

文章编号:1004-4213(2010)05-0888-5

# 离轴无透镜傅里叶变换数字全息的分辨率分析\*

胡翠英<sup>a,b,c</sup>, 高应俊<sup>a,c</sup>, 钟金钢<sup>a,c,†</sup>

(暨南大学 a. 光电工程系; b. 物理系; c. 广东省高等学校光电信息与传感技术重点实验室, 广州 510632)

**摘要:**基于离轴无透镜傅里叶变换数字全息的原理,分析了影响离轴无透镜傅里叶变换数字全息分辨率的两个重要因素,一是物的大小和记录距离,二是参考点光源的大小.指出在满足三像分离与采样定理的条件下,恰当选择成像区域、记录距离和参考点光源尺度,可提高成像分辨率.在此基础上分别使用线度为  $2\ \mu\text{m}$ 、 $6.5\ \mu\text{m}$  和  $15\ \mu\text{m}$  的参考点光源,对 USAF 1951 分辨率板中心的  $1.0 \times 1.0\ \text{mm}^2$  和  $1.5 \times 1.5\ \text{mm}^2$  的成像区域,在不同记录距离进行了相应的实验,获得了与理论分析相符的结果,证明了理论分析的正确性.

**关键词:**数字全息;无透镜傅里叶变换;分辨率;参考光源

中图分类号:O438

文献标识码:A

doi:10.3788/gzxb20103905.0888

## 0 引言

分辨率问题是数字全息的核⼼问题之一,无透镜傅里叶变换数字全息能够在记录介质的较大面积上形成近似等间隔的干涉条纹,充分利用 CCD 的带宽,获得比菲涅耳全息高的横向分辨率<sup>[1-2]</sup>,而在生物医学、形貌测量等方面得到了应用<sup>[3-8]</sup>.为了进一步提高无透镜傅里叶变换数字全息的分辨率,许多研究者从分析记录系统的数值孔径出发对其分辨率进行了研究<sup>[9-11]</sup>.而对于无透镜傅里叶全息而言,由于参考光为球面光,参考点光源的大小对其分辨率势必有一定的影响,同时物体(即,成像区域)的大小,会涉及到参考点光源位置的选取,从而影响到 CCD 带宽的利用,最终对成像分辨率也带来一定的影响,而针对这些方面的讨论目前尚未见有报道.

本文从无透镜傅里叶全息的理论出发,介绍了影响成像分辨率的因素,重点讨论了物体的大小、参考点光源的大小对无透镜傅里叶变换全息图分辨率的影响,提出了改善措施,并给出了相应的实验结果.

## 1 离轴无透镜傅里叶全息的基本原理

图 1 是离轴无透镜傅里叶变换数字全息的记录光路示意图.设参考点光源  $R$  与物体  $O$  均位于物平面  $x_0y_0$ ,并取  $x$  轴在  $R$  与  $O$  的中心连线上,物体的中心位于坐标原点,参考点光源的坐标为  $(x_r, 0)$ ; CCD 记录面位于平面  $x_Hy_H$ ,并且设 CCD 平面的法

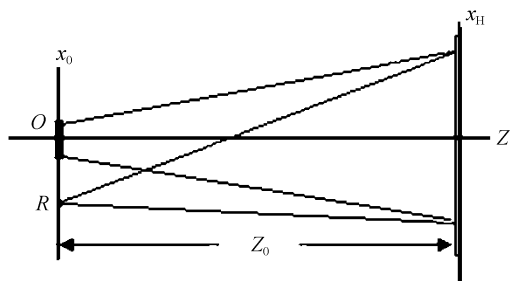


图 1 离轴无透镜傅里叶变换数字全息图的记录  
Fig. 1 Recording of an off-axis lensless Fourier transform digital hologram

线与  $z$  轴重合,两平面间距离为  $z_0$  ( $z_0$  应满足菲涅耳近似条件).于是物光与参考光在 CCD 记录面叠加后的光强度分布为

$$I_H(x_H, y_H) = (O_H + R_H)(O_H + R_H)^* = |O(\xi, \eta)|^2 + R_0^2 - \frac{j}{\lambda z_0} R_0 O(\xi, \eta) \exp(-j2\pi\xi x_r) + \frac{j}{\lambda z_0} R_0 O^*(\xi, \eta) \exp(j2\pi\xi x_r) \quad (1)$$

式中“ $*$ ”表示复共扼,  $R_H, O_H$  分别表示记录面上的参考光与物光函数,  $R_0$  为参考光振幅,  $O(\xi, \eta) = \text{FT}\{O_0(x_0, y_0) \exp[\frac{jk}{2z_0}(x_0^2 + y_0^2)]\}$  (FT 表示傅里叶变换),  $\xi = x_H/\lambda z_0, \eta = y_H/\lambda z_0$  分别为记录面上  $x, y$  方向的空间频率,  $k = 2\pi/\lambda, \lambda$  为激光波.

由式(1)可知, CCD 记录的是物体的无透镜傅里叶全息的空间频谱,因此,对所记录的全息图直接进行逆傅里叶变换,就可得到物体的像.设像平面为  $x_iy_i$  平面,使之与记录全息面间的距离仍为  $z_0$ ,对式(1)进行逆傅里叶变换,其中第 3 项的逆傅里叶变换对应物的原始像

\* 国家自然科学基金(60677019)资助

† Tel: 020-85220484

Email: zjgju@163.com

收稿日期: 2009-05-31

修回日期: 2009-11-09

$$F_3(x_i, y_i) = -\frac{j}{\lambda z_0} \iint O(\xi, \eta) \exp(-j2\pi x_r \xi) \cdot \exp[j2\pi(x_i \xi + y_i \eta)] d\xi d\eta = -\frac{j}{\lambda z_0} \cdot \exp\left\{\frac{j}{2z_0}[(x_i - x_r)^2 + y_i^2]\right\} O(x_i - x_r, y_i) \quad (2)$$

因此,像光场强度分布等于全息图强度的逆傅里叶变换,而位相有一个二次畸变。

## 2 离轴无透镜傅里叶变换数字全息的分辨率分析

### 2.1 物的大小与记录距离对分辨率的影响

对于通过 CCD 获得的离轴无透镜傅里叶变换数字全息图,由计算机进行一次离散傅里叶变换运算即可得到其再现像,再现像的横向极限分辨率为<sup>[12]</sup>

$$\delta_{\text{image}} = \frac{\lambda z_0}{N \delta_{\text{CCD}}} \quad (3)$$

式中  $\delta_{\text{CCD}}$  是 CCD 的分辨率,  $N = N_x = N_y$ , 是 CCD 在  $x$  或  $y$  方向的像元数,  $z_0$  是记录距离. 由此式可知记录距离越小分辨率越高,但同时  $z_0$  的选取应满足三像分离与尼奎斯特采样定理,与物体大小有关,有最小值限制。

本文采用极值空间频率分析法<sup>[12]</sup>来讨论记录距离的最小值,即对于离轴光路,至少要使再现像分离;同时用 CCD 记录至少要满足尼奎斯特(Nquist)采样定理.不失一般性,仍只在  $x$  方向做分析.设在  $x$  方向物体的线度大小为  $L_0$ , CCD 大小  $L_{\text{CCD}} = N \delta_{\text{CCD}}$ .

如图 1,物体距光源近端和远端,分别在 CCD 记录面获得全息图条纹的最小空间频率  $f_{\text{Min}}$  和最大空间频率  $f_{\text{Max}}$  为<sup>[13]</sup>

$$f_{\text{Min}} = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{x_r}{z_0} - \frac{L_0/2}{z_0} \right) \quad (4)$$

$$f_{\text{Max}} = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{x_r}{z_0} + \frac{L_0/2}{z_0} \right)$$

要使再现像分离则至少应使  $f_{\text{Min}} > f_0$ , 由  $f_0 = L_0/\lambda z_0$ , 可得到  $x_r \leq 1.5L_0$ , 因此得到

$$f_{\text{Max}} \geq 2L_0/\lambda z_0 \quad (5)$$

根据尼奎斯特采样要求

$$2L_0/z_0 \leq \lambda/2\delta_{\text{CCD}} \quad (6)$$

得到

$$z_0 \geq 4\delta_{\text{CCD}}L_0/\lambda \quad (7)$$

因此,对于大小一定的物体,在满足式(7)的条件下,  $z_0$  越小,则成像分辨率越高;而物体的尺寸越大,为满足三像分离,参考光源与物体之间的距离就要越大,即全息光栅的频率将增大,这就意味着物体

的更多细节不能被 CCD 记录(因为 CCD 所能记录的最大频率由其像素大小决定),同时,  $z_0$  的最小值也将增大,这些均使得成像分辨率降低。

### 2.2 参考光源大小对分辨率的影响

如果参考光源不能看作是理想的点光源,那么可以认为它是由许多密排的点组成的具有一定线度的光源.显然这些点与同一物点干涉形成的光栅结构(全息图)的频率不同、零级位置不同,因此这些干涉条纹与理想点光源情况下的干涉相比较将是同一级条纹展宽、不同级的零级错位及条纹之间可能出现重叠,这些均使再现像的分辨率降低。

#### 2.2.1 干涉条纹的频率变化对分辨率的影响

参考图 2(a), 设  $O_1(x_{O_1}, y_{O_1})$  为物体上一点,  $R_1(x_{R_1}, y_{R_1})$  和  $R_2(x_{R_2}, y_{R_2})$  分别为参考光源上距离

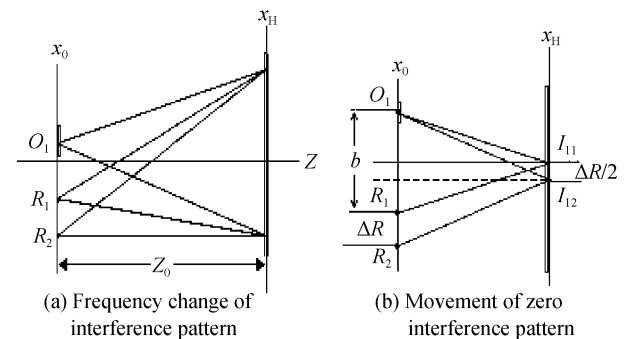


图 2 干涉条纹频率的变化和零级条纹的移动

Fig. 2 Schematic diagram of the frequency change of the interference pattern and the movement of the zero interference pattern

$O_1$  最近和最远的两个点,设参考光源的线度为  $\Delta R$ , 则参考光源与  $O_1$  点干涉形成的全息图条纹在  $x$  方向的最小和最大空间频率分别为

$$f_{1x} = (x_{R_1} - x_{O_1})/\lambda z_0 \quad (8)$$

$$f_{2x} = (x_{R_1} + \Delta R - x_{O_1})/\lambda z_0$$

则条纹的最大周期差为

$$\Delta x_A = \frac{\lambda z_0}{x_{R_1} - x_{O_1}} - \frac{\lambda z_0}{x_{R_1} + \Delta R - x_{O_1}} \quad (9)$$

设  $b = x_{R_1} - x_{O_1}$ , 要使再现像的分辨率不受影响,该最大周期差至少应小于  $1/4$  最小条纹宽度,此时  $\Delta R$  应满足

$$\Delta x_A = \frac{\lambda z_0}{b} - \frac{\lambda z_0}{b + \Delta R} \leq \frac{\lambda z_0}{b + \Delta R}, \text{ 即}$$

$$\Delta R < b/4 \quad (10)$$

参考光源的大小如满足式(10),则由于干涉条纹频率不同而导致的成像分辨率降低可以忽略,反之不可以。

#### 2.2.2 零级条纹平移对分辨率的影响

参考光源上的不同点与同一个物点  $O_1$  形成的干涉条纹的位置不同,如图 2(b),  $I_{11}$  与  $I_{12}$  分别为

$R_1$  和  $R_2$  与  $O_1$  点之间干涉条纹的零级位置, 设零级位置的最大移动距离为  $\Delta x_0$ , 则由图可得到

$$\Delta x_0 = \Delta R / 2 \quad (11)$$

如果  $\Delta x_0$  大于最小条纹间距的 1/4, 则干涉条纹出现混叠, 这将导致再现像的分辨率降低. 由尼奎斯特定理可知, 最小条纹间距为  $2\delta_{\text{CCD}}$ , 因此, 如果参考光的线度满足  $\Delta x_0 \leq 2\delta_{\text{CCD}}/4$ , 即  $\Delta R \leq \delta_{\text{CCD}}$ , 则由于零级移动而导致的分辨率降低就可以忽略, 反之不可以.

### 3 实验

离轴无透镜傅里叶全息的光路示意图如图 3. 分束棱镜  $BS_1$  将 He-Ne 激光器发出的激光束分成两束, 一束经平面反射镜  $M_1$  反射后, 经  $BE_1$  扩束准直后照射在透射物体上, 作为物光; 另一束则经平面反射镜  $M_2$  反射后, 经显微物镜  $MP$  会聚于  $P$  点作为记录参考点光源. 物光和参考光经分束棱镜  $BS_2$  在 CCD 靶面上形成干涉图样. 实验中仔细调整  $BS_2$  的方位使得等效的参考点光源的位置偏离物平面中心, 从而实现离轴无透镜傅里叶全息的记录.

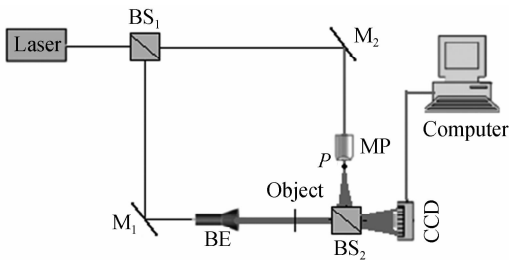


图 3 离轴无透镜傅里叶全息的光路  
Fig. 3 Experimental configuration for recording off-axis lensless Fourier transforms digital hologram

实验中所用激光的波长为  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ , 用于记录全息图的 CCD 具有有效像元数  $720 \times 576$  个, 像素尺寸为  $8.33 \mu\text{m} \times 8.33 \mu\text{m}$ . 计算中截取全息图中  $512 \times 512$  个像素进行数据处理. 被记录物体是美国空军 1951 型分辨率测试标板, 成像区域大小约为  $1.0 \times 1.0 \text{ mm}^2$  和  $1.5 \times 1.5 \text{ mm}^2$ , 由式(7)计算得到最小记录距离分别为  $52.7 \text{ mm}$  和  $78.9 \text{ mm}$ . 实验中记录距离分别为  $70.0 \text{ mm}$ 、 $85.0 \text{ mm}$  和  $100.0 \text{ mm}$ . 参考点光源分别用焦距  $f_1 = 4.65 \text{ mm}$  的  $40\times$  显微物镜、 $f_2 = 15.77 \text{ mm}$  的  $16\times$  显微物镜和  $f_3 =$

$37.7 \text{ mm}$  的  $4\times$  显微物镜将激光束聚焦后, 再通过针孔滤波产生. 根据式  $r_s = \lambda f / \pi r_L$  [14] ( $f$  为显微物镜的焦距,  $r_L$  为入射光瞳处激光束的截面半径), 估算出三个参考光源的大小分别为  $S_1 = 2 \mu\text{m}$ 、 $S_2 = 6.5 \mu\text{m}$  和  $S_3 = 15 \mu\text{m}$ .

将 CCD 记录的全息图像直接进行逆傅里叶变换可得到全息图的再现像. 图 4 为  $z_0 = 70.0 \text{ mm}$ , 光源为  $S_1 = 2 \mu\text{m}$  时记录的全息图像及相应的再现像. 图 5 是参考光源为  $S_2 = 6.5 \mu\text{m}$ , 记录距离  $z_0 = 85.0 \text{ mm}$  时, 分辨率板中心  $1.0 \times 1.0 \text{ mm}^2$  和  $1.5 \times 1.5 \text{ mm}^2$  的区域的全息图的放大的原始再现像. 图 6 是对分辨率板中心  $1.0 \times 1.0 \text{ mm}^2$  的区域, 用不同参考点光源, 在不同距离记录的全息图的放大的原始再现像.

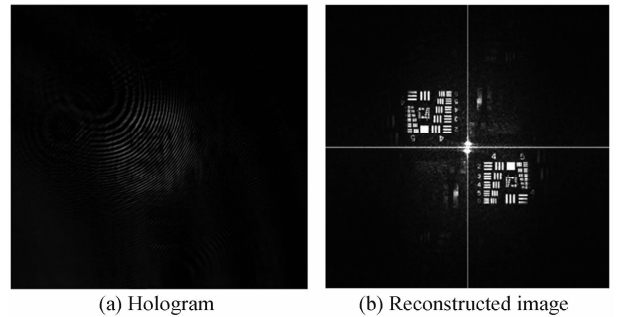


图 4  $z_0 = 70.0 \text{ mm}$ ,  $S_1 = 2 \mu\text{m}$  时离轴无透镜傅里叶变换的全息图与再现像

Fig. 4 Hologram and reconstructed image of the off-axis lensless Fourier transforms digital holography with  $S_1 = 2 \mu\text{m}$  and  $z_0 = 70.0 \text{ mm}$

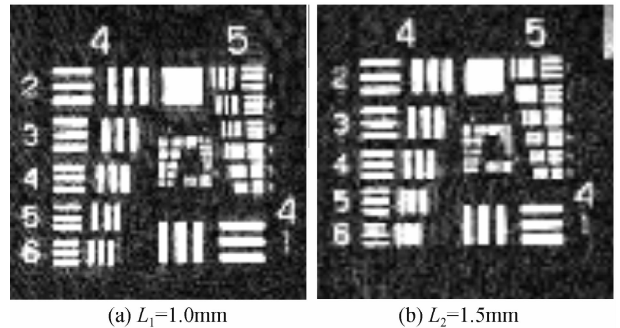
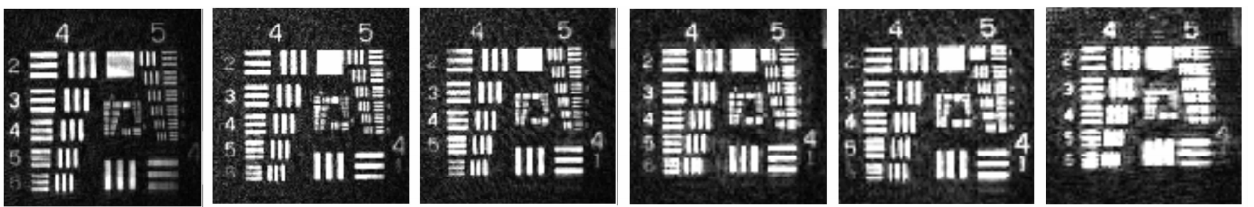


图 5 不同尺寸物体全息图放大的原始再现像  $z_0 = 85.0 \text{ mm}$ ,  $S_2 = 6.5 \mu\text{m}$

Fig. 5 Magnifying image of the reconstructed image corresponding to different imaging areas with  $z_0 = 85.0 \text{ mm}$ ,  $S_2 = 6.5 \mu\text{m}$



(a)  $z_0 = 70.0 \text{ mm}$ ,  $S_1 = 2 \mu\text{m}$  (b)  $z_0 = 70.0 \text{ mm}$ ,  $S_2 = 6.5 \mu\text{m}$  (c)  $z_0 = 70.0 \text{ mm}$ ,  $S_3 = 15 \mu\text{m}$  (d)  $z_0 = 100.0 \text{ mm}$ ,  $S_1 = 2 \mu\text{m}$  (e)  $z_0 = 100.0 \text{ mm}$ ,  $S_2 = 6.5 \mu\text{m}$  (f)  $z_0 = 100.0 \text{ mm}$ ,  $S_3 = 15 \mu\text{m}$

图 6 不同参考点光源, 在不同距离记录的全息图的放大的原始像  
Fig. 6 Corresponding magnifying image of the reconstructed image with different reference light sources, at different recording distances

## 4 结果分析

图5分析了物体尺寸对分辨率的影响,从图中可以看出,在相同记录距离,同一个参考光源的条件下,物体线度为 $L_1=1.0\text{ mm}$ 的成像分辨率明显高于物体线度为 $L_2=1.5\text{ mm}$ 的成像分辨率,这与2.1节的理论分析相一致。

图6分析了参考点光源的大小与记录距离对成像分辨率的影响.根据2.2.1节的结论 $\Delta x_A = \frac{\lambda z_0}{b} - \frac{\lambda z_0}{b + \Delta R}$ ,本文中 $\Delta R$ 为 $2\text{ }\mu\text{m}$ 、 $6.5\text{ }\mu\text{m}$ 和 $15\text{ }\mu\text{m}$ , $b \leq 2.3\text{ mm}$ ,得到条纹的最大周期差为 $\Delta x_A = 0.4\text{ }\mu\text{m}$ ,而最小条纹宽度 $\Delta x \approx \lambda z_0 / b \approx 19\text{ }\mu\text{m}$ ,因此,由于各光栅频率不同所造成的分辨率降低完全可以忽略.由2.2.2节的分析可知,当参考光源的线度 $\Delta R > 8.33\text{ }\mu\text{m}$ (本实验中 $\delta_{\text{CCD}} = 8.33\text{ }\mu\text{m}$ )时,各参考点源与物点干涉形成的干涉条纹间的移动将导致成像分辨率的降低.本实验中,第三个光源的线度 $\Delta R = 15\text{ }\mu\text{m} > 8.33\text{ }\mu\text{m}$ ,因此与前两个光源相比在相同距离处所得全息图的再现像的分辨率将降低,而前两个光源在相同距离处所得全息图的再现像的分辨率应基本相同.图6(a)和图6(b)的分辨率基本相同,均可分辨到分辨率板的5.3级(由于光源越小,光通量越低,因此,图6(a)比图6(b)要暗),而图6(c)只能分辨到4.6级;图6(d)和(e)分别分辨到4.5和4.4级,而图6(f)只能勉强分辨到4.1级,这与理论分析基本一致.因此,为了提高再现像的分辨率,应尽量减小记录距离,并选取线度小于CCD的分辨率的参考光源.在参考光源的线度比CCD的分辨率小的情况下,为增大参考光的光通量,应选用较大光源,以本文为例,应选择 $S_2 = 6.5\text{ }\mu\text{m}$ 作为参考光源。

## 5 结论

由于光路中的各种干扰和实验条件的限制,本实验得到的实际分辨率要比理论计算的分辨率低,但是不同尺寸的物体、不同记录距离、不同参考光源情况下分辨率的比较,证明了本文理论的正确性.对于无透镜傅里叶变换数字全息,可以从减小记录距离、缩小成像区域和减小参考光源大小等方面来提高系统的分辨率。

## 参考文献

- [1] DIRKSEN D, DROSTE H, KEMPER B, *et al.* Lensless Fourier holography for digital holographic interferometry on biological samples[J]. *Opt & Las Eng*, 2001, **26**(3): 241-249.
- [2] WANG Hua-ying, WANG Da-yong, XIE Jian-jun. Reconstruction of object wave front in digital holography microscopy[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(6): 1023-1027.  
王华英,王大勇,谢建军.显微数字全息中物光波前重建方法研究和比较[J].光子学报,2007,**36**(6):1023-1027.
- [3] JEONG K, TUREK J J, NOLTE D D. Fourier-domain digital holographic optical coherence imaging of living tissue[J]. *Appl Opt*, 2007, **46**(22): 4999-5007.
- [4] POPESCU G, DEFLRES L P, VAUGHAN J C, *et al.* Fourier phase microscopy for investigation of biological structures and dynamics[J]. *Opt Lett*, 2004, **29**(21): 2503-2505.
- [5] JEONG K, PENG L, TUREK J J, *et al.* Fourier-domain holographic optical coherence imaging of tumor spheroids and mouse eye[J]. *Appl Opt*, 2005, **44**(10): 1798-1805.
- [6] YUAN C, ZHAI H, WANG X, *et al.* Lensless digital holography with short-coherence light source for three-dimensional surface contouring of reflecting micro-object[J]. *Opt Comm*, 2007, **270**(2): 176-179.
- [7] SEBESTA M, GUSTAFSSON M. Object characterization with refractometric digital Fourier holography[J]. *Opt Lett*, 2005, **30**(5): 471-473.
- [8] DIRKSEN D, DROSTE H, KEMPER B. Lensless Fourier holography for digital holographic interferometry on biological sample[J]. *Opt Las Eng*, 2001, **36**: 241-249.
- [9] ZHANG F, PEDRINI G, OSTEN W. Reconstruction algorithm for high-numerical aperture holograms with diffraction-limited resolution[J]. *Opt. Lett*, 2006, **31**(11): 1633-1635.
- [10] ZHONG Li-yun, ZHANG Yi-mo, LÜ Xiao-xu, *et al.* Some quantitative analysis about digital holographic reconstructed image[J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(5): 570-574.  
钟丽云,张以谟,吕晓旭,等.数字全息图再现像的分析计算[J].中国激光,2004,**31**(5):570-574.
- [11] KEBBEL V, HARTMANN H J, JUEPTNER W P O. Application of digital holographic microscopy for inspection of micro-optical components[C]. SPIE, 2001. **4398**: 189-198.
- [12] ZHONG Li-Yun, ZHANG Yi-Mo, LÜ Xiao-xu, *et al.* Analysis of some fundamental issue about digital hologram[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(4): 465-471.  
钟丽云,张以谟,吕晓旭,等.数字全息中的一些基本问题分析[J].光学学报,2004,**24**(4):465-471.
- [13] WANG Hua-ying, WANG Da-yong, XIE Jian-jun, *et al.* Study of the recording condition about the digital hologram recorded with spherical reference wave. *Laser Journal*, 2007, **28**(1): 44-46.  
王华英,王大勇,谢建军,等.球面参考光波数字全息的记录条件研究[J].激光杂志,2007,**28**(1):44-46.
- [14] YU Mei-wen. Digital holography and information processing [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1984: 54.  
于美文.光学全息及信息处理[M].北京:国防工业出版社,1984:54.

## Resolution Analysis of Off-axis Lensless Fourier Transform Digital Holography

HU Cui-ying<sup>a,b,c</sup>, GAO Ying-jun<sup>a,c</sup>, ZHONG Jin-gang<sup>a,c</sup>

(a. Department of Optoelectronic Engineering; b. Department of Physics, Jinan University; c. Key Laboratory of Optoelectronic information and Sensing Technology, Guangdong Province Institution of Higher Education, Jinan University, Guangzhou 510632, China)

**Abstract:** Based on the off-axis lensless Fourier transform digital holography principle, two main determining factors, which effect the imaging resolution of the Fourier transform digital holography are discussed in this paper. One is the recording distance and the size of the object. The other is the size of reference light source. The  $1.0 \times 1.0 \text{ mm}^2$  and  $1.5 \times 1.5 \text{ mm}^2$  areas in the center of an USAF 1951 Style Resolution Target serve as the objects. Corresponding experiments are performed employing three reference light sources with the sizes  $2 \mu\text{m}$ ,  $6.5 \mu\text{m}$  and  $15 \mu\text{m}$  respectively, at different recording distances. Both the theory and the experimental results show that as in meeting three terms (twin images and zero order in reconstructed image) separation from each other and sampling theorem conditions, shortening the recording distance or decreasing scale of the reference light source may improve the system resolution of lensless Fourier transform digital holography of micro object.

**Key words:** Digital holography; Lensless Fourier transform; Resolution; Reference light source



**HU Cui-ying** was born in 1970. Now she is studying for her Ph. D. degree, and her main research interests focus on digital holography and optical information processing.

**GAO Ying-jun** was born in 1946. He works as a professor, and his research interests focus on microoptics, integrated optics, fiber optical sensors, optical engineering and optical information processing.