构成右手坐标系,三轴指向在惯性空间中保持不变;视线坐标系  $Ox_Ly_Lz_L$  原点  $O$  同上,  $Ox_L$  指向视线正向,  $Oy_L$  竖直平面内垂直  $Ox_L$  向上,  $Oz_L$  与其余两轴构成右手坐标系。两坐标系之间的关系如图 1 所示,可在视线坐标系下描述平动惯性坐标系向视线坐标系转动的角速度为

$$\boldsymbol{\omega} = \omega_1 \mathbf{e}_{1L} + \omega_2 \mathbf{e}_{2L} + \omega_3 \mathbf{e}_{3L} = -\dot{\sigma} \sin \eta \mathbf{e}_{1L} - \dot{\sigma} \cos \eta \mathbf{e}_{2L} + \dot{\eta} \mathbf{e}_{3L} \quad (1)$$

式中:  $\sigma$  为弹目视线方位角;  $\eta$  为弹目视线高低角。

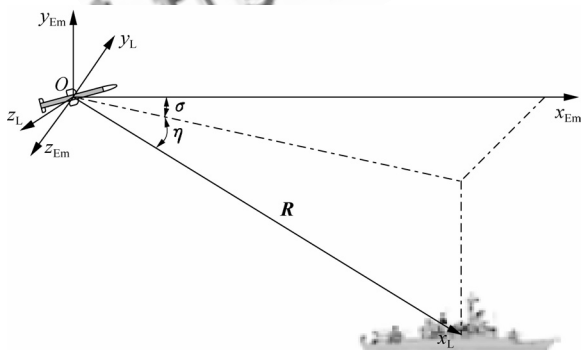


图 1 视线坐标系与平动惯性坐标系示意图

Fig. 1 Schematic diagram of line of sight and moved inertial coordinate frames

弹目矢径,速度以及加速度在视线坐标系下有

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R} &= R \mathbf{e}_{1L} \\ \mathbf{V} &= \dot{\mathbf{R}} = \dot{R} \mathbf{e}_{1L} + R \omega_3 \mathbf{e}_{2L} - R \omega_2 \mathbf{e}_{3L} \\ \mathbf{a} &= \dot{\mathbf{V}} = \ddot{\mathbf{R}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

进而有角动量:

$$\mathbf{h} = \mathbf{R} \times \dot{\mathbf{R}} = R^2 (\omega_2 \mathbf{e}_{2L} + \omega_3 \mathbf{e}_{3L}) \quad (3)$$

定义角动量坐标系  $Ox_hy_hz_h$ ,在该坐标系下角动量可描述为

$$\mathbf{h} = h \mathbf{e}_{3h} \quad (4)$$

其中  $h$  由式(3)有

$$h = R^2 \bar{\omega} \quad (5)$$

式中:

$$\bar{\omega} = \sqrt{\omega_2^2 + \omega_3^2}$$

式(5)结合式(4)可得

$$\mathbf{e}_{3h} = \frac{\mathbf{h}}{h} = \frac{\omega_2}{\bar{\omega}} \mathbf{e}_{2L} + \frac{\omega_3}{\bar{\omega}} \mathbf{e}_{3L} \quad (6)$$

由式(6)可见,视线坐标系的  $Ox_L$  轴垂直于角动量坐标系的  $Ox_h$  轴,另由  $Ox_L$  轴与  $Ox_h$  轴重合,即

$$\mathbf{e}_{1h} = \mathbf{e}_{1L} \quad (7)$$

可得

$$\mathbf{e}_{2h} = \mathbf{e}_{3h} \times \mathbf{e}_{1h} = \frac{\omega_2}{\bar{\omega}} \mathbf{e}_{2L} - \frac{\omega_3}{\bar{\omega}} \mathbf{e}_{3L} \quad (8)$$

由式(7)和式(8)可得视线坐标系向角动量坐标系的转换矩阵:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1h} \\ \mathbf{e}_{2h} \\ \mathbf{e}_{3h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_3/\bar{\omega} & -\omega_2/\bar{\omega} \\ 0 & \omega_2/\bar{\omega} & \omega_3/\bar{\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1L} \\ \mathbf{e}_{2L} \\ \mathbf{e}_{3L} \end{bmatrix} \quad (9)$$

导弹相对于目标的加速度在视线坐标系  $Ox_Ly_Lz_L$  及角动量坐标系  $Ox_hy_hz_h$  下可描述为

$$\mathbf{a} = a_{1L} \mathbf{e}_{1L} + a_{2L} \mathbf{e}_{2L} + a_{3L} \mathbf{e}_{3L} = a_{1h} \mathbf{e}_{1h} + a_{2h} \mathbf{e}_{2h} + a_{3h} \mathbf{e}_{3h} \quad (10)$$

由式(2)中  $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{V}} = \ddot{\mathbf{R}}$  结合以上角动量与弹目矢径的关系可得

$$\mathbf{a} = \left( \ddot{r} - \frac{\dot{h}^2}{r^3} \right) \mathbf{e}_{1h} + \frac{\dot{h}}{r} \mathbf{e}_{2h} + a_{3h} \mathbf{e}_{3h} \quad (11)$$

## 2 剩余飞行时间控制导引律

### 2.1 无时间控制的真比例导引律

导弹无时间控制的真比例导引律为<sup>[9-10]</sup>

$$\mathbf{a}_M = N\dot{r}\mathbf{e}_{1L} \times \boldsymbol{\Omega} \quad (12)$$

式中: $\mathbf{a}_M$ 为导弹加速度; $N$ 为导引系数; $\boldsymbol{\Omega}$ 为视线转动角速度,表达式为

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}}{r^2} = \frac{\mathbf{h}}{r^2} = \omega_2 \mathbf{e}_{2L} + \omega_3 \mathbf{e}_{3L} \quad (13)$$

结合式(4)和式(7)可得

$$\mathbf{a}_M = \frac{N\dot{r}\mathbf{e}_{1L} \times \mathbf{h}}{r^2} = -N\dot{r}\bar{\omega} \mathbf{e}_{2h} = N\dot{r}(-\omega_3 \mathbf{e}_{2L} + \omega_2 \mathbf{e}_{3L}) \quad (14)$$

即

$$\mathbf{a}_{ML} = \begin{bmatrix} a_{M1L} \\ a_{M2L} \\ a_{M3L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -N\dot{r}\omega_3 \\ N\dot{r}\omega_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

式(15)即为视线坐标系下导弹在真比例导引律作用下的指令加速度。

## 2.2 导弹剩余飞行时间 $t_{go}$ 的估算

欲对导弹到达目标的时间进行控制,需要对导弹从当前时刻起到达目标的剩余飞行时间 $t_{go}$ 进行估算。可采用文献[9]所述的速度积分方法进行估计,但是计算过程较为复杂,为此考虑通过速度投影法来求解。

导弹在飞行过程中,实时的弹目关系如图2所示,则 $t_{go}$ 的估算公式为

$$t_{go} = \frac{R}{V_R} \quad (16)$$

式中: $V_R$ 为导弹速度在视线方向的分量,即

$$V_R = [V_x^2 + V_z^2 - 2R \cos \eta \sqrt{V_x^2 + V_z^2} \cos(\psi_z - \sigma) + (R \cos \eta)^2 + (R \sin \eta - V_y)^2 - V^2 - R^2]^{1/2} / (-2R) \quad (17)$$

结合式(16)和式(17)即可得到导弹从当前时刻起至目标的剩余飞行时间 $t_{go}$ 。

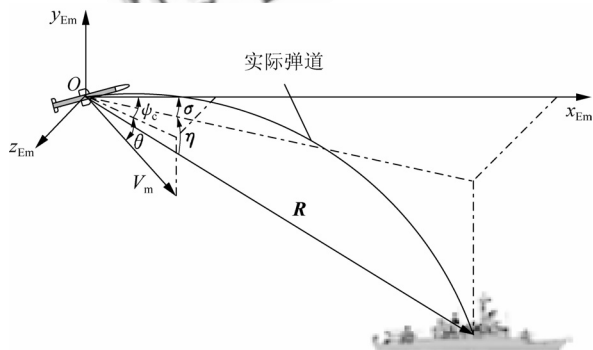


图2 剩余飞行时间示意图

Fig. 2 Schematic diagram of time-to-go

## 2.3 控制剩余飞行时间导引律

为了对导弹的剩余飞行时间进行控制,文献[11]和文献[12]直接在二维制导指令加速度上施加了时间修正项。本文研究中考虑到导弹在视线方向的时间调节是主要量,随着导弹飞向目标,其余两个方向的剩余飞行时间会随之得到控制,因此选择只在视线方向,即 $\mathbf{e}_{1L}$ 方向上施加比例时间修正控制项 $N_c \dot{r} \Delta t$ ,其中 $\Delta t$ 为

$$\Delta t = t + t_{go} - t_{ex} \quad (18)$$

式中: $t$ 为导弹当前已飞行时间; $t_{ex}$ 为导弹从飞行起始点至击中目标的期望飞行时间,该值可由协同作战任务规划系统提供。

施加时间修正控制后,视线坐标系下导弹的制导加速度为

$$\mathbf{a}_{ML} = \begin{bmatrix} a_{M1L} \\ a_{M2L} \\ a_{M3L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_c \dot{r} \Delta t \\ -N\dot{r}\omega_3 \\ N\dot{r}\omega_2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

为实现对导弹的制导控制,可将视线坐标系下的制导指令 $\mathbf{a}_{ML}$ 转换至弹体坐标系下 $\mathbf{a}_{M1}$ ,需要进行如下的转换:

$$\mathbf{a}_{M1} = \boldsymbol{\Phi}_{Em1} \boldsymbol{\Phi}_{EmL} \mathbf{a}_{ML}$$

式中: $\boldsymbol{\Phi}_{Em1}$ 为平动惯性坐标系向弹体坐标系的转换矩阵,其具体表达式参见文献[13]; $\boldsymbol{\Phi}_{EmL}$ 为视线坐标系向平动惯性坐标系的转换矩阵,表达式为

$$\boldsymbol{\Phi}_{EmL} = \begin{bmatrix} \cos \eta \cos \sigma & -\sin \eta \cos \sigma & -\sin \sigma \\ \sin \eta & \cos \eta & 0 \\ \cos \eta \sin \sigma & -\sin \eta \sin \sigma & \cos \sigma \end{bmatrix}$$

## 3 剩余飞行时间控制裕度的确定

对于协同作战的反舰导弹来说,可视军舰为无加速度运动的目标,由式(11)可得导弹加速度 $\mathbf{a}_M$ 与目标相对导弹的加速度 $\mathbf{a}$ 有如下关系:

$$\mathbf{a} = -\mathbf{a}_M = \left( \ddot{r} - \frac{h^2}{r^3} \right) \mathbf{e}_{1h} + \frac{\dot{h}}{r} \mathbf{e}_{2h} + a_{3h} \mathbf{e}_{3h} \quad (20)$$

由式(9)所示的转换矩阵,将式(19)描述的视线坐标系下导弹的制导加速度转换至角动量坐标系可得

$$\mathbf{a}_{Mh} = \begin{bmatrix} a_{M1h} \\ a_{M2h} \\ a_{M3h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_c \dot{r} \Delta t \\ -N\dot{r}\bar{\omega} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

对比式(20)和式(21)可得弹目相对运动方程为

$$\left. \begin{aligned} \ddot{r} - \frac{h^2}{r^3} &= -N_c \dot{r} \Delta t \\ \dot{h} &= N \dot{r} \bar{\omega} = N \dot{r} \frac{h}{r^2} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

由式(22)中的第2个式子可得

$$\dot{h} = N \dot{r} \frac{h}{r} \quad (23)$$

求解式(23),得

$$h = Cr^K \quad (24)$$

式中: $C$ 和 $K$ 为常数,进而:

$$\dot{h} = CKr^{K-1} \dot{r} = \frac{Kh \dot{r}}{r} \quad (25)$$

对比式(22)中的第2个式子可得

$$N = K \quad (26)$$

式(26)联合式(24)以及式(22)中的第1个式子可得

$$\ddot{r} - C^2 r^{2N-3} = -N_c \dot{r} \Delta t \quad (27)$$

其中导引系数 $N$ 一般可取为 $2 \sim 6$ ,由于在大空域作战的条件下,导引系数对弹间相对速度及弯曲程度的影响很小,因此从获取解析形式解可行性的角度,选取导引系数 $N=2$ 使式(27)具有标准的微分方程形式,即

$$\ddot{r} + N_c \dot{r} \Delta t - C^2 r = 0 \quad (28)$$

式(28)即为剩余飞行时间控制导引律作用下的弹目相对运动方程。令

$$\lambda = N_c \Delta t \quad (29)$$

式(28)的解为

$$r = C_1 e^{\frac{\lambda}{2}(-\lambda - \sqrt{4C^2 + \lambda^2})} + C_2 e^{\frac{\lambda}{2}(-\lambda + \sqrt{4C^2 + \lambda^2})} \quad (30)$$

进而:

$$\dot{r} = \frac{C_1}{2}(-\lambda - \sqrt{4C^2 + \lambda^2}) e^{\frac{\lambda}{2}(-\lambda - \sqrt{4C^2 + \lambda^2})} + \frac{C_2}{2}(-\lambda + \sqrt{4C^2 + \lambda^2}) e^{\frac{\lambda}{2}(-\lambda + \sqrt{4C^2 + \lambda^2})} \quad (31)$$

式中: $C_1$ 和 $C_2$ 为常数,可由仿真初值确定。对于导弹某一飞行时刻 $t$ ,式(31)为变量 $\lambda$ 的函数,将式(31)以 $\lambda$ 为变量进行泰勒展开,在剩余飞行时间估计误差为小量时,忽略二阶及以上高阶项可得

$$\dot{r}|_t = \frac{C_1}{2}(-\lambda - \sqrt{4C^2 + \lambda^2}) \left( e^{-Ct} - \frac{\lambda t}{2} e^{-Ct} \right) + \frac{C_2}{2}(-\lambda + \sqrt{4C^2 + \lambda^2}) \left( e^{Ct} - \frac{\lambda t}{2} e^{Ct} \right) \quad (32)$$

在进行后续推导之前,需要分析一下上述展开形式所带来的误差。

由式(31)及式(32)可得相对速度的舍去误

差为

$$e = \dot{r} - \dot{r}|_t \quad (33)$$

可通过仿真计算来分析式(33)所示的舍去误差的大小,取 $t=20$  s的时刻, $\lambda$ 的变化范围为 $0 \sim 2$  s。由仿真结果图3可见,随着飞行时间增加,即弹目距离逐渐减小,剩余飞行时间的估计误差 $\lambda$ 值越来越小;见4.1节仿真结果分析;由一阶近似展开带来的误差也将变得更小;大约在 $1.0$  m/s以内,这个误差对后续分析的影响很小,因此可以利用式(32)所示的弹目相对运动速度来推导解析形式的可控剩余飞行时间裕度。

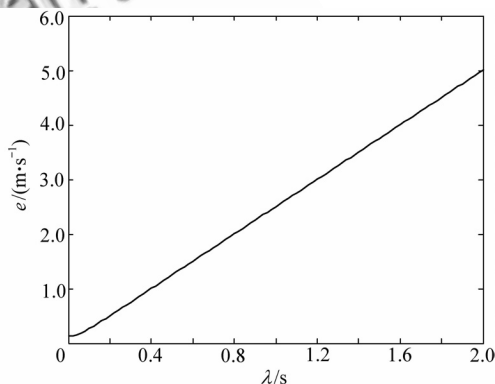


图3 剩余飞行时间估计误差为小量时展开式舍去误差计算结果

Fig. 3 Results of round-off errors of expansion when estimated errors of time-to-go are small values

在导弹飞行过程中,若导弹的最大飞行速度为 $V_{\max}$ ,最小飞行速度为 $V_{\min}$ ,假设军舰以 $V_w$ 进行匀速运动,应有弹目相对运动速度满足

$$-(V_{\max} + V_w) < \dot{r} < -(V_{\min} - V_w) \quad (34)$$

对 $\lambda$ 求解式(32),由式(29)和式(34)进而可得

$$\left. \begin{aligned} \Delta t|_t &< \frac{1}{N_c} \left[ \frac{a_1}{3} - \frac{\sqrt{2}(-a_1^2 - 3a_2^2)}{3A_1} + \frac{A_1}{\sqrt[3]{32}} \right] \\ \Delta t|_t &> \frac{1}{N_c} \left[ \frac{a_1}{3} - \frac{\sqrt{2}(-a_1^2 - 3a_2^2)}{3A_2} + \frac{A_2}{\sqrt[3]{32}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

变量 $A_1$ 和 $A_2$ 的表达式分别为

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \left[ 2a_1^3 - 18a_1a_2^2 + 27\tilde{V}_{\min} + \sqrt{4(-a_1^2 - 3a_2^2)^3 + (2a_1^3 - 18a_1a_2^2 + 27\tilde{V}_{\min})^2} \right]^{1/3} \\ A_2 &= \left[ 2a_1^3 - 18a_1a_2^2 + 27\tilde{V}_{\max} + \sqrt{4(-a_1^2 - 3a_2^2)^3 + (2a_1^3 - 18a_1a_2^2 + 27\tilde{V}_{\max})^2} \right]^{1/3} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$



式中:  $\tilde{V}_{\min}$ 、 $\tilde{V}_{\max}$ 、 $a_1$  和  $a_2$  分别为

$$\begin{cases} \tilde{V}_{\max} = V_{\max} + V_w, \tilde{V}_{\min} = V_{\min} - V_w \\ a_1 = \frac{2}{t}, a_2 = \frac{C_1 e^{-C_2 t} |C_1 - C_2 e^{2C_2 t}|}{\sqrt{C_1 C_2}} \end{cases}$$

式(35)为对应某一飞行时刻  $t$ , 弹目相对速度约束下可控剩余飞行时间的裕度。

导弹可控剩余飞行时间的裕度还与当前弹目距离和速度限制有关,即

$$\frac{r|_t}{\tilde{V}_{\max}} \leq \Delta t|_t \leq \frac{r|_t}{\tilde{V}_{\min}} \quad (37)$$

式(35)与式(37)共同确定的域即为导弹协同作战中剩余飞行时间的可控裕度  $\Delta t|_t$ 。

## 4 仿真结果及分析

### 4.1 导弹剩余飞行时间的估算

对导弹剩余飞行时间进行估算,选取仿真条件:不失一般性,令目标静止,其初始位置为(10,0,3) km;3枚导弹惯性坐标系下初始位置为(0,2,0) km;初始速度条件  $V_0$ ,如表 1 所示。经过仿真,得到表 1 及图 4、图 5 所示的结果。表 1 中的  $t_r$  为导弹自起始点至目标的实际剩余飞行时间,  $\Delta_{\max}$  为导弹整个飞行过程中剩余飞行时间估计误差的最大值;图 4 为 3 枚导弹作战过程的弹道曲线;图 5 为 3 枚导弹真实剩余飞行时间  $t_r$  与估计剩余飞行时间  $t_e$  的对比曲线。

表 1 导弹初始状态及剩余飞行时间估计结果

Table 1 Missiles initial state and estimated results of time-to-go

参数	导弹 1	导弹 2	导弹 3
$V_0 / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	200, -80, 80	200, -80, 50	200, -80, 20
$t_r / \text{s}$	49.760 0	47.500 0	44.860 0
$\Delta_{\max} / \text{s}$	-2.676 7	1.417 7	5.040 9

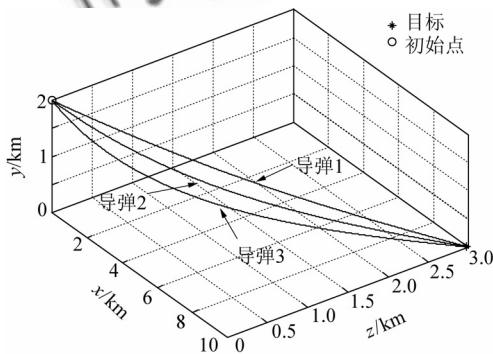


图 4 3 枚导弹弹道曲线

Fig. 4 Trajectories of three missiles

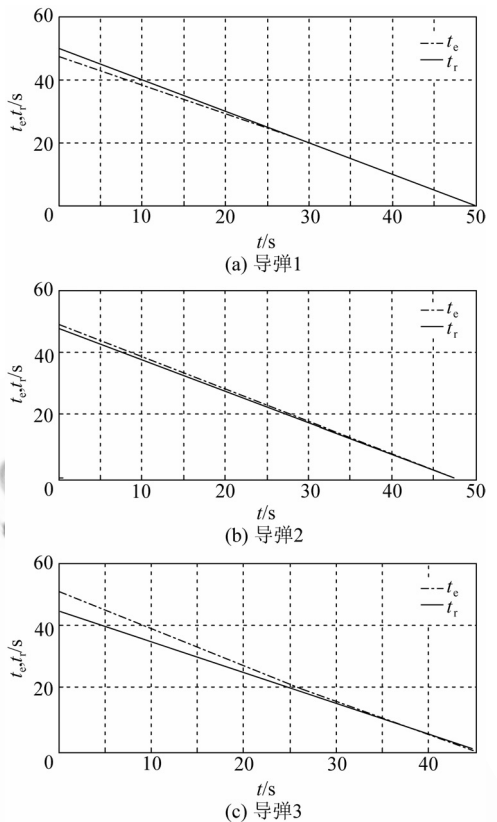


图 5 3 枚导弹剩余飞行时间的实际值与估计值对比曲线

Fig. 5 Curves of real and estimated values of timeto-go of three missiles

从仿真结果分析可得:导弹剩余飞行时间估计误差的最大值发生在飞行初段;随着导弹接近目标,剩余飞行时间的估计误差迅速减小;导弹剩余飞行时间估算的准确度和弹道的弯曲程度有关,弹道越弯曲,飞行初段的估计误差越大。

### 4.2 比例导引系数选择分析

式(27)中的比例导引系数  $N$  一般可选为 2~6,在导弹进行大空域作战时,不同的比例导引系数对于弹道的影响不是很大。可对这一问题进行仿真分析,选取仿真条件:导弹在惯性坐标系下初始位置为(-7.5, 5.0, 4.2) km,初始速度为(250, -45, -30) m/s,目标状态同 4.1 节,导弹实际到达时间  $t_{r0}$  为 68.32 s,仿真开始时刻指定需要修正的到达时间  $\Delta t|_0$  为 6.68 s,即指定导弹到达时刻为 75 s。

仿真结果表明,当比例导引系数  $N$  依次取 2~6 时,导弹的到达时间均为 74.96 s;由图 6 和图 7 可见,在不同的导引系数下,导弹在整个飞行过程中相对速度和弯曲程度的差异很小,因此不

同导引系数对导弹可控剩余飞行时间裕度的影响很小,可以仅从获取解析形式解的可行性角度,选取导引系数  $N=2$ 。

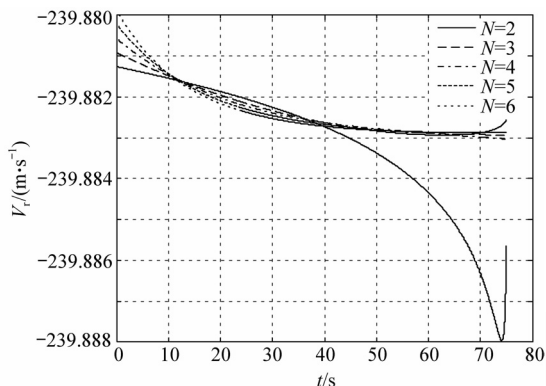


图6 不同导引系数下弹目相对速度

Fig. 6 Relative velocities with different guided coefficients

导弹在飞行过程中的弹目相对速度如图9所示;若选择  $\Delta \bar{t}|_0 = 13.18$  s,即指定导弹的全段飞行时间为75 s,由图10所示的弹目相对速度可见,该值不满足约束式(34),导弹无法在指定时间击中目标。

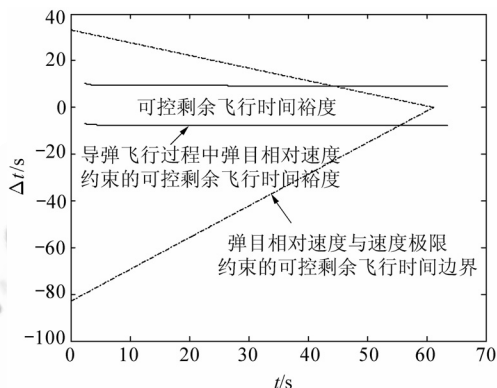


图8 导弹可控制剩余飞行时间的范围

Fig. 8 Range of controllable time-to-go

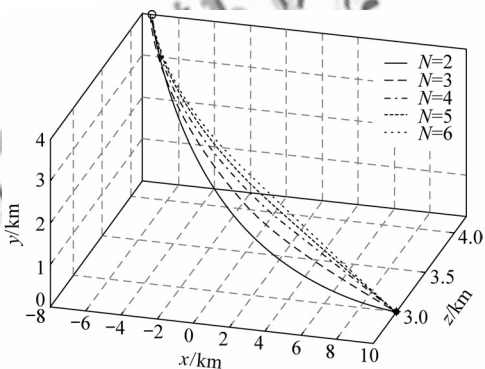


图7 不同导引系数下导弹的飞行曲线

Fig. 7 Flight paths with different guided coefficients

### 4.3 可控剩余飞行时间裕度

对导弹可修正控制剩余飞行时间的裕度进行仿真分析,取仿真条件:式(34)中的  $V_{\min} = 200$  m/s,  $V_{\max} = 500$  m/s;式(19)中的修正时间比例系数  $N_c = 2$ ;导弹在惯性坐标系下初始位置为  $(-6, 5, 4)$  km,初始速度为  $(270, -50, -35)$  m/s。若导弹在飞行过程中某一时刻  $t$  的指定剩余飞行时间变化  $\Delta \bar{t}|_t$ ,在图8对应时刻的  $\Delta \bar{t}|_t$  范围内,导弹即可从该时刻起在指定剩余飞行时刻到达目标点。当导弹没有进行时间控制时其到达目标的飞行时间为61.82 s,由图8可见在起始点导弹可控制的时间裕度  $\Delta \bar{t}|_0 \in [-6.7186, 12.673]$  s,若在飞行起始时刻选取剩余飞行时间的指定调节量  $\Delta \bar{t}|_0 = 8.18$  s,即指定导弹到达目标时刻为70 s,经过仿真,导弹到达目标的实际时间  $t_r = 69.97$  s,

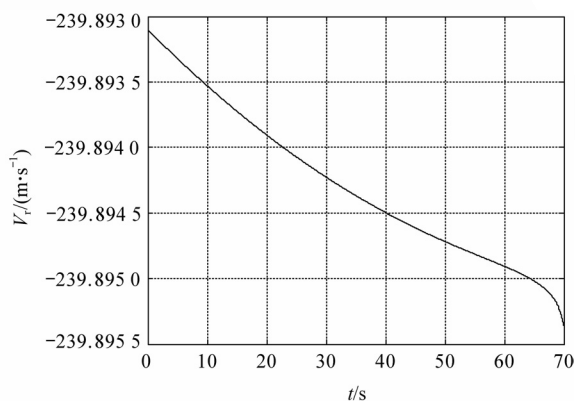


图9 导弹指定到达时间为70 s的弹目相对速度

Fig. 9 Missile-to-target relative velocity when scheduled time-to-go is 70 s

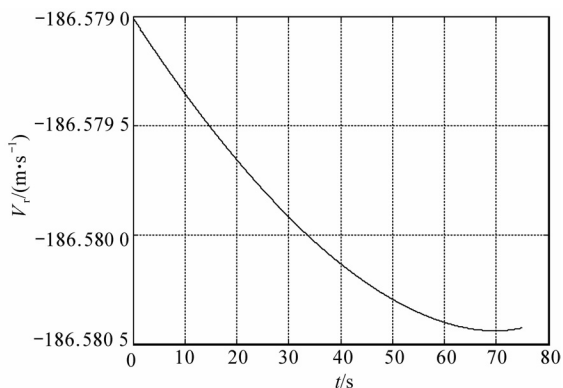


图10 导弹指定到达时间为75 s的弹目相对速度

Fig. 10 Missile-to-target relative velocity when scheduled time-to-go is 75 s

### 4.4 控制剩余飞行时间导引律

对导弹协同作战剩余飞行时间控制导引律进行仿真分析,取目标状态同 4.1 节,3 枚导弹的初始状态以及期望飞行时间  $t_d$  如表 2 所示;约束条件同 4.3 节。

经过仿真,得到表 2 及图 11~图 14 所示的结果。表 2 中的  $P_0$  为 3 枚导弹的初始位置; $t_{r0}$  为未施加时间控制时导弹自起始点至目标的实际剩余飞行时间; $\Delta_{0max}$  为未施加时间约束时导弹剩余飞行时间估计误差的最大值; $\Delta t|_0$  为导弹飞行初始时刻可控制的剩余飞行时间裕度; $\Delta \bar{t}|_0$  为本文算例中导弹飞行初始时刻剩余飞行时间的指定调节量; $t_d$  为导弹期望飞行时间; $t_{r,c}$  为施加时间控制后导弹自起始点至目标的实际飞行时间; $\Delta_{max,c}$  为施加时间控制后导弹剩余飞行时间估计误差的最大值。图 11 为经过时间修正之后 3 枚导弹作战过程的弹道曲线;图 12 为施加时间控制后 3 枚导弹真实飞行时间  $t_r$  与估计飞行时间  $t_e$  的对比曲线;图 13 为 3 枚导弹飞行全段各时刻可控制剩

表 2 导弹协同作战初始状态及导引结果

Table 2 Initial state of missile cooperative engagement and results of guidance control

参数	导弹 1	导弹 2	导弹 3
$P_0/\text{km}$	-2.0,5.0,1.0	25.0,7.5,-1.0	-7.5,4.0,4.2
$V_0/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	200,-100,80	-260,-80,60	260,-60,-50
$t_{r0}/\text{s}$	59.31	62.60	67.59
$\Delta_{0max}/\text{s}$	-1.856 6	0.313 9	0.849 8
$\Delta t _0/\text{s}$	-15.13~20.85	-14.03~20.87	-17.38~19.87
$\Delta \bar{t} _0/\text{s}$	5.69	-4.60	12.41
$t_d/\text{s}$	65	58	80
$t_{r,c}/\text{s}$	64.96	57.97	79.96
$\Delta_{max,c}/\text{s}$	-2.253 8	1.360 0	0.919 1

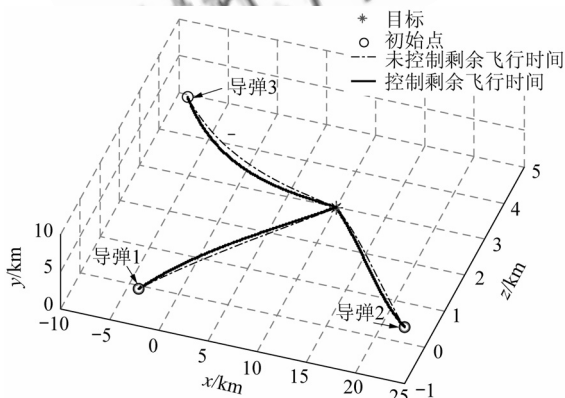


图 11 3 枚导弹协同作战弹道

Fig. 11 Trajectories of three missiles in cooperative engagement

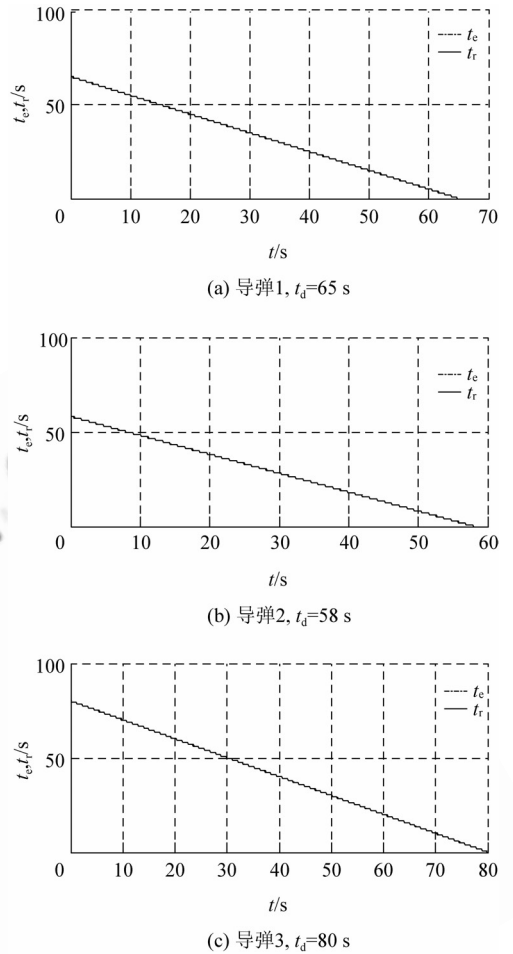
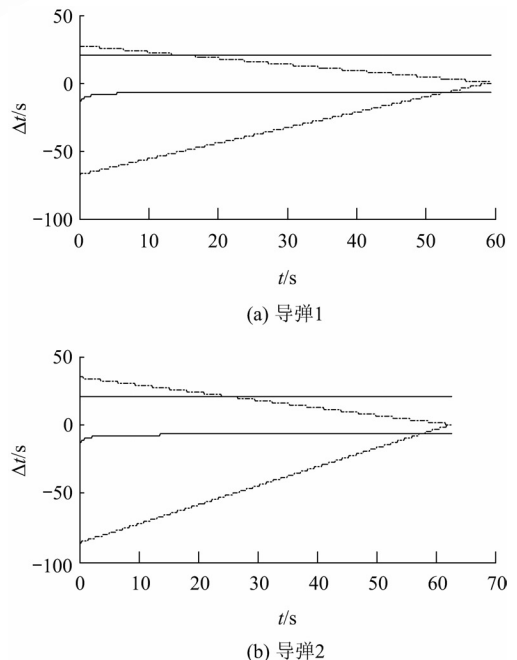


图 12 3 枚导弹期望飞行时间分别为 65,58,80 s 时对应的实际剩余飞行时间与估计剩余飞行时间  
Fig. 12 Real and estimated time-to-go of three missiles when desired fly times are 65,58,80 s respectively



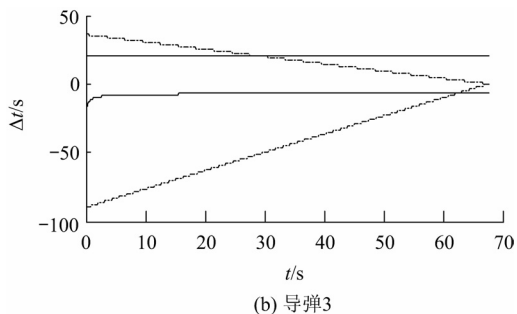


图 13 3 枚导弹飞行全段各时刻可控制剩余飞行时间的裕度

Fig. 13 Margins of three missiles controllable time-to-go at every time in whole flight progress

余飞行时间的裕度,其中各条曲线的含义参见图 8;图 14 为 3 枚导弹按照表 2 指定的剩余飞行时间进行时间控制飞行时,弹目的相对速度状态。

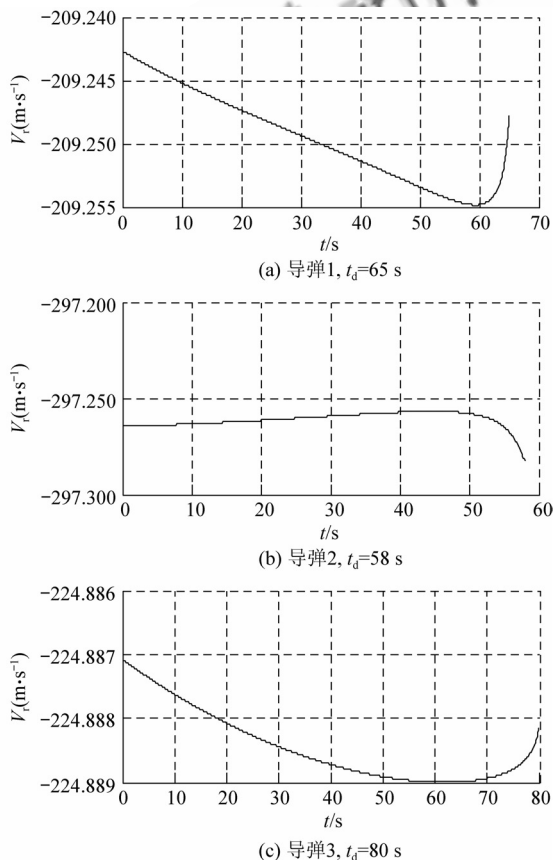


图 14 3 枚导弹期望飞行时间分别为 65, 58, 80 s 时对应弹目相对速度

Fig. 14 Missile-to-target relative velocity when scheduled times-to-go are 65, 58, 80 s

由仿真结果分析可得:施加时间控制后,导弹能够准确地按照期望剩余飞行时间要求到达目标,控制误差小于 0.05 s;施加时间控制之后导弹剩余飞行时间估计的最大误差较未施加时间约

束时增加,其原因在于本算例中的时间控制使得弹道变得略有弯曲(如图 11 所示),这一结果也符合前文的分析;当导弹飞行初始时刻剩余飞行时间的指定调节量  $\Delta \bar{t}_0$ 。在表 2 的  $\Delta \bar{t}_0$  范围内时,导弹即可在指定剩余飞行时刻  $t_{r0} + \Delta \bar{t}_0$  到达目标点。

## 5 结论

(1) 给出了导弹剩余飞行时间的估算方法,该方法在弹道弯曲程度较小时能够准确地估计出导弹的剩余飞行时间,并且随着弹目相对距离减小,剩余飞行时间的估计误差变小。

(2) 由弹目在视线坐标系以及角动量坐标系下的运动关系,设计了导弹协同作战剩余飞行时间控制导引律,在该导引律的作用下,导弹能够在指定飞行时刻到达目标。

(3) 由可控时间导引律及弹目相对运动关系,得到了整个飞行段各时刻可控剩余飞行时间裕度  $\Delta t_i$  的解析表达式,只要在导弹飞行过程中任一时刻  $t$  的剩余飞行时间指定调节量  $\Delta \bar{t}_i$  在相应时刻的  $\Delta t_i$  范围内,导弹即可按照规划要求在指定时刻到达目标点。

导弹剩余飞行时间的控制以及可控裕度的确定是协同作战任务提出的重要依据,对于多枚导弹实现协同作战具有重要意义。

## 参 考 文 献

- [1] 关世义. 导弹智能化技术初探[J]. 战术导弹技术, 2004(4): 1-7.  
Guan Shiyi. Some discussions about smart missile[J]. Tactical Missile Technology, 2004(4): 1-7. (in Chinese)
- [2] 胡正东, 林涛, 张士峰, 等. 导弹集群协同作战系统概念研究[J]. 飞航导弹, 2007(10): 13-18.  
Hu Zhengdong, Lin Tao, Zhang Shifeng, et al. Study on the concept of missiles formation cooperative engagement system[J]. Winged Missile Journal, 2007(10): 13-18. (in Chinese)
- [3] Jung B Y, Kim Y D. Guidance laws for anti-ship missiles using impact angle and impact time[C]// AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. 2006: 6432.
- [4] Ryo C K, Cho H J, Tahk M J. Closed-form solutions of optimal guidance with terminal impact angle constraint [C]// 2003 IEEE Int'l Conference on Control Application. 2003: 504-509.
- [5] Jeon I S, Lee J I, Tahk M J. Impact-time-control guidance law for anti-ship missiles[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(2): 260-266.



- [6] Jeon I S, Lee J I, Tahk M J. Guidance law to control impact time and angle[C]//2005 International Conference on Control and Automation. 2005: 852-857.
- [7] Lee J I, Jeon I S, Tahk M J. Guidance law to control impact time and angle[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic System, 2007, 43(1): 301-310.
- [8] 赵世钰, 周锐. 基于协调变量的多导弹协同制导[J]. 航空学报, 2008, 29(6): 1605-1611.  
Zhao Shiyu, Zhou Rui. Multi-missile cooperative guidance using coordination variables[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(6): 1605-1611. (in Chinese)
- [9] Vincent C L. Time-to-go estimate for missile guidance [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. 2005: 6459.
- [10] Paul Z C. Tactical and strategic missile guidance [M]. 2nd ed. San Francisco, California: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1994: 161-168.
- [11] Kim K, Kim Y. Implemental impact angle controlled guidance law design [C]// The 3rd Korea/Japan Joint Workshop on Aeronautics and Astronautics. 2002.
- [12] Jung B, Kim Y, Kim K. Guidance laws using impact angle and impact time for an anti-ship missile[R]. AIAA-2006-6432, 2006.
- [13] 钱香芳, 林瑞雄, 赵亚男. 导弹飞行力学[M]. 北京: 北京理

工大学出版社, 2003: 33.

Qian Xingfang, Lin Ruixiong, Zhao Yanan. Flight mechanics of guided missile[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2003: 33. (in Chinese)

#### 作者简介:

**崔乃刚**(1965—) 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 导弹飞行动力学、制导与控制, 导弹协同作战四维制导与控制, 新型制导律设计。

Tel: 0451-86413452

E-mail: cui\_naigang@163.com

**韦常柱**(1982—) 男, 博士研究生。主要研究方向: 非线性动力学与控制、新型制导律设计、导弹协同作战制导与控制。

Tel: 13633605646

E-mail: weichangzhu@gmail.com

**郭继峰**(1977—) 男, 博士, 副教授。主要研究方向: 飞行器动力学与控制、导弹作战效能分析、空间在轨装配。

Tel: 13796628757

E-mail: guojifeng@hit.edu.cn

(编辑: 鲍亚平)