

文章编号:1000-6893(2010)03-0444-09

# 飞行器失稳平面振荡运动的物理机制

杨云军, 崔尔杰, 周伟江

(中国航天空气动力技术研究院, 北京 100074)

## Physics of Planar Self-excited Oscillation of Flight Vehicles

Yang Yunjun, Cui Erjie, Zhou Weijiang

(China Academy of Aerospace Aerodynamics, Beijing 100074, China)

**摘要:** 基于全局亚迭代耦合求解非正常流体动力学方程和刚体动力学方程(CFD/RBD), 研究动不稳定飞行器在自由俯仰与自由沉浮二自由度下自激发平面失稳运动的非正常特征。数值研究表明: 超声速锥-柱-裙飞行器的平面失稳运动发展为极限环形式, 并伴随着波系结构非正常变化; 平面运动保持了自由俯仰基本运动特征, 但同步自由沉浮使得极限环周期运动的振幅更小、频率更快; 平面自由运动中飞行器绕靠近头部的“不动点”转动。基于第二拉格朗日方程和虚功原理, 导出能够描述迟滞现象的参数化非线性动力学模型。多尺度近似分析(MTS)获得参数化运动特征: 自激振荡过程是拟简谐运动; 平衡点阻尼是决定运动稳定特性的分叉参数; 振幅特性与阻尼非线性相关, 频率特性与刚度非线性相关; 模型分析证实了平面自由运动的“不动点”现象并自洽地解释了沉浮自由度存在使得极限环振幅变小的动力学机制。非线性模型的理论分析、重构都与数值结果高度一致, 从而有效地佐证了自激振荡建模研究的合理性。

**关键词:** 非正常流动; 动稳定性; 全局亚迭代; 非线性动力学模型; 耦合运动

**中图分类号:** V211.42 **文献标识码:** A

**Abstract:** By means of the global sub-iterative solution of fluid dynamic equations and rigid-body dynamic equations (CFD/RBD), a coupling numerical method is proposed to investigate the self-excited unsteady planar motion of a flight vehicle with two degrees of freedom, i. e., free pitching and free vertical motion. The numerical result shows that the unstable free planar motion of a flared cone-cylinder configuration develops a limit-cycle motion in the supersonic flow accompanied by the unsteady evolutions of the flow structure. The free planar oscillation maintains the major characteristics of free pitching, but with smaller amplitudes and higher frequencies. In addition, the vehicle in the free planar motion seems to turn around a fixed point near the nose of the vehicle. The nonlinear dynamic equation characterizing the hysteresis is deduced based on the second Lagrange equation and the principle of virtual work, and the parameterized motion is analyzed approximately by the multiple time scales (MTS) method. The self-oscillation is a quasi simple harmonic motion. The damping at the balance point is the bifurcation parameter that determines its dynamic stability. The amplitude is associated with the nonlinear damping and the frequency is correlated with the nonlinear rigidity. Theoretical analysis validates the “fixed point” of the vehicle in free planar motion and in a self-consistent way makes clear why the oscillation amplitude becomes smaller with the additive vertical motion. It provides validation for the modeling method, with whose CFD results the theoretical analysis and numerical reconstruction agree well.

**Key words:** unsteady flow; dynamic stability; global sub-iteration; nonlinear dynamics model; coupling motion

国外学者早在 20 世纪 60 年代就研究发现, 在跨声速和低超声速时, 锥-柱-裙高超声速气动外形出现失稳运动并发展为极限环形式<sup>[1-3]</sup>; 但关于细长飞行器在超声速流动中是否出现动态失稳运动尚没有明确结论。近年来国内学者在高超声速流动研究中发现了这一失稳运动现象(见图

1)。实验观测的失稳运动振幅大约为 6°。细长构型的超声速飞行器置于头部弓形激波产生的非均匀流动黏性熵尾迹流之中, 内伏于尾迹中的后体姿态改变时受到很大的气动力。由于熵尾迹流动的复杂性, 后体感受到的熵尾迹作用力变化相对于弹体姿态的改变存在时间滞后等诸多不可预测因素的影响, 即便在小迎角状态下也可能激发出动不稳定的运动形式。建模理论研究<sup>[4-5]</sup>一般多基于经典 Van der Pol 方程和阻尼非线性的观

收稿日期: 2008-10-06; 修订日期: 2009-07-07

基金项目: 国家自然科学基金(90916001)

通讯作者: 杨云军 E-mail: yangyj1998@163.com

点来阐述飞行器失稳运动的动力学机制,没有更多关注非定常流动与动力学模型间的物理联系。

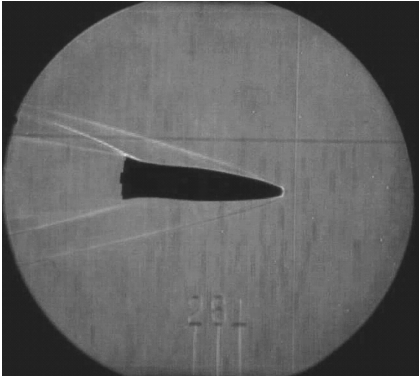


图1 超声速飞行器失稳运动的实验观察

Fig.1 Experimental picture about unsteady motion of hypersonic vehicle

在真实飞行过程中飞行器会出现诸如阵风等随机性的扰动形式,这些扰动也足以激发某些外形的失稳运动。而且飞行器的空间运动本质上是多自由度的,特别是空间位移运动与角位移运动是耦合的,从而使得飞行器轨道飘忽、姿态混沌。通常的实验定量研究往往是单自由度的(如自由俯仰),为数不多的多自由度运动耦合的尝试性实验也仅仅局限于角位移运动的耦合,研究者对多自由度耦合效应尚未引起足够重视。

总体而言,再入弹头的动稳定性研究还仅限于基本现象的探索性研究,关于飞行器失稳的动力学机制的研究也还带有强烈先验性的特点;动力学模型没有充分体现非定常流动的内在本质,流动现象与动力学机制缺乏综合分析。

本文采用时空高精度非定常数值模拟和非线性动力学建模两种手段,研究弹头在自由俯仰与自由沉浮二自由度下自激发平面失稳运动的非定常流动物理和动力学机制。全局亚迭代方法再现超声速弹头自激发平面失稳运动的耦合特征。文中基于第二拉格朗日方程和虚功原理,采用条带状微元气动力形式,从气动力构成角度将动力学模型与非定常流动结合起来,推导出能够描述迟滞现象的平面运动非线性动力学模型。采用多尺度法分析非线性动力学模型的参数化运动特征,分析自激发失稳运动的动力学机制。

## 1 数值方法

采用一般曲线坐标系下非定常三维可压缩 Navier-Stokes 方程模拟飞行器绕流。时间离散采用双时间步亚迭代方法,获得高阶时间精度。

无黏显式部分的空间离散用二阶 Roe 有限差分格式。

飞行器运动的描述采用刚体动力学方程和运动学方程:刚体的平动定义在惯性坐标系——地轴系上,刚体的转动定义在体轴系上。刚体运动的动力学方程也同步进行亚迭代处理。

通过全局亚迭代方法获得流体动力学系统和刚体动力学系统时间高精度的一体化耦合求解。全局迭代非定常流体动力学方程和刚体动力学方程(CFD/RBD)数值方法研究与校验见文献[6]和文献[7],还基于该方法研究了大迎角机翼摇摆特性<sup>[8]</sup>。

## 2 非线性动力学建模

为了确定振动系统内状态参数间、系统与外作用力间的量化关系,进而探索系统的内在规律与特性,下面通过建模研究来分析飞行器平面自由运动。

### 2.1 平面自由运动的动力学方程

如图2所示,在自由俯仰与自由沉浮二自由度下振动满足:

$$\left. \begin{aligned} q &= \dot{\theta} \\ \alpha &= \theta - \mu \\ -\mu &\approx \dot{z}_g \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

所以

$$\alpha = \theta + \dot{z}_g \quad (2)$$

式中: $q$ 为体轴系上的俯仰角速度; $\theta$ 为俯仰角; $\alpha$ 为迎角; $\mu$ 为由沉浮运动 $\dot{z}_g$ 引起的航迹倾角(向上为正)。

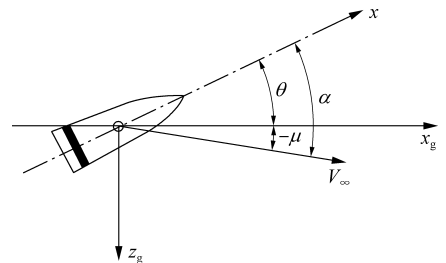


图2 平面自由运动示意图

Fig.2 Schematic of free planar motion

系统无量纲动能(仅计非定常运动部分)为

$$T = \frac{1}{2} I q^2 + \frac{1}{2} m v_{z_g}^2 = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \dot{z}_g^2 \quad (3)$$

式中: $I$ 和 $m$ 分别为飞行器的转动惯量和质量;

$v_{z_g}$  为沉浮运动速度。

由拉格朗日方程得无量纲形式的俯仰与沉浮两自由度的动力学关系为

$$\ddot{\theta} = Q_\theta \quad (4)$$

$$m\ddot{z}_g = Q_z \quad (5)$$

式中:  $Q_\theta$  和  $Q_z$  为广义力;  $\ddot{\theta}$  为俯仰角加速度;  $\ddot{z}_g$  为沉浮加速度。

## 2.2 非线性气动力(矩)

本节的目的在于获得轴对称外形飞行器通用的非线性气动力模型, 最终的力矩表达式能够反映系统特征的动力学关系。为了简化, 将细长弹体的气动力视为条带状微元气动力的组合。沿轴线方向  $dx$  长度上微元段无量纲升力  $dL$  和阻力  $dD$  分别为<sup>[9]</sup>

$$dL(x, t) = C_L(x, t) dx \quad (6)$$

$$dD(x, t) = C_D(x, t) dx \quad (7)$$

在一定条件下, 如图2所示微元当地升力系数  $C_L$  和当地阻力系数  $C_D$  的表达式, 在飞行器运动的任何时刻都有与固定姿态相一致的形式, 表示为当地有效迎角  $\alpha_e$  的多项式形式(取三次方), 不过此时的有效迎角  $\alpha_e(x, t)$  为当地的瞬时值:

$$C_L(x, t) = C_{L0}(x) + C_{L\alpha}(x)\alpha_e + C_{L\alpha^2}(x)\alpha_e^2 + C_{L\alpha^3}(x)\alpha_e^3 \quad (8)$$

$$C_D(x, t) = C_{D0}(x) + C_{D\alpha}(x)\alpha_e + C_{D\alpha^2}(x)\alpha_e^2 + C_{D\alpha^3}(x)\alpha_e^3 \quad (9)$$

理论上说当地升力系数和当地阻力系数是时间、迎角和迎角各阶时间导数的泛函<sup>[10]</sup>。但从工程实用观点, 建模研究的目的, 就在于通过适当简化的表达形式来反映宏观系统主要的特征行为。飞行器此类有限振幅振荡运动的周期比流动特征时间大约高两个数量级; 对于飞行器相对缓慢的姿态自由运动, 由于空气密度很小, 由角加速度产生的有关附加质量引起的非定常空气动力可以忽略<sup>[11]</sup>。如下文所述在飞行器运动时, 微元当地有效迎角是迎角和姿态角速度的函数; 因此式(8)和式(9)隐含了微元当地升力系数和当地阻力系数是迎角和角速度的函数关系。

对于静态条件, 飞行器当地有效迎角与迎角相等, 即  $\alpha_e \equiv \alpha$ , 则由式(6)积分得飞行器升力为

$$L = \int_{x_{\text{tail}}}^{x_{\text{nose}}} (C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha + C_{L\alpha^2}\alpha^2 + C_{L\alpha^3}\alpha^3) dx = C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha + C_{L\alpha^2}\alpha^2 + C_{L\alpha^3}\alpha^3 \quad (10)$$

式中:  $x_{\text{nose}}$  和  $x_{\text{tail}}$  分别为飞行器头部和尾部对应的轴向位置坐标。

由于轴对称外形, 升力是迎角的奇函数形式, 式(10)应舍弃常数项和二次项, 即

$$C_{L0} = \int_{x_{\text{tail}}}^{x_{\text{nose}}} C_{L0}(x) dx \equiv 0 \quad (11)$$

$$C_{L\alpha^2} = \int_{x_{\text{tail}}}^{x_{\text{nose}}} C_{L\alpha^2}(x) dx \equiv 0 \quad (12)$$

式(11)和式(12)对任意积分长度均成立, 所以

$$C_{L0}(x) \equiv 0 \quad (13)$$

$$C_{L\alpha^2}(x) \equiv 0 \quad (14)$$

则式(8)简化为

$$C_L(x) = C_{L\alpha}(x)\alpha_e + C_{L\alpha^3}(x)\alpha_e^3 \quad (15)$$

同样基于轴对称外形静态俯仰力矩的对称性, 式(9)简化为

$$C_D(x) = C_{D0}(x) + C_{D\alpha^2}(x)\alpha_e^2 \quad (16)$$

## 2.3 平面自由振动动力学方程

在虚位移  $\delta\theta$  下的虚功为

$$\delta W_\theta = \int_0^{L_{\text{tot}}} x \delta\theta \cos \alpha dL + \int_0^{D_{\text{tot}}} x \delta\theta \sin \alpha dD$$

式中:  $L_{\text{tot}}$  和  $D_{\text{tot}}$  分别为飞行器总升力和总阻力。

则由虚位移原理导出俯仰力矩为

$$Q_\theta = \frac{\delta W_\theta}{\delta\theta} = \int_0^{L_{\text{tot}}} x \cos \alpha dL + \int_0^{D_{\text{tot}}} x \sin \alpha dD \quad (17)$$

将式(15)和式(16)代入式(17)得

$$Q_\theta = \int_{x_{\text{tail}}}^{x_{\text{nose}}} x (C_{L\alpha}\alpha_e + C_{L\alpha^3}\alpha_e^3) \cos \alpha dx + \int_{x_{\text{tail}}}^{x_{\text{nose}}} x (C_{D0} + C_{D\alpha^2}\alpha_e^2) \sin \alpha dx \quad (18)$$

轴对称外形平面自由振动的当地有效迎角为

$$\alpha_e(x) = \theta + \dot{z}_g - x\dot{\theta} = \alpha - x\dot{\theta} \quad (19)$$

式(19)不是时间的显函数, 故略去自变量  $t$ ; 将其代入式(18)并做小角度假设:

$$Q_\theta = \int_{x_{\text{tail}}}^{x_{\text{nose}}} [C_{L\alpha}(\alpha - x\dot{\theta}) + C_{L\alpha^3}(\alpha - x\dot{\theta})^3] \left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right) \cdot x dx + \int_{x_{\text{tail}}}^{x_{\text{nose}}} [C_{D0} + C_{D\alpha^2}(\alpha - x\dot{\theta})^2] \left(\alpha - \frac{\alpha^3}{6}\right) x dx \quad (20)$$

忽略式(20)中高于三阶的项, 简化为

$$Q_\theta = \int_{x_{\text{tail}}}^{x_{\text{nose}}} (\kappa_1(x)\alpha + \chi_1(x)\alpha^3 + \chi_3(x)\alpha\dot{\theta}^2 +$$

$$\kappa_2(x)\dot{\theta} + \chi_2(x)\alpha^2\dot{\theta} + \chi_4(x)\dot{\theta}^3 dx \quad (21)$$

积分式(21)得

$$Q_\theta = I(-\omega_0^2\alpha + \tilde{\mu}\dot{\theta} + \tilde{c}_1\alpha^3 + \tilde{c}_2\alpha^2\dot{\theta} + \tilde{c}_3\alpha\dot{\theta}^2 + \tilde{c}_4\dot{\theta}^3) \quad (22)$$

其中各参数的定义式为

$$\begin{cases} \omega_0^2 = -\frac{C_{m\alpha_0}}{I}, & \tilde{\mu} = \frac{C_{m\dot{\alpha}_0}}{I}, & \tilde{c}_1 = \frac{C_{m\alpha^3}}{I} \\ \tilde{c}_2 = \frac{C_{m\alpha^2\dot{\alpha}}}{I}, & \tilde{c}_3 = \frac{C_{m\alpha\dot{\alpha}^2}}{I}, & \tilde{c}_4 = \frac{C_{m\dot{\alpha}^3}}{I} \end{cases}$$

式中: $C_m$ 为俯仰力矩系数。

将式(22)代入式(4),由此根据第二拉格朗日方程与虚位移原理导出平面自由运动俯仰角的振动方程为

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2\alpha = \tilde{\mu}\dot{\theta} + \tilde{c}_1\alpha^3 + \tilde{c}_2\alpha^2\dot{\theta} + \tilde{c}_3\alpha\dot{\theta}^2 + \tilde{c}_4\dot{\theta}^3 \quad (23)$$

式(23)蜕化为单自由度俯仰振动系统方程为

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = \tilde{\mu}\dot{\alpha} + \tilde{c}_1\alpha^3 + \tilde{c}_2\alpha^2\dot{\alpha} + \tilde{c}_3\alpha\dot{\alpha}^2 + \tilde{c}_4\dot{\alpha}^3 \quad (24)$$

一般而言,小迎角下气动力的非线性相对于气动力矩的非线性而言是很小的,又考虑到位移运动相对于角运动是小量,参照文献[7]的处理结果如下:

$$\ddot{z}_g \approx \tilde{\nu}\alpha \quad (25)$$

式中:

$$\tilde{\nu} = -\frac{C_{La}}{m} < 0$$

将式(25)代入式(21),并利用迎角与俯仰角的关系式(2),获得俯仰与沉浮组合振动的角运动关系为

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = (\tilde{\mu} + \tilde{\nu})\dot{\alpha} + \tilde{c}_1\alpha^3 + \tilde{c}_2\alpha^2\dot{\alpha} + \tilde{c}_3\alpha\dot{\alpha}^2 + \tilde{c}_4\dot{\alpha}^3 \quad (26)$$

式(26)要求满足条件:

$$\begin{cases} \omega_0^2 \gg |\tilde{\mu}\tilde{\nu}|, |\tilde{c}_1| \gg |\tilde{c}_2\tilde{\nu}| \\ |\tilde{c}_2| \gg |\tilde{c}_3\tilde{\nu}|, |\tilde{c}_3| \gg |\tilde{c}_4\tilde{\nu}| \end{cases}$$

上面导出的系统方程为 Van der Pol-Duffing 系统的非线性动力学方程,可以描述非线性迟滞现象。显然迎角的振动与质心沉浮运动是可以近似解耦的,迎角遵循单自由度非线性振动的特征规律,质心沉浮运动的规律依赖于迎角振动,而且基本上是同步的。与单自由度俯仰振荡相比,平面运动(俯仰与沉浮)中迎角振动模型方程的差别仅仅在于平衡点阻尼系数的不同,下面分析表明

阻尼系数不同会影响振幅特性。

### 3 非线性模型多尺度分析

定性分析表明  $p_0 = \tilde{\mu} + \tilde{\nu} = 0$  时在平衡点处式(26)发生分叉,这里  $p_0$  为平面自由运动模型的平衡点阻尼。下面采用多尺度分析方法(MTS)分析非线性动力学模型的参数化运动特征,研究自激发失稳运动的动力学机制。为了节约篇幅,略去非线性系统的 MTS 过程,这里仅给出最终的结果<sup>[7]</sup>。

设

$$p_1 = \frac{\tilde{c}_2 + 3\tilde{c}_4\omega_0^2}{8} \quad (27)$$

$$p_2 = -\frac{3\tilde{c}_1 + \tilde{c}_3\omega_0^2}{8\omega_0} \quad (28)$$

式中: $p_1$  为非线性阻尼系数( $\tilde{c}_2$  项为主); $p_2$  为非线性刚度系数( $\tilde{c}_1$  项为主)。

(1) 如果满足条件:

$$\left. \begin{aligned} p_0 = \tilde{\mu} + \tilde{\nu} > 0 \\ p_1 < 0 \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式(29)表示负阻尼情况,则迎角极限环振动的一阶近似显式表达式为

$$\alpha(t) = a \cos \psi - \frac{a^3}{32\omega_0^2} [(\tilde{c}_1 - \tilde{c}_3\omega_0^2) \cos(3\psi)] + \frac{a^3}{32\omega_0^2} [\omega_0(\tilde{c}_2 - \tilde{c}_4\omega_0^2) \sin(3\psi)] \quad (30)$$

式中: $\psi$  为主振动相位角;主振动振幅  $a$  与频率  $\omega$  存在关系:

$$\frac{da}{dt} = \frac{p_0}{2}a + p_1a^3 \quad (31)$$

$$\omega = \frac{d\psi}{dt} = \omega_0 + p_2a^2 \quad (32)$$

积分形式为

$$a = \sqrt{\frac{p_0}{e^{-p_0(t+c_0)} - 2p_1}} \quad (33)$$

$$\psi = \omega_0 t + b \quad (34)$$

式中: $b$  为主振动初始相位角。

系统方程满足条件式(29),在充分发展后( $t \rightarrow \infty$ )主振动的稳态振幅  $a_{\max}$  和频率  $\omega_d$  为

$$a_{\max} = \lim_{t \rightarrow \infty, \mu > 0} a = \sqrt{-\frac{p_0}{2p_1}} \quad (35)$$

$$\omega_d = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d\psi}{dt} = \omega_0 + p_2a_{\max}^2 \quad (36)$$

这表明负阻尼的动力学特性形成稳定的极限



环周期运动,极限环运动的振幅与频率特性由非线性模型方程的系数来确定,与初始条件没有关系。

(2) 如果满足条件:

$$p_0 = \bar{\mu} + \bar{\nu} < 0 \quad (37)$$

主振动振幅依然存在关系式(31),在平衡点附近的邻域内  $da/dt < 0$ , 振荡是收敛的。

通过 MST 分析,将自激发振动的运动特征显式地解析出来,获得如下认识:自激发振动过程是拟简谐运动;平衡点阻尼  $p_0$  是决定运动稳定特性的分叉参数;动不稳定的平衡点需要满足负阻尼 ( $p_0 > 0$ ) 特性;  $\omega_0^2 > 0$ , 要求  $C_{m_{\alpha_0}} < 0$ , 即只有静稳定构型才可能出现上述自激振荡的周期运动;系统的振幅特性主要决定于 Van der Pol 振子模型的非线性阻尼;Duffing 振子模型的非线性刚度、振动幅度和派生系统固有频率  $\omega_0$  共同决定了系统的频率特性;若令  $p_0 = \bar{\mu}$  上述分析结论完全适用于单自由度俯仰振动系统式(24)。

#### 4 数值模拟与讨论

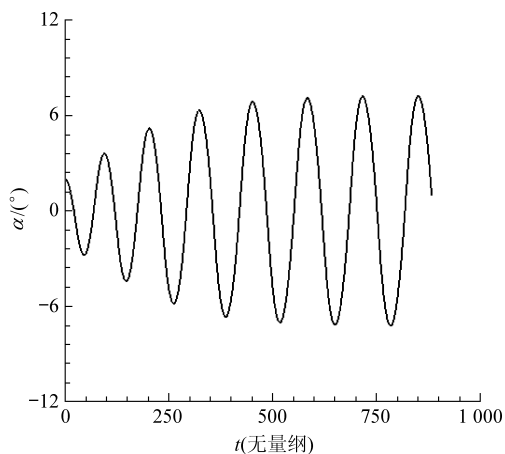
数值研究对应于自由飞试验条件,来流马赫数为 5.0,来流总温  $T_0 = 362$  K,雷诺数  $Re_L = 2.87 \times 10^6$ 。涉及的无量纲转动惯量为  $I_{yy} = I_{zz} = 70$ ;无量纲质量为 1 500,重心位于 55% 的位置。计算外形为类 AIT 拦截飞行器(锥-柱-裙体)<sup>[12]</sup>。静态网格为 O-O 型,网格数为  $114 \times 55 \times 53$  (流向  $\times$  法向  $\times$  周向),尾游边界距底部中心 11.0Dia (Dia 为轴对称飞行器的底部直径)。

飞行器真实飞行会由于阵风效应引入扰动(初略估计引起的姿态角扰动有  $1^\circ \sim 2^\circ$  之多),而自由飞试验的弹射过程也存在一定的扰动。对于非保守的自治系统式(26),自激发周期振动的特征量(频率与振幅)与初值无关,由系统的物理参数确定。为了节约自激发运动发展过程所需的时间,预设初始状态为  $2^\circ$  迎角。

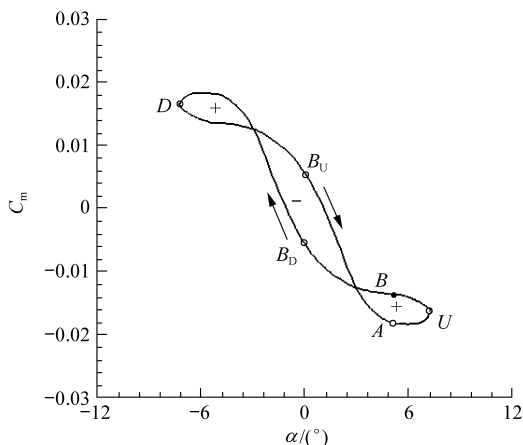
##### 4.1 自激发极限环运动特征

图 3 是飞行器自激平面失稳运动特性。系统在初始迎角为  $2^\circ$  的扰动下俯仰运动呈现发散趋势(见图 3(a)),在历经一段时间(约 6 周期)的发展达到周期性定态振动,单边振幅达到  $7.2^\circ$ 。周期性无量纲俯仰力矩表现出显著的滞回特性(见图 3(b)),这是典型的自激振荡运动形式。俯仰力矩随俯仰角度的变化曲线具有两个交叉点从而

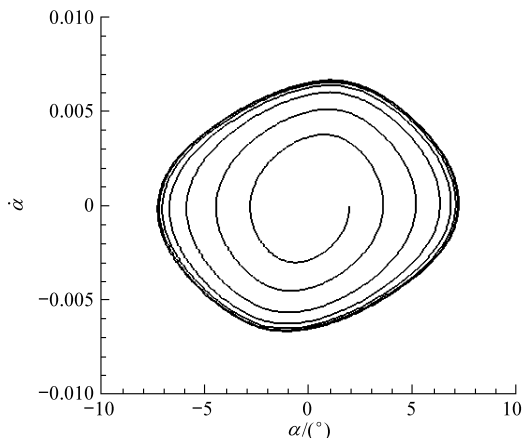
构成典型的“+ - +”阻尼交替的“双 8”稳定形态。考察一个完整周期,正负交替的阻尼形态构成了系统与外界的能量互换机制,来维系着飞行器平面自由运动这一非保守系统的极限环振荡。



(a) 俯仰振荡历程曲线



(b) 俯仰力矩滞回曲线



(c) 相平面轨迹

图 3 飞行器平面自由运动特性

Fig. 3 Movement characteristics of vehicle during free planar motion

飞行器平面自由运动相平面轨迹(见图 3(c))表明运动失稳,相轨线渐进稳定为极限环闭

轨形态,闭轨形状为“菱形化”的圆。加速度绝对值最大的位置出现在接近但偏离平衡位置的两个对称角度,对应(见图3(b))俯仰力矩为零的位置。这一姿态平衡位置与俯仰力矩为零位置的不一致是动态问题中气动力滞回的典型特征。

平面自由运动中的俯仰与沉浮,在经历一段时间发展后形成了周期性的特点。俯仰运动与沉浮运动同步的,垂向沉浮运动速度与迎角间存在近乎1/4周期的相位偏差(见图4)。虽然质心位移速度直接引起的迎角变化的最大值不超过 $0.2^\circ(0.004\text{ rad})$ ;但平面运动与单自由度俯仰运动相比,迎角振荡的幅值之差达到 $1.0^\circ$ 之多(见图5)。由于沉浮自由度的存在,迎角振幅由单自由度俯仰的 $8.1^\circ$ 缩小为平面运动的 $7.2^\circ$ ,振荡周

期更短;下文还将从非线性动力学的角度阐述这一规律性的变化。

简而言之,自激发极限环运动特征主要体现在:周期性运动伴随着气动力滞回,平面运动保持了自由俯仰基本运动特征,但同步自由沉浮使得极限环周期运动的振幅更小、频率更快。

#### 4.2 自激发平面极限环运动的流动特征

从周期性的俯仰力矩变化(见图3(b))来看,维持高超声速飞行器平面极限环振荡同样满足两个基本的机制:①回复运动机制;②激波运动相对于飞行器运动的迟滞效应(气动阻尼形成机制)。如图6所示的流动结构,静稳定构型的飞行器在偏离平衡位置的一定区域内,激波运动的空间分布始终产生回复到平衡位置的气动力,此即与弹簧简谐振动相似的回复运动机制。流动的迟滞效应分别在大偏转角和平衡位置形成符号相反的气动阻尼,构成飞行器与空气间的能量传递来维持这一极限环形式的周期运动。

从气流流动结构看,平面运动与自由俯仰是基本一致的。但是图6中所标识的平动是在背风面高压下产生的。飞行器在非均衡压力下的随动,将削弱尾裙激波的流动滞后效应,从而影响极限环运动的振幅。

#### 4.3 自激发平面极限环运动的新特点

图7给出了不同时刻飞行器的姿态包络线和弹体中轴线(将图6中各子图飞行姿态重叠),直观发现:在同步的俯仰与沉浮组合运动中飞行器存在接近头部的不动点,飞行器围绕不动点进行极限环振荡。其实,头部弓形激波是强熵增流动区域,若使得头部以一定速度发生位置的移动,必须消耗可观的能量。在刚体与流体组成的大系统下,能耗最低化必然是系统选择方向;因此在平面自由运动中尽可能使得弓形激波保持原有位置。针对该现象的形象描述如下:在头部弓形强激波钳制作用下,飞行器只能绕接近头部的某点进行有限振幅的摆动。

总体看来,平面自由运动的模拟发现,平动自由度的存在使得姿态角振幅减小。同时发现平面自由运动中飞行器绕靠近头部的“不动点”转动;下面还将通过非线性动力学模型近似理论解来进一步阐述这一有趣现象。

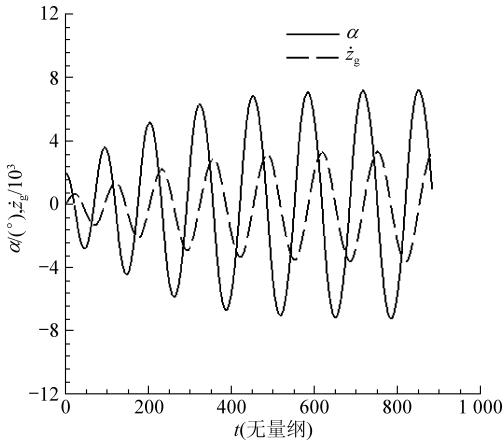


图4 飞行器平面自由运动的振荡历程

Fig. 4 Oscillation history of vehicle in free planar motion

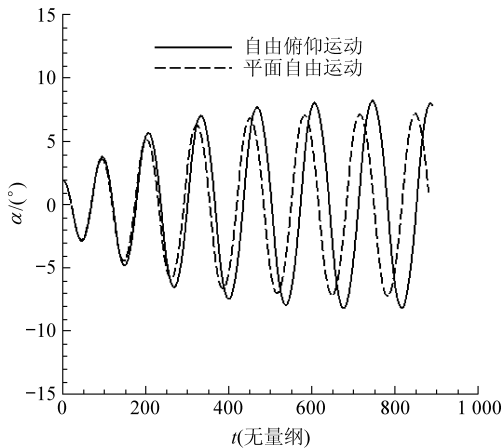


图5 平面运动与自由俯仰运动的迎角历程

Fig. 5 History of angle of attack during pitching motion and planar motion

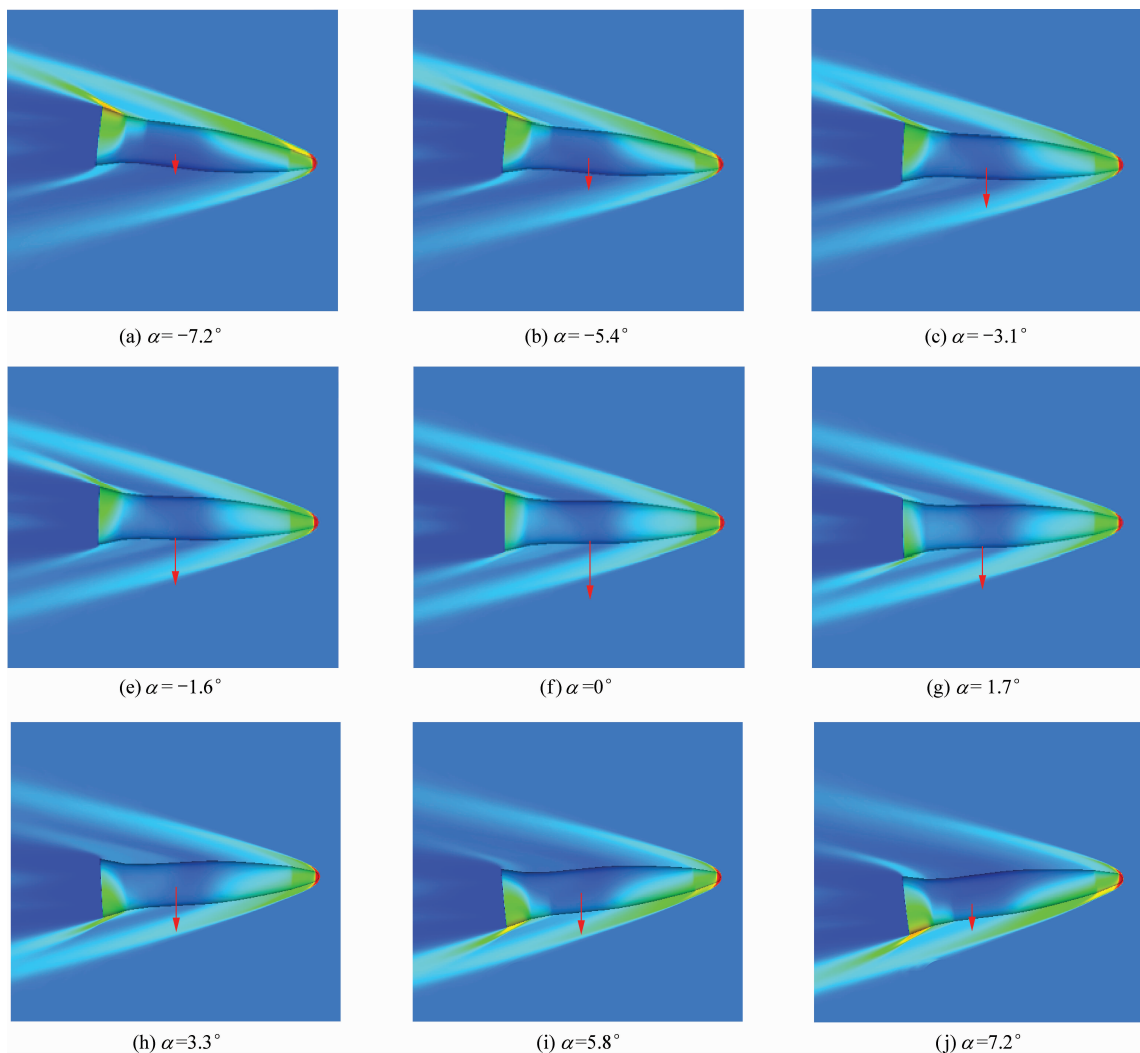


图 6 飞行器平面自由运动上仰阶段的气流流动结构

Fig. 6 Variations of flow structure around vehicle at upward pitching phase during free planar motion

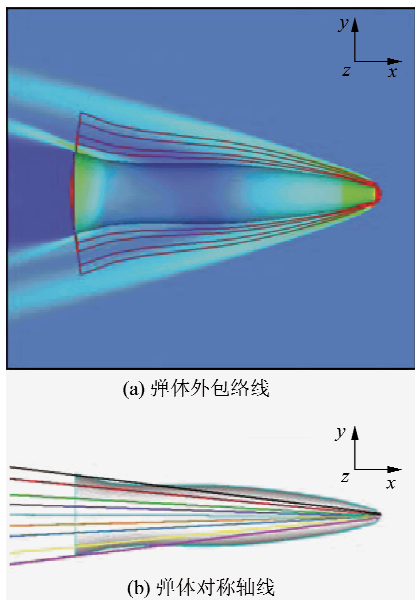


图 7 飞行器平面自由运动的不动点

Fig. 7 Fixed point of vehicle during free planar motion

## 5 极限环平面运动的重构与分析

### 5.1 非线性模型的 MTS 分析与运动重构

针对飞行器平面自由振荡数值模拟的数据,采用参数辨识获得非线性动力学模型式(23)和式(25)的模型参数分别为  $\omega_0=0.063\ 5$ ,  $\bar{\mu}=0.011\ 4$ ,  $\bar{\nu}=-0.001\ 3$ ,  $\bar{c}_1=0.148$ ,  $\bar{c}_2=-2.294$ ,  $\bar{c}_3=10.280$ ,  $\bar{c}_4=-63.460$ 。其中  $C_{m_{\alpha_0}}=-I\omega_0^2<0$  表示飞行器是静稳定的;  $p_0=\bar{\mu}+\bar{\nu}>0$  表示飞行器平衡点阻尼为负,在平衡迎角位置是动不稳定。这些都与参数化的模型分析一致。分析  $p_2$  的构成发现:  $\bar{c}_1$  为主导因素,  $\bar{c}_3$  起次要作用;分析  $p_1$  的构成发现:  $\bar{c}_2$  为主导因素,  $\bar{c}_4$  起次要作用。

振幅  $\max(|\alpha|)=7.23^\circ$  和振动周期  $T_{CFD}=133.5$  是数值模拟获得的振动参数,主振动振幅

$\sqrt{-p_0/2p_1} = 6.60^\circ$ 、主振动频率  $\omega_0 = 0.0634$ 、振动频率  $\omega_d = 0.0509$  和振动周期  $T_{\text{MOD}} = 123.4$  是 MTS 分析获得自激振动的频率与振幅。可以看出理论模型的近似解(无论是周期还是振幅)基本与数值计算结果吻合。

在获得参数辨识结果后,式(26)通过 Runge-Kutta 方法进行时间积分,重构自激振动全部过程。图 8 表明锥-柱-裙外型平面自由运动的理论模型积分获得的迎角振荡发展历程几乎完全重合了非定常 CFD/RBD 数值模拟的迎角振荡历程。这表明本文导出的理论模型有效地涵盖了自激发平面振荡运动的动力学特性。

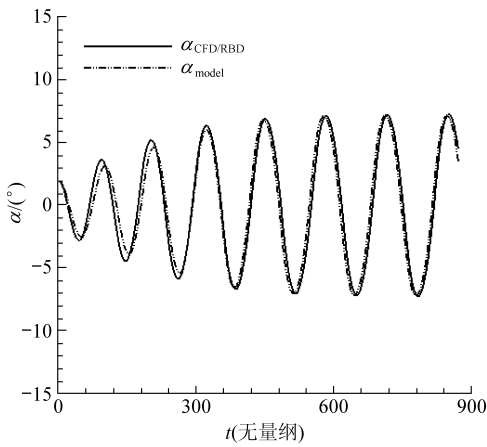


图 8 锥-柱-裙外型平面自由运动历程曲线(CFD/RBD & Model)

Fig. 8 Angle development of flared cone-cylinder configuration in free planar motion (CFD/RBD & model)

## 5.2 平面自由运动新特点的模型分析

### (1) 沉浮自由度的影响

如果平衡点阻尼满足:

$$p_0 = \bar{\mu} + \bar{\nu} > 0$$

注意到模型参数的物理意义:

$$\bar{\nu} = -\frac{C_{L\alpha}}{m} < 0, \quad \bar{\mu} = \frac{C_{m\dot{\alpha}_0}}{I} > 0$$

(自由俯仰极限环运动的必要条件)

存在

$$0 < p_0 < \bar{\mu} \quad (38)$$

式(38)表明沉浮自由度的存在加强了动稳定性。

又由式(35)和式(36)得到

$$a_{\text{max\_planar-motion}} < a_{\text{max\_pitching-only}} \quad (39)$$

$$\omega_{d\_planar-motion} > \omega_{d\_pitching-only} \quad (40)$$

平面运动(二自由度)的极限环振幅小于自由

俯仰(单自由度)极限环振幅,平面运动的极限环频率大于单自由度俯仰极限环频率(周期更短)。上面采用多重尺度法的分析结果讨论了沉浮自由度存在的影响,理论分析的结论与非定常 CFD/RBD 的数值模拟结果(见图 5)是一致的。

### (2) 不动点

在小迎角假设下,机体上任意点的平动规律为

$$\dot{z}_g = \dot{z}_{gc} - x\dot{\theta} \quad (41)$$

体轴  $x$  向前,原点位于重心,即重心坐标  $x_c = 0$ 。则视觉不动点需要满足:

$$\dot{z}_{g\_Fixed-point} = 0 \quad (42)$$

所以

$$x_{\text{Fixed-point}} = \frac{\dot{z}_{gc}}{\dot{\theta}} \approx \frac{\dot{z}_{gc}}{\dot{\alpha}} \quad (43)$$

忽略升力的非线性,考察平面运动稳态振动后的运动规律(取零阶主振动近似):

$$\alpha = a_{\text{max}} \cos(\omega_d t + c) \quad (44)$$

式中: $c$  为初始相位角。假设没有初始的平动速度,将式(44)代入式(25),并积分得

$$\dot{z}_{gc} = \frac{\bar{\nu}}{\omega_d} a_{\text{max}} \sin(\omega_d t + c) \quad (45)$$

将式(44)和式(45)代入式(43)化为

$$x_{\text{Fixed-point}} = \frac{\dot{z}_{gc}}{\dot{\alpha}} = -\frac{\bar{\nu}}{\omega_d^2} > 0 \quad (46)$$

式(46)表明不动点(视觉旋心)位于重心之前。依据 5.1 节的参数,可以获得不动点具体的坐标:

$$x_{\text{Fixed-point}} = 0.50 \quad (47)$$

而注意到重心在 55% 全长位置,所以顶点坐标为  $x_{\text{nose}} = 0.55$ 。则存在关系

$$x_{\text{nose}} - x_{\text{Fixed-point}} = 0.05 \quad (48)$$

式(48)表明:不动点位置十分靠近飞行器顶点。

上述理论推导证实了数值模拟发现的平面自由运动的不动点现象。

## 6 结论

基于全局亚迭代高精度多系统耦合方法,研究飞行器平面自由运动的非定常特征。数值研究表明,超声速锥-柱-裙飞行器的平面自由运动发展为一定振幅的极限环周期运动,并伴随着波系结构的非定常变化;自激振荡归因于静稳定构型的振动回复机制和尾裙激波流动迟滞效应所构成

的阻尼机制。自由沉浮使得极限环周期运动的振幅更小、频率更快;平面自由运动中飞行器绕靠近头部的“不动点”转动。

从第二拉格朗日方程和虚功原理出发的动力学建模研究,将非线性动力学模型与非正常流动结合起来,推导出能够描述迟滞现象的参数化模型。多尺度近似分析获得非线性动力学模型的参数化运动特征。模型分析表明,自激振动过程是拟简谐运动;静稳定构型才能出现自激振荡周期运动;平衡点阻尼是决定运动稳定特性的分叉参数;系统的振幅特性主要决定于 Van der Pol 振子模型的非线性阻尼项;频率特性受 Duffing 振子模型的非线性刚度影响;模型分析证实了平面自由运动的“不动点”现象并自洽地解释了沉浮自由度存在使得极限环振幅变小的动力学机制。

非线性理论模型的时间积分完全重合了非正常数值模拟的迎角振荡历程;平面自由运动理论模型的近似解较好地与数值计算结果吻合。模型分析自洽的解释了沉浮自由度存在的影响与平面耦合运动的“不动点”现象,模型分析与数值模拟结果的一致性佐证了飞行器自激振荡建模研究的正确性。

## 致 谢

感谢中国航天空气动力技术研究院贾区耀研究员提供自由飞试验图片和数据。

## 参 考 文 献

- [1] Dubose H C. Static and dynamic stability of blunt bodies [R]. AD-446169, 1961.
- [2] MacAllister L C. Some instability problems with reentry shapes [R]. AD-377344, 1959.
- [3] Murphy C H. Angular motion of re-entering symmetric missile[R]. AIAA-1964-643, 1964.
- [4] Chapman G T, Yates L A. Limit cycle analysis of blunt entry vehicles[R]. AIAA-1999-1022, 1999.
- [5] 洪金森,洪诗权. 再入飞行器极限环运动分析[J]. 空气动力学学报, 2005, 23(2): 204-209.  
Hong Jinsen, Hong Shiquan. Analytical study of limit cycle phenomenon for reentry vehicle [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2005, 23(2): 204-209. (in Chinese)
- [6] 杨云军,周伟江,崔尔杰. 耦合时间精度对模拟飞行器自由运动特性的影响[J]. 计算物理, 2007, 24(1): 42-48.  
Yang Yunjun, Zhou Weijiang, Cui Erjie. Influence of coupling time accuracy on the simulation of aircraft free movement [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2007, 24(1): 42-48. (in Chinese)
- [7] 杨云军. 飞行器非稳定振荡运动的流动物理与动力学机制[D]. 北京: 中国航天空气动力技术研究院, 2008: 43-54.  
Yang Yunjun. Flow physics and dynamic mechanism on unsteady motions of vehicle [D]. Beijing: China Academy of Aerospace Aerodynamics, 2008: 43-54. (in Chinese)
- [8] 杨云军,崔尔杰,周伟江. 细长三角翼滚转/侧滑耦合运动的数值研究[J]. 航空学报, 2007, 28(1): 14-20.  
Yang Yunjun, Cui Erjie, Zhou Weijiang. Numerical research on roll and sideslip coupling motions about a slender delta-wing [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28(1): 14-20. (in Chinese)
- [9] Go T H, Ramnath R V. An analytical approach to the aircraft wing rock dynamics [R]. AIAA-2001-4426, 2001.
- [10] Chin S, Lan C E. Fourier functional analysis for unsteady aerodynamic modeling [J]. AIAA Journal, 1992, 30(9): 2259-2266.
- [11] 黄达,李志强,史志伟,等. 飞机大振幅非正常滚转运动的非线性稳定性分析[J]. 空气动力学学报, 2000, 18(4): 401-406.  
Huang Da, Li Zhiqiang, Shi Zhiwei, et al. A nonlinear stability analysis for an aircraft rolling in large amplitude motion [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2000, 18(4): 401-406. (in Chinese)
- [12] Lu F K, Marren D E. Advanced hypersonic test facilities [C]//Progress in Astronautics and Aeronautics. Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2002, 198: 100-101.

### 作者简介:

杨云军(1975—) 男,高级工程师。主要研究方向:超声速流动和非正常流动。

Tel: 010-68742511

E-mail: yangyj1998@163.com

(编辑:赵利)