

# 基于粒子系统的流体交互应用\*

陈俊<sup>1,2</sup>, 杨克俭<sup>1</sup>, 袁源<sup>2</sup>

(1. 武汉理工大学计算机科学与技术学院, 武汉 430063; 2. 桂林空军学院, 广西 桂林 541003)

**摘要:** 为模拟水流的真实交互行为, 采用基于光滑粒子流体动力学方法的粒子系统进行水流的物理仿真。给出利用八叉树建立有序树并进行最近相邻粒子搜索的方法, 采用两种虚粒子结合的方法处理边界条件。在三维虚拟场景中模拟了水流与障碍物交互的过程, 证明了该方法的实时性和可行性。

**关键词:** 粒子系统; 光滑粒子流体动力学; Navier-Stokes 方程; 流体模拟; 交互

**中图分类号:** TP391.9      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1001-3695(2010)01-0365-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2010.01.109

## Fluid simulation for interactive applications based on particle system

CHEN Jun<sup>1,2</sup>, YANG Ke-jian<sup>1</sup>, YUAN Yuan<sup>2</sup>

(1. School of Computer Science & Technology, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China; 2. Guilin Air Force Academy, Guilin Guangxi 541003, China)

**Abstract:** In order to simulate the real interactive behavior of flow, this paper presented a method for physical fluid simulation using particle system based on the smooth particle hydrodynamics method. This method introduced a nearest neighbor particle searching method with the octree and adopted double virtual particle to build the boundary condition. At last, implemented an interaction between fluid and obstruction in real-time three-dimensional virtual scene. This method is completely effective and feasibly for fluid simulation.

**Key words:** particle system; smooth particle hydrodynamics; Navier-Stokes equations; fluid simulation; interaction

基于粒子模型的流体仿真已经成为计算机图形领域流行的方向, 特别在表现视觉场景中一些真实的效果, 如浪花飞溅、生成气泡和泡沫等, 粒子系统的应用越来越广泛。光滑粒子流体动力学 (smooth particle hydrodynamics, SPH) 是一种无网格的纯 Lagrange 方法, 它用一系列任意分布的粒子质点来代表整个连续介质流体并计算相应的偏微分方程, 克服了很多基于网格的方法在求解过程中存在的问题, 它非常适合处理复杂的大变形边界问题。所以 SPH 方法特别适合流体的仿真<sup>[1-3]</sup>, 它能更真实地反映流体物质的扩散等物理特性<sup>[4-6]</sup>。

### 1 流体动力学基本方程

#### 1.1 Navier-Stokes 方程

拉格朗日描述下的流体控制方程可以写做一系列的偏微分方程, 也就是著名的流体 Navier-Stokes 方程 (Navier-Stokes equations, NSEs)。NSEs 描述了粘性流体的动态状态。方程对于不可压缩流体主要包括质量守恒、动量守恒和能量守恒方程。在以往的文献中有多种表达式, 本文采用 Stam<sup>[7]</sup> 的一种不可压缩流体的简化版本:

$$\Delta \times u = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \times \Delta) u = -\frac{1}{\rho} \Delta p + \nu \Delta^2 u + f \tag{2}$$

其中:  $\rho, u, P, \nu, f$  分别代表密度、速度、压强、流体粘性系数和外力作用。式(1)是在非压缩条件下的质量守恒方程。式(2)是动量守恒方程, 描述了在外力作用下流体的运动状态。它也是

是三维速度场的矢量方程。

#### 1.2 SPH 方法

SPH 是一种基于差值理论的方法, 它允许流体粒子所携带的物理量只定义在离散而不是连续的位置上, 在空间任何地方某粒子的物理量可以通过它周围粒子的物理量差值得出。SPH 方法中最基本的差值公式如下:

$$A_s(X) = \sum_j m_j \frac{\phi_j}{\rho_j} W(X - X_j) \tag{3}$$

其中:  $m_j, \rho_j, x_j$  分别代表了在粒子  $j$  的质量、密度和位置;  $\phi_j$  表示粒子  $j$  的支持域, 也就是包含周围粒子的物理量;  $W$  表示加权函数, 也称为核函数。

可以看出, SPH 方法是将流场离散成一系列的粒子, 任一物理量通过这些粒子的核函数插值得到。

#### 1.3 离散化方法

为对流体的交互仿真, 本文采用 NSEs 作为控制方程, 利用 SPH 方法进行离散化数值计算。

使用粒子方法代替固定网格的方法可以使控制方程得到一定的简化。首先, 在粒子方法中, 粒子数量是固定的, 而且每个粒子都有着固定质量, 所以质量守恒能得到保证, 这样 NSEs 方程中的式(1)就可以完全被忽略。其次, 因为粒子是随着流体一起运动, 速度场的真实导数可以看做是速度对时间的导数, 这就意味着粒子方法的系统可以不考虑对流项  $u \times \Delta u$  的影响。式(2)的左边项  $\frac{\partial u}{\partial t} + (u \times \Delta) u$  可以被导数  $Du/Dt$  所替代。

收稿日期: 2009-04-01; 修回日期: 2009-05-28      基金项目: 空军计划资助项目 (KJ04111, KJ08 \* \* \*)

作者简介: 陈俊(1978-), 男, 广西桂林人, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为计算机图形学、计算机虚拟仿真 (squal9977@whut.edu.cn); 杨克俭(1954-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为计算机图形学、图像处理; 袁源(1980-), 女, 讲师, 硕士研究生, 主要研究方向为计算机图形学。

控制方程得到简化,控制方程中需要数值计算的项目有密度、压强力、粘性力和外力。

将密度、压强力和粘性力等物理量分别带入 SPH 基本公式得到计算式(4)~(6):

$$\rho_i = \sum_j m_j W(r_i - r_j, h) \quad (4)$$

$$f_i^{\text{pressure}} = - \sum_j m_j \frac{p_i - p_j}{2\rho_j} \Delta W_{\text{spiky}}(r_i - r_j, h) \quad (5)$$

$$f_i^{\text{viscosity}} = \mu \sum_j m_j \frac{v_i - v_j}{\rho_j} \Delta^2 W_{\text{viscosity}}(r_i - r_j, h) \quad (6)$$

其中: $h$ 为光滑半径, $W$ 函数是光滑核函数。精确的算法依赖对光滑核的确定,在实现中采用 Müller<sup>[8]</sup>和 Debrun<sup>[9]</sup>的核计算公式:

$$W(r, h) = \frac{315}{64\pi h^9} \begin{cases} (h^2 - r^2)^3 & (0 \leq r \leq h) \\ 0 & (r > h) \end{cases} \quad (7)$$

$$\Delta W_{\text{spiky}}(r, h) = \frac{45}{\pi h^6} \begin{cases} (\frac{h^2 + r^2}{r} - 2h)r & (0 < r \leq h, r = |r|) \\ 0 & (r > h) \end{cases} \quad (8)$$

$$\Delta^2 W_{\text{viscosity}}(r, h) = \frac{45}{\pi h^6} \begin{cases} (h - r) & (0 < r \leq h, r = |r|) \\ 0 & (r > h) \end{cases} \quad (9)$$

在计算压强力时,首先计算压强  $p$  的值,为便于计算,采用理想气体状态方程的简化形式来计算压强  $P$ ,

$$p = \kappa(\rho - \rho_0) \quad (10)$$

其中: $\kappa$ 为声音在流体中的速度, $\rho_0$ 为流体平衡时的密度, $\rho$ 为当前密度。

## 2 有障碍物的 SPH 应用

对于有复杂障碍物的应用中,除了计算每一步 SPH 方法需要用到的物理量外,还需要对粒子搜索和边界处理等一些问题进行优化和简化。

### 2.1 最相邻粒子搜索

在 SPH 方法中,光滑函数只对支持域中包含的粒子进行近似计算,该区域的粒子可称为相关粒子的最相邻粒子(nearest neighbor particle, NNP)。与基于网格的数值方法不同,在 SPH 方法中给定粒子的最近相邻粒子是随时间变化而变化的,所以 NNP 的搜索方法选择是影响计算效率的主要因素之一。尤其是当使用的粒子数量巨大时,搜索方法将成为该 SPH 方案是否可行的决定因素。

采用的 NNP 搜索方法有:全匹配搜索法、链表搜索法和树型搜索法。全匹配搜索法简单直观,但时间复杂度太高,效率很低;链表搜索法速度快,但光滑函数长度变化时,搜索效率会降低。本文考虑在三维空间根据所有粒子的位置,使用八叉树方法构造粒子的有序树,并根据有序树对指定粒子的 NNP 进行搜索。树型搜索法将最大控制域递归分割成一个个象限,直到每个象限内最多只包含一个粒子为止,从而建立问题域的粒子有序树。如图 1 所示,在三维空间里,采用八叉树递归分割空间,直到每个分块内最多包含一个粒子。图中, {1, 2} 为第一层划分节点粒子, {3, 4, 5, 6} 和 {7, 8} 为第二层划分节点粒子。

有序树构造完后,即可以开始进行 NNP 搜索。本文给定任一粒子  $i$ ,并以粒子  $i$  为中心,用边长为  $2\kappa h_i$  ( $\kappa$  取 1 或 2,  $h$  为光滑半径)的立方体对有序树内进行与粒子  $i$  并列层次的其他节点对应的空间进行是否与立方体空间重合的判断。如果重合,记录当前树节点位置,判断该粒子是否在给定粒子的支持域中,若是,记录到 NNP 表中,判断完毕继续往下层搜索,直到当前节点只有一个粒子,返回记录的树节点位置,并向上层树节

点搜索;如果不重合则直接向上层树节点搜索,直到到达树根节点,结束搜索。在图 1(a)以粒子 6 为指定粒子,对八叉树进行 NNP 的搜索,最终得到 NNP 粒子集 {3, 5, 8}。该搜索方法适合求解可变光滑长度的 SPH 问题,粒子数量庞大时,运行效率比前两种方法高。

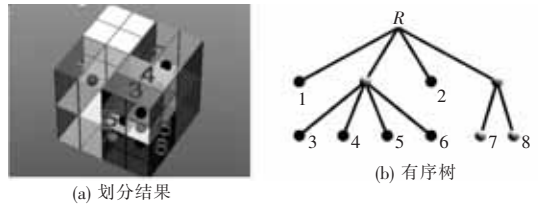


图 1 三维空间八叉树的划分结果及对应生成的有序树

### 2.2 边界条件处理

本文采用一种 Monaghan<sup>[10]</sup>的边界力法和 Libersky<sup>[11]</sup>的镜像法复合的边界处理方法,可见文献[12]。该方法使用两种类型的虚粒子,第一种类型的虚粒子分布在固定的边界上,与 Monaghan 使用的粒子性质一致;第二种类型的虚粒子分布在边界领域,与 Libersky 使用的粒子相似。

类型 I 的虚粒子用于对内部粒子施加边界排斥力,防止内部粒子穿透边界。当虚粒子成为当前实粒子的相邻粒子时,就会在两个粒子中心线对实粒子产生一个作用力:

$$f_i^{\text{repulsion}} = D \left[ \left( \frac{r_0}{r_i - r_j} \right)^{12} - \left( \frac{r_0}{r_i - r_j} \right)^4 \right] \frac{x_i - x_j}{(r_i - r_j)^2} \quad (11)$$

其中: $D$ 是一个随机参数,与速度最大值的平方一个量级; $x$ 表示  $x$  轴方向上的位置; $r_0$ 代表截止半径,它太大,会导致初始干扰;它太小,则粒子不受虚粒子的排斥力直接穿透边界,所以一般  $r_0$  与粒子初始间距大小相似。

类型 II 虚粒子产生于给定实粒子  $i$  到边界的距离小于  $\kappa h_i$  时,它分布在边界外部与实粒子对称。它的参数不固定,随每一计算步中对应的实粒子变化。类型 II 虚粒子和实粒子密度相同,速度沿边界镜面对称,也可以保证边界无穿透。

在建立类型 I 虚粒子时,对于简单固壁边界,通常将边界离散一系列的边界粒子,边界粒子对靠近它的流体粒子施加一个中心排斥作用,以防穿越。而障碍物多为不规则形状,带有复杂的边界条件,直接建立边界粒子会使边界粒子的数目过大,导致整个运算过程的数据量过大,不能满足计算效率的要求。本文先对障碍物的面片信息作简化处理,然后再以三角形中心点的方法建立边界粒子。

图 2 显示了在保证基本形状不改变的情况下,将障碍物 bunny 的面片数由 3 600 个减少到 900 个的效果图。可以看出简化后的障碍物边界形状没有发生影响真实性的变化。



图 2 障碍物面片简化图

边界粒子的处理建立在简化后新生成的三角形面片上,如图 3 所示,先在三角形的三个顶点生成三个基本粒子,再以基本粒子为端点,取中心位置生成三个边的中心点和三角形的中心点,所有这七个点作为一个三角形对应的边界粒子。如果边

界粒子间隔太大,不满足  $r_0$  截止半径对流体粒子穿越的阻止时,就继续在新生成的三角形上划分粒子间隔更小的边界粒子,以满足边界条件的需要。

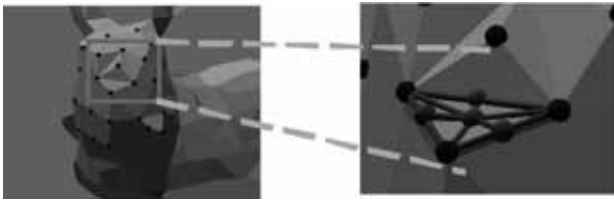


图 3 三角形面片中心点的边界粒子建立方法图

### 2.3 加速度计算

对于控制方程最右项  $f$  作用力,除了考虑流体粒子靠近边界时排斥力的作用,本文直接选择增加重力场作用力,来模拟重力对流体模拟的影响。重力方向和大小固定,计算时直接改变流体粒子的运动状态。

粒子系统对流体运动的动态模拟可以看成是连续时间内粒子运动状态的改变,即

$$u_{i+1} = u_i + a_i \times \Delta t \quad (12)$$

其中:  $u_i, u_{i+1}$  表示  $i$  时刻和  $i+1$  时刻粒子的速度,  $a_i$  表示粒子加速度,  $\Delta t$  表示间隔时间。

在 SPH 方法中,加速度  $a_i$  表示为

$$a_i = f_i / \rho_i \quad (13)$$

将控制方程求解的各个项代入式(13),可以得到:

$$a_i = (f_i^{\text{pressure}} + f_i^{\text{viscosity}} + f_i^{\text{extern}}) / \rho_i \quad (14)$$

其中:  $f_i^{\text{extern}}$  在流体粒子靠近边界时必须附加边界虚粒子的作用,其表达式为

$$f_i^{\text{extern}} = \begin{cases} f_i^{\text{gravity}} + f_i^{\text{repulsion1}} + f_i^{\text{repulsion2}} & (i \approx \text{boundary}) \\ f_i^{\text{gravity}} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

### 2.4 实例

本文实现的三维虚拟场景采用 2.0 GHz Intel Pentium M CPU、512 MB 内存和 ATI Mobility RADEON 9600 x86/SSE2 显卡,程序采用 C++ 和 OpenGL 编写。实例采用 3 000 个粒子模拟水流,所有的 SPH 算法求解都是实时在 CPU 上进行,平均运行速度 9 ~ 15 fps。

图 4 显示了一个考虑重力为外力的水流三维场景。实例计算了重力、压强力、粘性力和边界作用力,模拟了一股水流从缓坡上流下,受到障碍物 bunny 的阻挡,产生水花飞溅效果的物理过程。



图 4 水流落下与障碍物交互的效果图

在一个实验池场景内加入一座塔状障碍物,如图 5 所示。水流从斜坡高处滑落,在重力和边界粒子的作用下,到达实验池底部时将具有一定的横向速度,当与障碍物发生碰撞后,产生水花溅起的交互效果。

与传统的网格方法相比,采用粒子系统的水流模拟方法可以避免附加复杂的算法来保持表面拓扑关系的一致性,提高计算的实时速度,还可以直接实现传统方法很难完成的水体飞溅等大变形问题,甚至更复杂的变形问题,如海浪的卷曲和翻滚等。

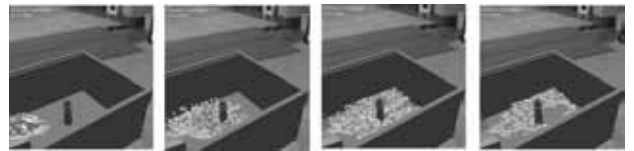


图 5 有一定横向速度的水流与障碍物交互的效果图

### 3 结束语

SPH 是一种流体数字化仿真方面极为精确的方法。本文介绍了一种基于 SPH 方法的流体运动状态计算方法,该方法完全符合 Navier-Stokes 方程对于粘性流体运动行为的描述。接着,本文提出了一种模拟水流自由表面与障碍物交互的应用方法。在该方法中,基于二叉树的划分方法建立粒子系统的有序树,采用了一种效率较高的最近相邻粒子搜索方法。而且对复杂障碍物的面片信息进行简化,采用三角形中心点和顶点来建立新的边界虚粒子,提高了边界条件的计算效率。最后,实现了在 CPU 上计算和绘制水流与障碍物交互的实时三维场景。当然对于更大规模场景,CPU 的计算绘制能力是非常有限的,下一步笔者的工作主要是考虑使用 GPU 的并行绘制方法来实现对流体更实时、更真实的模拟。

#### 参考文献:

- [1] YIM SOLOMON C, YUK D, PANIZZO A, et al. Numerical simulations of wave generation by a vertical plunger using RANS and SPH models [J]. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 2008, 134: 143-159.
- [2] LANDRINI M, COLAGROSSI A, GRECO M. Gridless simulations of splashing processes and near-shore bore propagation [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2007, 591: 183-213.
- [3] CHO Y J, LEE H. Numerical analysis of nonlinear shoaling characteristics over surf zone using SPH and Lagrangian Dynamic Smagorinsky model [C]//Proc of the 17th International Offshore and Polar Engineering Conference, 2007: 2339-2347.
- [4] DALRYMPLE R A, ROGERS B D. Numerical modeling of water waves with the SPH method [J]. *Coastal Engineering*, 2006, 53 (3): 141-147.
- [5] ATA R, SOULAIMANI A. A stabilized SPH method for inviscid shallow water flows [J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2005, 47 (2): 139-159.
- [6] MIGUEL R, BONE J. A corrected smooth particle hydrodynamics formulation of the shallow-water equations [J]. *Computers and Structures*, 2005, 83: 1396-1410.
- [7] STAM J. Stable fluids [C]//Proc of ACM SIGGRAPH, 1999: 121-128.
- [8] MÜLLER M, CHARYPAR D. Particle-based fluid simulation for interactive applications [C]//Proc of Siggraph Symposium on Computer Animation, 2003: 154-159.
- [9] DESBRUN M, CANI M P. Smoothed particles: a new paradigm for animating highly deformable bodies [C]//Proc of Computer Animation and Simulation '96, 1996: 61-76.
- [10] MONAGHAN J J. Simulating free surface flows with SPH [J]. *Journal of Computer Physics*, 1994, 110 (2): 399-406.
- [11] LIBERSKY L D, PETSCHKE A G. High strain Lagrangian hydrodynamics [J]. *Journal of Computer Physics*, 1993, 109: 67-71.
- [12] LIU G R, GU Y T. A local radial point interpolation method for free vibration analyses of 2-D solids [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 246 (1): 29-46.