

文章编号:1000-6893(2010)06-1121-06

柔性扑翼非定常涡格法气动计算的改进与实现

贺红林, 周翔

(南昌航空大学 航空制造工程学院, 江西 南昌 330063)

Implementation of an Improved Unsteady Vortex Lattice Method for Flexible Flapping-wing Aerodynamic Computation

He Honglin, Zhou Xiang

(College of Aeronautical Manufacturing Engineering, Nanchang Aeronautical University, Nanchang 330063, China)

摘 要: 旨在快速、准确地模拟微型扑翼飞行器(Flapping-wing MAV)周边流场,根据柔性扑翼的扑动特点,提出了微型飞行器(MAV)气动力计算的一种改进非定常涡格法(UVLM)模型,该模型中充分考虑机翼的瞬时柔性变形、诱导阻力、尾迹涡环畸变以及黏性耗散等因素对气动力的影响;给出了该模型的一个可视化实现,并通过实例验证了该模型的可行性和有效性。算法仿真表明,采用该模型可使平均升力和平均推力计算精度分别提高 20%和 70%左右。为了提高运算效率,还研究了剔除尾涡对 UVLM 性能的影响,计算结果显示,剔除距翼面适当距离处的尾涡后,可在保证算法计算精度基本不下降的前提下使运行时间减少 2/3,这表明改进的 UVLM 可作为 MAV 的一种快速气动力估算工具,在 MAV 的优化中存在显见的应用价值。

关键词: 柔性扑翼; 气动力; 非定常涡格法; 尾涡剔除; 算法实现

中图分类号: V211.1 **文献标识码:** A

Abstract: An improved unsteady vortex lattice method (UVLM) is proposed in this article to simulate the surrounding flow of a flapping-wing micro aerial vehicle (Flapping-wing MAV) precisely which takes into full account the features of the flexible flapping-wing model. The influence of instantaneous wing shape velocity on the aerodynamic forces, the induced drag and the wake stretching as well as dissipation are modeled in this method. And a visual program based on this method is developed. The results are 20% more accurate in lifting coefficient calculation and 70% more accurate in thrust coefficient calculation, which are verified by the computational and experimental data. To further improve the performance of the UVLM, the influence of wake vortex ignoring on time savings and precision is studied. The results show that the savings in central processing unit (CPU) time with wake vortex ignoring could be up to 2/3, which indicates the important value of UVLM in the optimization of flapping-wing vehicle design as a fast aerodynamic approximation method.

Key words: flexible flapping-wing; aerodynamics; unsteady vortex lattice method; wake vortex ignoring; implementation

微型扑翼飞行器(Flapping-wing MAV)因其广阔的应用前景正在受到越来越多的重视。适应于高性能的微型飞行器(MAV)设计需要,近年来,研究人员对扑翼飞行中的非定常流动问题进行了较多研究,提出了不少方法,如文献[1]和文献[2]等采用面元法计算了昆虫与鸟类的气动特性;文献[3]利用果蝇扑翼模型和运动数据,通过求解三维非定常 Navier-Stokes(N-S)方程对昆虫翼扑动时的流场进行了数值模拟;文献[4]采用计

算流体力学(CFD)求解三维 N-S 方程得到了流场中每个时间步上各网格点的速度和压力。实践证明,面元法简单,但计算结果较粗糙;CFD 法严谨,计算结果较为准确,但是其计算开销大,特别是它对扑翼的几何边界条件要求极为严格^[5],因此只能处理刚性扑翼计算,故并不适合扑翼飞行器设计初期的选型与优化^[6]。非定常涡格法(UVLM)是一种基于线化理论的方法,能较准确地模拟非定常流动,将其应用于 MAV 时,它可对翼面上涡的分布与变化、尾涡的运动变化等多种因素进行建模,因此从理论上讲它能获得比较准确的气动力计算结果。为此,曾锐采用该法分析了鸟类的柔性扑翼运动^[7],其计算结果与实验数

收稿日期:2009-06-04; 修订日期:2009-11-09
基金项目:航空科学基金(2007ZA56001);国家自然科学基金(50865009)
通讯作者:贺红林 E-mail: Hehonglin1967@163.com

据有一定程度的吻合。但是,由于在计算中忽略了许多重要因素,因此,所得到的计算精度不如预期的理想。为尽可能准确地模拟 MAV 流场的真实分布,本文在对 MAV 气动特性分析的基础上,对 MAV 的传统 UVLM 法进行了一定的改进,在算法模型中将扑翼飞行时的诱导阻力、翼面柔性变形及因黏性引起而实际存在的尾涡耗散等多种因素加以建模,从而使该模型更加逼近扑翼 MAV 的飞行实情。同时,为了减小 UVLM 的计算开销,在算法实现中,还将通过剔除对机翼气动力影响甚小的尾涡区域来减少计算时间。

1 非定常涡格法模型

UVLM 是在定常涡格法的基础上加入非定常边界条件和尾涡模型,通过涡奇点的分布来描述流场的流动特性。该算法可在每个离散时间步内处理翼面上涡分布的变化、流场的时变速度势以及尾迹涡环的运动,特别适合于低雷诺数非定常扑翼的飞行气动分析。

1.1 运动学方程

根据文献[8],在 MAV 运动过程中,围绕着扑翼运动的整个流场中,除去机翼和尾迹区的流场之外,其他区域的流场基本上可视为处于无旋状态且做不可压流动。据此,可建立一个速度势函数 Φ ,并且该函数应满足 Laplace 方程: $\nabla^2 \Phi = 0$ 。为便于描述机翼的运动,现定义图 1 所示两个坐标系,即惯性坐标系 $(O_i x_i y_i z_i)$ 和翼面坐标系 $(O x y z)$ 。

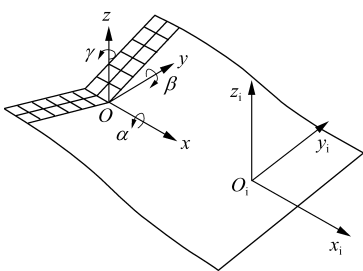


图 1 惯性坐标系与翼面坐标系

Fig. 1 Inertial and wing coordinate systems

若翼面坐标系在惯性坐标系中的转动速度为 $(\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma})$,则翼面上任意一点在翼面坐标系内的运动速度可表示为

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{\beta}z + \dot{\gamma}y \\ -\dot{\gamma}x + \dot{\alpha}z \\ -\dot{\alpha}x + \dot{\beta}x - \partial\eta/\partial t \end{bmatrix} \quad (1)$$

式(1)等号右边的第 1 项表示坐标变换后的翼面平动速度,第 2 项为翼面转动速度^[3]。值得注意的是,第 2 项中的 $\partial\eta/\partial t$ 描述的是机翼的瞬时形变速度,即机翼在气动力与惯性力作用下发生的形变对表面运动速度产生的影响。这是一个与结构参数相关的量,在当前针对扑翼运动分析的 UVLM 中,大多数都忽略此项,也就是不考虑机翼瞬时形变对机翼表面运动速度的影响^[8]。事实上,在 MAV 扑动频率较高或扑翼产生较大幅度扑动的情况下,由于扑动时间极其短促、变形量必须很大,瞬时形变所引起的翼面相对运动速度变化不可忽视,其对气动力的影响同样不应忽略。基于这种考虑,在本文所实现的算法模型,引入了一个表征瞬时形变速度的近似量,变形量的大小与 MAV 的结构属性有关。柔性结构的扑翼变形量较大,刚性结构正好反之。在各种引起形变的因素中,惯性力对机翼变形起主导作用^[9]。因此,为了简单起见,算法实现中忽略气动力对变形的影响,认为 $\partial\eta/\partial t$ 仅由惯性力引起,且其大小与惯性力成正比,而变形的方向则可由惯性力方向决定。

在本文针对的柔性扑翼模型中,绕机翼前缘的俯仰运动规律用下式表示,即

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha^* \sin(\omega t) \quad (2)$$

式中: $\alpha^* = \alpha_{\max} (z/b)^m (x/c)^n$ 为扑翼绕前缘转动的俯仰角沿展向和弦向变化, b 为展长, c 为弦长。由式(2)可知,翼面坐标系内微元所受惯性力为

$$F_i = -mr \frac{\partial^2 \alpha(t)}{\partial t^2} = mr\omega^2 \alpha^* \sin(\omega t) \quad (3)$$

式中: m 为微元质量; r 为微元转动半径。由式(3)可知,惯性力方向是由 $\sin(\omega t)$ 决定的。由于已经假定变形由惯性力决定,所以,可用下式来近似代替 $\partial\eta/\partial t$,即

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = k_\gamma \omega \left(\frac{z}{b}\right)^m \left(\frac{x}{c}\right)^n \sin(\omega t) \quad (4)$$

式中: k_γ 为瞬时形变影响系数,其值可以根据试算结果予以确定。本文实现中 k_γ 取 0.2。

在现有的各种 MAV 的 UVLM 中,大都假定机翼在任意时刻的变形量是已知的,即变形可由所用的柔性扑翼运动模型给出。实际上,确定机翼的实际变形是较为复杂的典型流-固耦合问题。因此,后续工作将是集成结构计算模块,以实现对手翼变形更准确的模拟。

1.2 机翼的环量与气动力计算

在 MAV 的 UVLM 中, 涡环分布在翼面沿弦向和展向所划分出的面元内, 如图 2 所示。

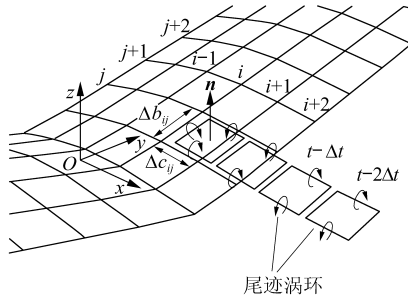


图 2 机翼面元及尾涡环示意图
Fig. 2 Wing panels and wake vortex rings

随着机翼在流场内进行扑动, 附着于机翼的涡环的环量将发生较大变化, 且其符合 Kelvin 定律, 即任意时刻流场的环量随时间变化率为零, 满足

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d\Gamma_{WING}}{dt} + \frac{d\Gamma_{WAKE}}{dt} = 0 \quad (5)$$

由式(5)可知, 随着附着涡环量的变化, 每一离散时间步内都有一行具有等值环量但方向相反的涡环从升力面的后缘脱落(库塔条件), 以使式(5)得到满足。涡环一旦从翼面脱落, 便成为尾迹的一部分。若不考虑能量耗散, 其环量保持不变。尾迹区中的每个涡环随当地流速 \mathbf{V}_{local} 运动, \mathbf{V}_{local} 是自由流动速度、机翼附着涡环与尾迹中的其他涡环的诱导速度的向量和。设当前时刻涡环的位置为 \mathbf{P}_o , 则尾迹区涡环在下一个时间步内的位置为

$$\mathbf{P}_{next} = \mathbf{P}_o + \mathbf{V}_{local} \Delta t \quad (6)$$

式(6)即为尾迹的模型。一旦建立了该模型, 便可在普通定常涡格法基础上通过加入尾迹的诱导速度来求解翼面附着涡的涡强。根据 Biot-Savart 定律, 有限长度涡线段对指定点的诱导速度为

$$d\mathbf{v} = (\Gamma/4\pi)[(d\mathbf{l} \times \mathbf{r})/r^3] \quad (7)$$

式中: $d\mathbf{v}$ 为增量长度为 $d\mathbf{l}$ 的涡线段的诱导速度; Γ 为环量强度; \mathbf{r} 为涡线段至诱导点的距离向量。由此可通过叠加涡环内每段涡线的诱导作用确定涡环对指定点的诱导速度。

附着于翼面的涡环的涡强由无穿透边界条件决定, 即机翼的表面流动在各面元控制点处的法向分量为零。在每个时间步内可通过求解下述方程组来确定翼面附着涡的环量强度, 即有

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \vdots \\ \Gamma_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{RHS}_1 \\ \vdots \\ \text{RHS}_m \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: a_{KL} 为影响系数, 表示第 L 个涡环在第 K 个面元上控制点处诱导速度的法向分量, 可按单位涡强计算。各涡环对应的 RHS 项是机翼运动引起的相对气流速度与尾迹诱导速度在涡环控制点处的法向分量, 表达式为

$$\text{RHS}_K = -[u + u_w \quad v + v_w \quad w + w_w]_K \cdot \mathbf{n}_K \quad (9)$$

式(9)中涉及的机翼的运动速度 (u, v, w) 可根据式(1)求得; u_w, v_w, w_w 为整个尾迹区的诱导速度。由于各尾迹涡环的环量和位置都是已知量, 因此, 可通过叠加各尾迹涡环对控制点处的诱导速度求得该量。

求得了机翼环量后, 就可进行气动载荷及各项力系数的计算。可以根据非定常 Bernoulli 方程来确定翼面压力分布, 即

$$\frac{p_{ref} - p}{\rho} = \frac{Q^2}{2} - \frac{v_{ref}^2}{2} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (10)$$

式中: Q 为当地流速; p_{ref} 和 v_{ref} 分别为远场参考压力和流速。翼面各面元上下表面压强差为

$$\Delta p_{ij} = \rho \left([u + u_w \quad v + v_w \quad w + w_w]_{ij} \cdot \boldsymbol{\tau}_i \times \frac{\Gamma_{i,j} - \Gamma_{i-1,j}}{\Delta c_{ij}} + [u + u_w \quad v + v_w \quad w + w_w]_{ij} \cdot \boldsymbol{\tau}_j \times \frac{\Gamma_{i,j} - \Gamma_{i,j-1}}{\Delta b_{ij}} + \frac{\partial \Gamma_{ij}}{\partial t} \right) \quad (11)$$

式中: $\boldsymbol{\tau}_i$ 和 $\boldsymbol{\tau}_j$ 分别为面元弦向和展向的单位切向量; Δc_{ij} 和 Δb_{ij} 分别为面元弦向和展向宽度。

通过叠加各面元所受压力, 就可求得机翼所受气动力, 即

$$\mathbf{F} = \sum \Delta p_{ij} S_{ij} \quad (12)$$

气动力 F 在垂直方向和水平方向上的分量分别是扑翼产生的升力和推力^[8], 即有

$$\left. \begin{aligned} L &= F \cos \beta \\ T &= F \sin \beta \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: β 为翼面的迎角。在考虑迎角为零的情况下, 升力 $L = F$ 。而实际上, 根据图 1 可知, 当扑翼在绕 x 轴扑动, 且扑动角按 $\alpha(t)$ 规律变化时, 其升力表达式应为

$$L = F \cos(\alpha(t)) \quad (14)$$

由于升力应是 F 在惯性坐标系 z_i 轴上的投影, 因此其更精确的表达式应为

$$L = \sum \Delta p_{ij} S_{ij} (\mathbf{n}_{ij} \cdot \mathbf{Z}) \quad (15)$$

式中: \mathbf{n}_{ij} 为面元的单位法向量; \mathbf{Z} 为惯性坐标系 z 轴向量。实际上, 式(13)也不能完全准确地描述机翼在水平方向上所受的力。若仍以迎角为零考虑, 则扑翼在水平方向上受力为零。事实上, 附着涡及尾涡的存在会产生诱导阻力, 在这种情况下, 机翼水平方向受力不会为零。因此, 如果要准确地计算机翼的推力, 还需叠加面元所受诱导阻力, 该力可用下式计算, 即

$$\Delta D_{ij} = \rho \left[(\omega_{\text{ind}} + \omega_w)_{ij} \times (\Gamma_{ij} - \Gamma_{i-1,j}) \Delta b_{ij} + \frac{\partial}{\partial t} \Gamma_{ij} \Delta S_{ij} \sin \alpha_{ij} \right] \quad (16)$$

式中: ω_{ind} 为来自各涡环的诱导下洗速度分量, 可通过叠加同一展向位置上所有附着涡对该涡环控制点的诱导速度求得; α 为面元的实际迎角; ΔS 为面元的面积。

2 尾涡模型的改进

针对上述算法模型, 编写了 MAV 改进 UVLM 的算法软件, 并结合 DirectX 等 3D 图形技术实现了可视化算法界面, 如图 3 所示。该界面提供了对翼面扑动、尾涡流场发展及气动力计算过程的实时观察, 可为 MAV 在线优化提供技术支持。为了更加准确地模拟尾涡流场, 在本文的尾

涡模型中还考虑了涡环畸变及涡耗散的影响。

目前的扑翼 MAV 非定常涡格法中, 通常假定尾涡脱离机翼后, 涡形保持不变, 为此, 在算法模型中一般不考虑涡环畸变引起的涡强变化。实际上, 从机翼上脱离出的自由涡不承载任何力, 并且由于机翼后方流场非定常, 因此尾迹区内的涡环将不可避免地被拉伸或扭曲。特别是, 在扑翼运动剧烈或来流速度较低时, 这种畸变更明显, 此时若不考虑涡强随涡线长度的变化, 将导致计算出的诱导速度不准确, 极端情况下还会造成计算结果发散。为了避免该情况发生, 算法实现中考虑尾迹涡环畸变, 即在更新尾涡环位置而对当地流速的计算中包含了整个尾迹区中其余涡环的诱导速度。而且为了消除涡环畸变可能造成诱导速度计算失真, 在每个时间步内还根据涡环的周长变化更新其环量, 保证环量与涡线长度乘积的守恒, 以避免诱导速度计算不足或过量。图 3(b) 显示了平板直机翼在一定迎角下突然加速情形。可以看出, 涡环之间相互影响会导致翼尖处形成向内卷起的脱离涡。这与机翼实际飞行的情况相一致, 表明上述尾涡模型能够在较大程度上反映尾迹区内流场的变化。

MAV 周围流场流动时, 因流体黏性和湍流的存在, 会造成其脱离涡很难保持涡强不变, 为此, 在算法模型中必须考虑尾涡随时间而耗散的因素。由于在涡线的实现中采用了 Rankine 涡模型, 因此, 本文借鉴文献[10]中关于环量按流逝时间平方根衰减的模型, 即

$$\Gamma = \Gamma_0 \sqrt{\frac{K_{\text{Decay}}}{K_{\text{Decay}} + V_0 t/c}} \quad (17)$$

式中: Γ_0 为环量初始值; t 为涡环自脱离机翼之后流逝的时间; c 为机翼弦长; K_{Decay} 为表征尾迹中环量衰减速率的常量, 在本文算例中 K_{Decay} 取值为 60。

3 算例验证与分析

为了验证改进 UVLM 的正确性, 针对文献[11]中展弦比 $A=8$ 的 NACA0012 矩形直机翼在柔性扑动方式下的气动力系数进行了计算。该柔性翼扑动的规律可用下式表示, 即

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha_{\max} \left(\frac{z}{b} \right) \sin(\omega t) \\ \beta &= 15^\circ \sin(\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

为便于比较, 仿真时采用与文献[11]完全相同的计算条件。 α_{\max} 分别取 0° 与 4° , 减缩频率取 0.1, 机翼上划分出 4×16 面元。通过计算, 得到

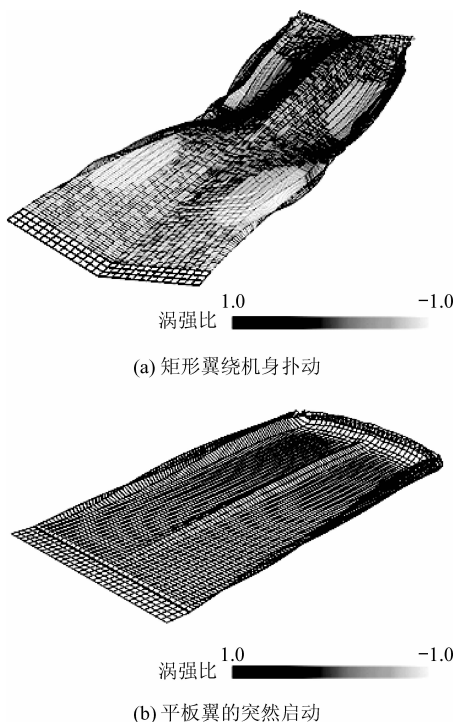


图3 UVLM的可视化运行界面
Fig. 3 Visualization of UVLM

如图 4 所示的升力系数 C_L 与阻力系数 C_D 的变化规律。可见,改进 UVLM 的计算结果与 CFD 的计算结果吻合得非常好,这就验证了改进算法的正确性及有效性。

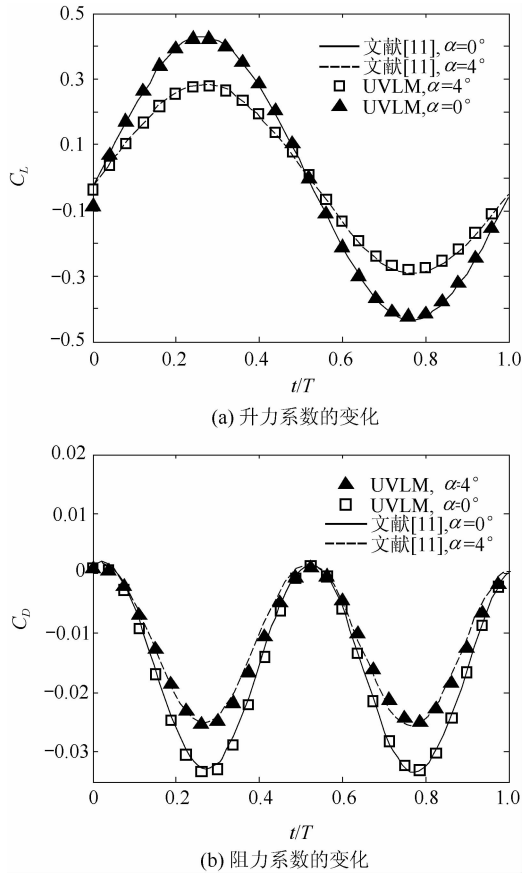


图 4 与文献[11]欧拉方程计算结果对比
Fig. 4 Result comparison with Ref. [11]

本文还利用改进 UVLM 对文献[7]中的实验用扑翼 MAV 进行了计算,该 MAV 翼根长为 8 cm,展长为 34 cm,翼尖处为 1/4 圆形,实验迎角为 7.5° ,来流速度为 5 m/s。图 5 给出了改进 UVLM 算法、常规 UVLM 计算及在实验所得的扑翼在不同扑动频率时的升力系数。通过比较,不难发现,由于改进算法对 MAV 气动的重要影响因素进行了建模,因此,计算结果较常规 UVLM 更接近实验值,其平均升力相对误差和平均推力相对误差分别减小了 20% 和 70% 左右。

考虑到先期脱离翼面的涡环在随当地气流运动的过程中,与机翼的距离不断增加,其诱导作用将逐渐变得非常微小,因此在气动力计算中可将其忽略不计。实际上,对尾迹各处当地流速的计算必须遍历尾迹区中的所有涡环,它是每个时间步内最为费时的过程,也是造成常规 UVLM 实时性较差的主要原因。实际上,若不必对尾迹区

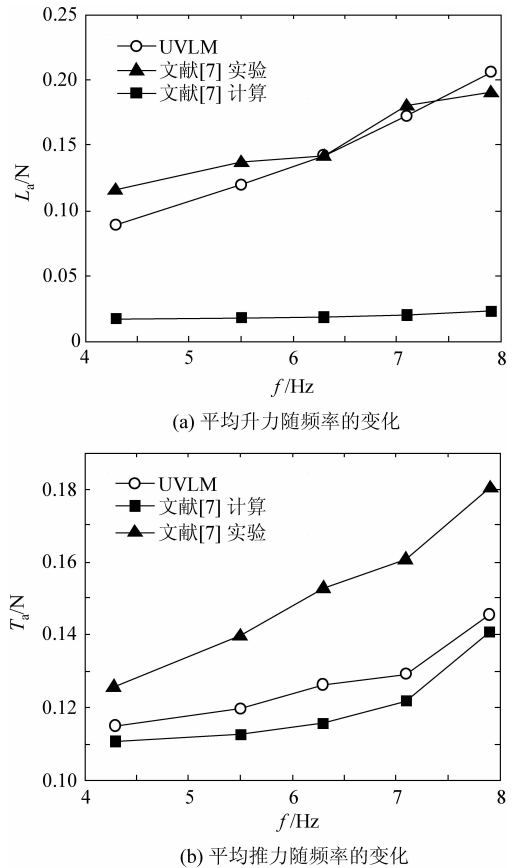


图 5 与文献[7]及实验结果对比
Fig. 5 Result comparison with Ref. [7]

进行精确模拟而只关心机翼的气动载荷,则完全可以忽略一定距离以外尾涡环的诱导作用及其随当地流速的运动效果,这样就能在不损失计算精度的前提下极大地减少算法运行时间。据此,本文算法实现中,忽略了距离大于弦长一定倍数的尾涡,比如,图 6 所给出的即是忽略 8 倍弦长以外尾涡的计算耗时。从图 6 可以看出,剔除尾涡后的 UVLM 所需运算时间约为不剔除尾涡时的 1/3,所节省中央处理单元(CPU)资源是非常可观;反观两种计

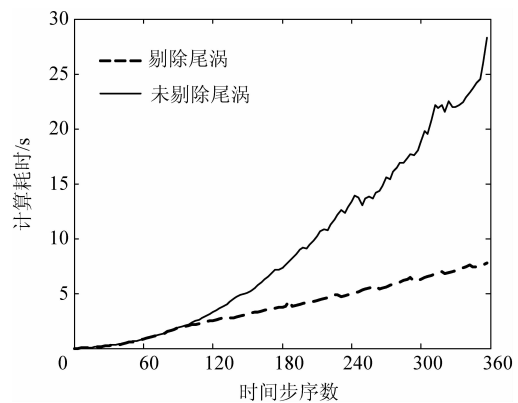


图 6 计算时间对比
Fig. 6 Comparison of CPU time cost

算所得的升力系数则相差很小、不超过 0.45%。

事实上,还可利用图形处理单元(GPU)等一些特殊并行处理硬件进行 UVLM 中线性方程组的求解,以进一步缩短运行时间^[12]。计算时间的极大缩短使得改进 UVLM 甚至可应用于 MAV 优化迭代计算。

4 结 论

(1) 柔性扑翼飞行器在扑动频率较高及扑动幅度较大情况下产生的瞬时柔性变形、诱导阻力、尾涡畸变以及黏性耗散对 MAV 的气动特性存在较大影响。若需对其进行精密气动计算,必须在算法中对上述因素进行建模。

(2) 在 MAV 的 UVLM 气动计算中,尾涡区计算费时最多,成为影响算法实时性的最主要因素。算法实现时,选择剔除距翼面适当距离后的尾涡,可在保证算法精度基本不变的条件下大大地缩短算法运行时间。

(3) 尾涡剔除距离主要取决于扑翼模型的减缩频率及尾涡环量。若扑动频率较低,可采用较小的剔除距离,反之,则应加大剔除距离。

(4) UVLM 运算快、精度高有望成为 MAV 优化迭代中快速估算气动力的一个非常好的工具,在 MAV 的优化设计中具有一定的应用潜力。

参 考 文 献

- [1] Smith M J C, Wilkin P J, Williams M H. The advantages of an unsteady panel method in modeling the aerodynamic forces on a rigid flapping wings[J]. *Journal of Experimental Biology*, 1996, 199: 1073-1083.
- [2] Vest M S, Katz J. Unsteady aerodynamic model of flapping wings[J]. *AIAA Journal*, 1996, 34: 1435-1440.
- [3] Sun M, Tang J. Aerodynamic force generation and power requirements in forward flight in a fruit fly with modeled wing motion[J]. *Journal of Experimental Biology*, 2003, 206: 3065-3083.
- [4] 刘岚, 方宗德, 侯宇, 等. 微型扑翼飞行器的气动建模分析与试验[J]. *航空动力学报*, 2005, 20(1): 22-28.
Liu Lan, Fang Zongde, Hou Yu, et al. Aerodynamic modeling and analysis of flapping-wing MAV[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2005, 20(1): 22-28. (in Chinese)
- [5] 肖天航, 昂海松, 仝超. 大幅运动复杂构形扑翼动态网格

生成的一种新方法[J]. *航空学报*, 2008, 29(1): 41-48.

Xiao Tianhang, Ang Haisong, Tong Chao. A new dynamic mesh generation method for large movements of flapping-wings with complex geometries[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2008, 29(1): 41-48. (in Chinese)

- [6] Fritz T E, Long L N. Object-oriented unsteady vortex lattice method for flapping flight[J]. *Journal of Aircraft*, 2004, 41(6): 1275-1290.
- [7] 曾锐. 仿鸟微型扑翼飞行器的气动特性研究[D]. 南京: 南京航空航天大学 航空宇航学院, 2005.
Zeng Rui. Aerodynamic characteristics of flapping-wing MAV simulating bird flight[D]. Nanjing: College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2005. (in Chinese)
- [8] Katz J, Plotkin A. Low speed aerodynamics: from wing theory to panel method[M]. New York: McGraw - Hill Book Co., 1991.
- [9] Daniel T L, Combes S A. Flexing wings and fins: bending by inertial or fluid-dynamic forces[J]. *Integrative Comparative Biology*, 2002, 42: 1044-1049.
- [10] Leishman J G. Principles of helicopter aerodynamics: cambridge aerospace science, Vol. 12[M]. London: Cambridge University Press, 2000: 496-532.
- [11] 龚凯. 有限翼展扑动翼的欧拉方程数值模拟[D]. 西安: 西北工业大学, 2003.
Gong Kai. Euler equation simulation of finite-span flapping-wing[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2003. (in Chinese)
- [12] Bolz J, Farmer I, Grinspun E. Sparse matrix solvers on the GPU: conjugate gradients and multigrid[J]. *ACM Transaction on Graphics*, 2003, 22(3): 917-924.

作者简介:

贺红林(1967—) 男,博士,教授。主要研究方向:微型飞行器总体设计及数字模拟、精密驱动技术。

Tel: 0791-8207205

E-mail: Hehonglin1967@163.com

周翔(1984—) 男,硕士研究生。主要研究方向:微型飞行器设计及其数值模拟。

Tel: 0791-3953393

E-mail: piangx@163.com

(编辑:鲍亚平)