文章编号: 1000-6788(2010)06-1027-07

中图分类号: TP27 文献标志码: A

基于 EMD 与神经网络的中国股票市场预测

王文波1,费浦生2,羿旭明2

(1. 武汉科技大学 湖北省冶金工业过程系统科学重点实验室, 武汉 430065; 2. 武汉大学 数学与统计学院, 武汉 430072)

摘 要应用 EMD 分解算法、混沌分析和神经网络理论提出了一种中国股票市场建模及预测的 EMD 神经网络模型. 首先应用 EMD 分解算法把原始股市时间序列分解成不同尺度的基本模态分量,并在此基础上进一步分析,表明中国股市存在混沌特性; 再经混沌分析和神经网络进行组合预测,提高了模型对多种目标函数的学习能力,有效提高了预测精度. 实验表明: 与现有方法相比,该方法具有较高的精度.

关键词 经验模态分解;股市预测;混沌分析;神经网络

Prediction of China stock market based on EMD and neural network

WANG Wen-bo¹, FEI Pu-sheng², YI Xu-ming²

(1. Hubei Province Key Laboratory of Systems Science in Metallurgical Process, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430065, China; 2. School of Mathematics and Statistics, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract Following empirical mode decomposition(EMD), chaos analysis and neural network theory, a method is presented to model and forecast stock market. First, using EMD theory, the stock market time serial is decomposed into many intrinsic modal functions(IMF) which can significantly represent potential information of original time serial, and the further analysis of IMF indicates that China stock market exists a chaos feature. Then, by using chaos theory and neural network, the forecasting models are established to forecast the IMF respectively. By these means, the model can be improved to learn various objective function and more precious prediction can be obtained. The experiments show that the presented method can effectively improve the prediction accuracy.

Keywords empirical mode decomposition; stock market prediction; chaos analysis; neural network

1 引言

股票市场是涉及金融、经济、政治、社会以及股民心理等诸多影响因素的复杂的动力学系统,其变化过程具有非线性、混沌性、长期记忆性等特点^[1-2]. Peters 指出金融市场包括股票市场是由不同投资时间水平的交易者组成的,如短期、中期和长期交易者等^[3].不同类型的交易者以不同的时间尺度看待和影响市场:短期交易者只关注市场短期的价格变换,其行为引起的价格波动只具有短期的记忆;长期交易者关注市场长期范围内的价格变化,其行为所引起的价格波动具有长期的记忆.由于不同类型交易者的投资理念、受影响因素及投资策略不同,他们所引起的股票价格波动特征完全不同,分散反映在相应的不同时间尺度上.近年来,神经网络理论在股市时间序列分析、建模及预测等方面得到了广泛的应用^[4-5].小波分析在时域和频域都具有良好的多尺度分析能力,能把时间序列按不同的尺度分解成不同的层次.基于小波分析的人工神经网络结合了两者的优势,已广泛应用于股票市场的分析研究^[6-7].但小波变换有以下两点不足^[8],第一,小波分解是利用基函数(小波基)来模拟信号,本质上还是一种窗口可调的傅里叶变换,没有从根本上摆脱傅里叶分析的局限.因此小波分解不能根据信号本身特性实现自适应的多分辨分析,为了模拟原信号,通常会产生很多本身并不存在的虚假的谐波.第二,在小波分解过程中,分解尺度的大小要预先给定,且不能再改变,但信

收稿日期: 2009-02-20

资助项目: 国家自然科学基金 (70771080); 冶金工业过程系统科学重点实验室基金 (C20100)

作者简介: 王文波 (1978-), 男, 博士, 副教授, 主要从事小波分析和 EMD 算法在非线性信号处理等方面的研究.

号中包含的时间尺度通常并不能预先知道,这就导致小波分解时,并不能把信号中所包含的尺度完整的分离 出来. 1998 年 Huang 提出了经验模态分解算法^[9] (Empirical mode decomposition, EMD), EMD 是基于信 号局部特征时间尺度, 从原信号中提取固有模态函数 (Intrinsic mode function, IMF). 该方法从本质上讲是 对一个信号进行平稳化处理,其结果是将信号中不同尺度的波动或趋势逐级分解开来,产生一系列具有不同 特征尺度的数据序列,每一个序列代表一个固有模态函数.这使得分解得到的各个 IMF 具有明显的物理背 景,每一个 IMF 代表了原信号中所包含的一个尺度波动成份,而余项通常代表原信号的趋势或均值. EMD 算法与小波算法相比,可以更准确地反映系统原有的物理特性,有更强的局部表现能力.所以在处理非线性、 非平稳信号时, EMD 方法更为有效^[10].股票信号经 EMD 算法分解后,可得到若干个彼此间影响其微的基 本模式分量,这些分量具有不同的尺度,代表了不同投资时间水平的交易者所引起的股市价格波动,从而简 化了股市序列中不同尺度的特征信息之间的干涉或耦合.如果直接将原始股票数据输入神经网络,信号的特 征量并不突出, 神经网络需要耗费较长的时间来认识把握信号的特征. 而 EMD 方法中分解出来的 IMF 分 量本身就代表了原信号的不同的局部特征,因此如果将不同的 IMF 分量同时并行输入到神经网络中进行训 练,就使神经网络能够更好地认识、把握原信号的特征,从而大大提高了学习训练的效率和进行判别的准确 '性^[11]. 本文将 EMD 方法和递归神经网络模型 (DRNN) 相结合, 对中国股票市场进行预测. 首先利用 EMD 方法把股市数据分解成若干个 IMF,再对每个 IMF 分量利用递归神经网络进行预测,然后用各个分量的预 测值重构出原始信号的预测序列,从而提高预测精度.实验表明,该方法是有效的.

2 基于 EMD 分解和混沌分析的神经网络结构

2.1 EMD 分解算法

EMD 算法基于这样的假设:任何信号都是由一系列幅度和相位都随时间变化的基本模式分量构成,这种基本模式分量必须满足两个条件,即它的零点数与极点数相等或至多相差 1 个,以及由它的极大值和极小值确定的上下包络线关于时间轴局部对称. Huang 将这种基本模式分量定义为固有模态函数,即 IMF. EMD 方法可以将多分量信号的各阶 IMF 一一筛选出来,具体步骤如下:设原始的信号为 s(t),

1) 确定 s(t) 的所有极大值和极小值;

2) 根据极大值和极小值作三次样条插值来构造 s(t) 的上下包络线;

3) 根据上下包络线, 计算出 s(t) 的局部均值 $m_{11}(t)$ 以及 s(t) 和 $m_{11}(t)$ 的差值 $h_{11}(t) = s - m_{11}(t)$;

4) 以 $h_{11}(t)$ 代替原始信号 s(t), 重复以上三步, 直到 $h_{1(k-1)}$ 与 h_{1k} 之间的方差小于某一设定值, 即认 为 h_{1k} 是一个 IMF 分量, 记 $c_1 = h_{1k}$, $r_1(t) = s(t) - c_1$, $s(t) = r_1(t)$;

5) 重复以上四步, 直到 r_n 小于一设定值, 或者 r_n 变成了一个单调函数时, 原始信号的 EMD 分解结束, 得到 s(t) 的分解形式如下: $s(t) = \sum_{i=1}^{N} c_i + r$, 每一个 IMF 分量都反映了原信号不同实践尺度的内在模态 特征, 并且是窄带信号.

2.2 混沌序列的递归神经网络结构算法

在混沌时间序列中,系统中每个分量的变化都是由与其相互作用的其他分量所决定的.因此,每个分量 的演化过程都包含着整个系统的信息,动力系统中单分量的实测时序 X(t) 是一维的,动力系统的全部本质 特征都隐藏在这一时序中.将动力系统的本质特征从这一维时序中提取出来是求解特征值和特征向量的重要 内容.为了能够从时间序列中得到动力系统相空间的几何结构,Packard 等人采用时间延滞技术,他们把一维 时间空间序列嵌入到 m 维空间中,则 $X(t) = \{x(t), x(t-T), \dots, x(t-(m-1)T)\}$,其中,X(t) 表示 t 时刻 系统的动力学状态,T 为延迟时间,m 是嵌入空间矩阵的维数.由此可以建立相空间到嵌入空间的映射,则在 相空间中必然存在函数 $f(\cdot)$ 使得延时后的状态 $\hat{X}(x+T)$ 和当前状态 X(t) 之间满足 $\hat{X}(x+T) = f(X(t))$, 其中 $f(\cdot)$ 是待寻找的预测函数,延迟时间 τ 和嵌入维数 m 可以通过不同的方法获得.

对上述模型,可用神经网络进行模拟. 首先利用混沌相空间重构理论,获得有关神经网络结构的先验知 识,以便合理构建神经网络模型. 当进行混沌时间序列预测时,若时间序列为一个有限离散序列时,可使用内 插法对序列进行扩充,而后再进行混沌参数分析. 设 $\eta = 1, 2, \dots, 在 R^n$ 空间中存在光滑函数,满足 $\hat{x}(t' + \eta T) = f'(X(t'))$,式中 ηT 为预测步数^[12],本文中取 $\eta T = 1$,进行单步预测. 最佳延迟和嵌入维数可使用互 信息量法和 G_P 算法得到,直接单步预测最大的特点是预测模型的输入数据均为测量值,得到的单步预测模 型可由下式表示:

$$\hat{x}(t+1) = f(x(t), x(t-T), \cdots, x(t-(M-1)T))$$
(1)

式中的 M 为神经网络输入节点数, $\{x(i)|x \leq t+1\}$ 为测量值.

3 基于 EMD 的递归神经网络单步预测模型

根据股票数据的混沌特性^[1,13],本文将 EMD 分解法和神经网络结合起来,建立一个新的神经网络集成 结构. 首先对股票数据进行 EMD 分解,得到包含各个时间尺度特征的基本模式分量 IMFs;再通过一个分离 的神经网络对每一个 IMF 进行预测;然后通过另一个线性神经网络,将前一阶段中的每一个 IMF 的预测结 果作为输入,对原始序列的下一个样本进行预测. 整个网络分为三个阶段 (如图 1 所示),第一阶段中,包括 EMD 分解单元和插值单元, *InX*(*t*) 和 *Inimf_i* 为插值后数据;第二阶段中,NS 为结构设计单元;第三阶段 中,EDNN 表示基于 EMD 的递归神经网络, *M* 是一个没有隐层的线性神经网络结构, *q* 为原始数据经 EMD 算法分解后得到的 IMF 分量的个数.



图 1 基于 EMD 的递归神经网络模型结构

设给定一股票数据 $\{x(t)|t = 1, 2, \dots, n\}$, *n* 是时间序列的样本点数.则预测算法的具体实现算法如下: 1) 利用 EMD 算法分解股票时间序列.在第一步中,将股票时间序列 $\{x(t)|t = 1, 2, \dots, n\}$ 利用 EMD 算法进行分解,得到有限个基本模式分量 $\{imf_i(t)|t = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, q\}$.

2) 利用相空间重构理论对神经网络重要参数进行预测. 若对序列进行内插, 则称为插值倍数, 股票时间 序列经 EMD 分解后, 在进入神经网络之前, 使用内插算法对原始序列和每个基本模式分量进行扩展. 因此 可得到序列 $X'(t') = \{x'(t')|t' = 1, 2, ..., n'\}$ 及 $\{imf'_i(t')|t' = 1, 2, ..., n'; i = 1, 2, ..., q\}$, 此时 (1) 式用公 式表示即为: $\hat{x}(t' + (\lambda + 1)p) = f(x'(t'), x'(t' - T), ..., x'(t' - (M - 1)T)).$

在神经网络中,关于时间延迟,由 $S(m, N, r, T)^{[14]}$ 为基础构造统计量来确定最佳时间延迟 T',在 S和 T关系图上第一个极小值对应最佳延迟 T';嵌入维数的选择使用 $\ln(C_m(r))$ 与 $\ln r$ 的关系求得^[15].在选取 相空间重构中的最佳延迟 T' 为神经网络中的 T 后,网络的输入层节点数 M = m.因此,神经网络模型可表 示为^[16]: $S(t' + (\lambda + 1)) = \Omega(U^{[2\to 2]}s(t') + U^{[1\to 2]}x'(t') + a^{[2]}), \hat{x}(t' + \lambda + 1) = U^{[2\to 3]}s(t' + (1 + \lambda)) + a^{[3]},$ 其中 $\Omega(\cdot)$ 是一个 N 维的向量集合,包括所有隐层神经元的激活函数,那么隐层神经元的状态集合可由下式 表示:

$$S(t'(1+\lambda)) = \lfloor s_1^{[2]}(t' + (\lambda+1)), s_2^{[2]}(t' + (\lambda+1)), \cdots, s_{N^2}^{[2]}(t' + (\lambda+1)) \rfloor,$$

其中神经网络的学习算法选用正向传播算法[17-18] 来实现.

3) 对不同的分量预测完后,得到预测结果 $\hat{x}_k(t+1), k = 1, 2, \dots, q+1$. 然后通过一个单层的感知器, 对 $\{\hat{x}_k(t+1)\}$ 进行线性组合来预测原始时间序列的下一个样本点 $\hat{x}(t+1)$, 即 $\hat{x}(t+1) = \sum_{k=1}^{q+1} \omega_j^3 \hat{x}_k(t+1)$. 该 层网络没有隐层,输入层数目等于第二步中的多层神经网络的个数,即 *imf* 的个数 *q*; 其输出单元是线性的, 对于权值向量 $\omega_j^3(j = 1, 2, \dots, q)$ 的计算,为了计算最小范数解,它的训练可以通过文献 [19] 中所述算法来 完成.

4 实验结果与讨论

本文选取的实验数据如下:

1) 1997-01-02 至 2002-03-29 的上证综合指数 (000001) 和深证成份指数 (9901) 日收盘值的对数收益率 数据 (对数收益率, 即 $r_t = \ln p_t / p_{(t-1)}$, 其中 p_t 为第 t 天的收盘价);

2) 随机选取上证 A 股中两只股票 (SH600005 和 SH600051) 从 2000-4-3 至 2005-7-22 的日收盘价;

3) 随机选取深证 A 股中两支股票 (SZ000043 和 SZ000045) 从 1999-8-3 至 2004-10-25 的日收盘价. 所 选取数据的样本数量都为 1259 个, 分别记为 Data1, …, Data6, 利用 EMD 神经网络算法对股市进行建模和 预测. 因为对股市混沌时序只能做短期预测, 所以把每个时间序列的前 1200 个数据作为训练集, 后面 59 个 数据作为观察值来检验模型的预测效果, 仅用最新的数据作一步预测, 采用标准均方根误差 (RMSE) 衡量预 测结果.





对 Data1 经 EMD 分解后,产生 8 个基本模式分量 (如图 2 所示). 根据原始数据和 8 个分解后数据设 计神经网络的拓扑结构,这里需要计算原始数据 Data1 及 $imf_i, i = 1, 2, \dots, 8$ 的最佳延迟时间与嵌入维数. 由于测量数据是有限的离散数据,可根据计算需要对其进行不同数量的插值处理,计算出 S - t 关系,得到原 始数据及 8 个模式分量的最佳延迟分别为: 6, 6, 4, 7, 9, 8, 8, 5, 3; 将延迟时间代入 G_P 算法,经计算可得到 原始数据 Data1 及模式分量 $imf_i, i = 1, 2, \dots, 8$ 的 $\ln C_{-}\ln r$ 关系图,由此得到嵌入维数与关联维数的对应 关系 (如表 1 所示),因此各序列的嵌入维数为: 10, 10, 8, 12, 14, 15, 7, 3, 3. 在本文的 EMD 神经网络中输 入节点个数和时间延迟分别等于序列的嵌入维数和最佳延迟. 隐层节点数的确定采用试凑法,分别得到 9 个 网络的结构为: 10-12-1, 10-12-1, 8-6-1, 12-12-1, 14-12-1, 15-8-1, 7-9-1, 3-3-1, 3-3-1. 对 Data2, …, Data6 按 照同样方法进行预测,预测结果如图 3 所示. 从图 3(a) 和图 3(b) 中可以看出,在对上证综指和深证成指的 对数日收益率预测中,从第 1 个点到第 59 个点,预测的效果都较好,精度较高. 而四支股票的日收盘价的预 测中 (图 3(c) – 图 3(f)),前一部份点 (前 15 个点左右)预测的精度较好,随着预测点个数的增加,误差也逐 渐增加,特别是最后一段 (第 50 个点以后),预测值与实际值之间的误差已经非常大.

出现这种情况可能与上证指数和深成指数的性质有关,这两种指数都是以大量上市股票为样本,按加权

平均法计算出来的加权股价指数,单个股票的波动对其走势影响较小,它们具有某种统计意义上的规律和趋势.上证综指数具有较强的短程相关和长程相关特性,其波动的概率分布服从对数正态分布^[2,20-21];深证成指的日收益指数可用回归模型进行模拟,其波动具有明显的聚集性,而且它的长、短记忆性都有明显的持续效应^[2,22].所以我们在用 EMD 动态神经网络预测其对数收益率时,短程预测和长程预测都能取得比较好的效果. 而单个股票的波动受众多因素的影响,非常复杂,只具有较弱的短程相关性,所以在用本文方法预测时,只能在前面一部份点取得较好的效果;而且在算法中是进行单步预测,每预测一个点后,再把其加入训练集,来预测下一个点.所以当误差出现后,随着预测点数的增加,会逐渐积累变大,导致在后面点数的预测中,误差很大.



为了比较本文方法的预测效果,对所选实验数据,再分别采用人工神经网络模型 (ANN)、混沌模型^[3]和小波神经网络模型^[4]对所选实验数据进行预测.表2显示了四种方法预测后的预测均方误差,从表2可以看出:在对上证综指和深证成指的日收益率的预测中,本文方法的预测精度要优于其他方法,预测均方误差最小;在对单个股票日收盘价的预测中,本文方法也有一定的改善,预测的均方误差也是最小,但改善的效果没有指数预测时明显.

表 1 神经	そ网络中嵌ノ	人维数与关联 约	能数的对应关系
--------	--------	-----------------	---------

	m = 1	m = 2	m = 3	m = 4	m = 5	m = 6	m = 7	m = 8	m = 9	m = 10		
D(original)	0.7434	1.3200	1.7934	1.4625	1.2811	1.9982	2.1703	2.6248	2.5067	2.3449		
$D(imf_1)$	0.0013	0.0027	0.0047	0.0055	0.0063	0.0087	0.0120	0.0128	0.0115	0.0158		
$D(imf_2)$	0.8347	1.4593	1.6507	1.8036	2.0652	2.1304	2.2105	2.2598	2.2507	2.2378		
$D(imf_3)$	0.0521	0.0437	0.0380	0.0326	0.0294	0.0264	0.0263	0.0233	0.0219	0.0188		
$D(imf_4)$	0.0305	0.0308	0.0278	0.0265	0.0247	0.0219	0.0203	0.0194	0.0175	0.0177		
$D(imf_5)$	0.0160	0.0154	0.0149	0.0140	0.0137	0.0133	0.0130	0.0127	0.0124	0.0161		
$D(imf_6)$	0.0320	0.0327	0.0271	0.0214	0.0178	0.0154	0.0136	0.0120	0.0107	0.0105		
$D(imf_7)$	0.0217	0.0218	0.0209	0.0204	0.0201	0.0195	0.0190	0.0188	0.0184	0.0171		
$D(imf_8)$	0.0255	0.0257	0.0260	0.0250	0.0249	0.0246	0.0242	0.0238	0.0233	0.0221		
	m = 11	m = 12	m = 13	m = 14	m = 15	m = 16	m = 17	m = 18	m = 19	m = 20		
D(original)	2.6887	2.7133	2.7462	2.7366	2.7132	2.6842	2.6588	2.6294	2.5778	2.5644		
$D(imf_1)$	0.0144	0.0158	0.0174	0.0188	0.0202	0.0215	0.0231	0.0245	0.0263	0.0275		
$D(imf_2)$	2.2076	2.1904	2.1578	2.1289	2.0894	2.0806	2.0132	1.9524	1.9114	1.8536		
$D(imf_3)$	0.0176	0.0164	0.0155	0.0147	0.0148	0.0138	0.0122	0.0136	0.0133	0.0135		
$D(imf_4)$	0.0163	0.0157	0.0159	0.0160	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143	0.0139	0.0134		
$D(imf_5)$	0.0160	0.0154	0.0149	0.0144	0.0138	0.0135	0.0132	0.0125	0.0122	0.0119		
$D(imf_6)$	0.0115	0.0114	0.0110	0.0108	0.0105	0.0101	0.0115	0.0093	0.0900	0.0088		
$D(imf_7)$	0.0163	0.0158	0.0153	0.0149	0.0145	0.0142	0.0139	0.0136	0.0133	0.0131		
$D(imf_8)$	0.0211	0.0202	0.0194	0.0188	0.0183	0.0180	0.0177	0.0174	0.0172	0.0165		
表 2 Data1–Data6 的预测误差均方根比较												
Model	RMSE: Da	ta1 RM	SE: Data2	RMSE	E: Data3	RMS: EI	Data4 H	RMSE: Dat	a5 RMS	SE: Data6		
ANN	1.03040		1.2177	1.5	3304	1.098	32	1.46245		1.1845		
混沌预测	0.9312		1.0665	1.1	1042	1.213	1	1.2917		1.2027		
小波 ANN	0.5473		0.7642	0.9	9395	0.801	4	1.1146		0.9841		

5 结论

本文方法

0.1770

0.3057

本文应用 EMD 算法和混沌分析, 针对中国股票市场, 提出了一种动态递归神经网络结构, 提高了单步 预测模型的精度, 并应用该方法对上证综合指数、深证成份指数的对数日收益率以及其他 4 支股票日收盘价 进行了预测. 实验结果表明: 该方法在预测上指和深指的对数日收益率时, 效果较好, 长程预测和短程预测的 精度都比较高; 在预测单支股票的日收盘价时, 短程预测的精度较高、误差较小, 而长程预测误差较大、精度 较差. 总体来说, 本文方法是有效的, 和一些常用预测算法相比, 效果有一定的改善.

0.8337

0.7465

0.9617

0.8993

参考文献

- 高红兵,潘瑾,陈宏民. 我国证券市场混沌的判据 [J]. 系统工程, 2000, 18(6): 28-32.
 Gao H B, Pan J, Chen H M. Judgement of chaos in our securities market[J]. Systems Engineering, 2000, 18(6): 28-32.
- [2] 徐梅,张世英. 基于小波分析的金融波动分析 [J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(2): 1-9.
 Xu M, Zhang S Y. Analysis of financial volatility based on wavelet analysis[J]. Systems Engineering Theory & Practice, 2005, 25(2): 1-9.
- [3] Peters E E. Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory Investment and Economics[M]. New York: John Wiley and Sons, 1996.
- [4] Soltani S. On the use of the wavelet decomposition for time series prediction[J]. Neurocomputing, 2002, 48(1): 267–277.
- [5] 郑丕谔, 马艳华. 基于 RBF 神经网络的股市建模与预测 [J]. 天津大学学报, 2000, 33(4): 483-486.
 Zheng P E, Ma Y H. RBF neural network-based stocks market modeling and forecasting[J]. Journal of Tianjin University, 2000, 33(4): 483-486.
- [6] 姚洪兴, 盛昭瀚, 陈洪香. 股市预测中的小波神经网络方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(6): 33-38. Yao H X, Sheng Z H, Chen H X. Method of the wavelet neural network in the prediction of stock market[J].

Systems Engineering — Theory & Practice, 2002, 22(6): 33–38.

- [7] Yoshinori K, Shozo T. Prediction of stock trends by using the wavelet transform and the multi-stage fuzzy inference system optimized by the GA[J]. IEICE Trans Fundamentals, 2000, E83-A(2): 357–366.
- [8] Tewfiki A H. On the optimal choice of a wavelet for signal representation[J]. IEEE Trans Information Theory, 1992, 38(2): 747–765.
- [9] Huang N E, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A, 1998, 454: 903–995.
- [10] Huang N E. A new view of nonlinear water waves The Hilbert spectrum[J]. Ann Rev Fluid Mech, 1999, 31(1): 417–457.
- [11] 杨宇, 于德介, 程军圣. 基于 EMD 与神经网络的滚动轴承故障诊断方法 [J]. 振动与冲击, 2005, 24(1): 85-88. Yang Y, Yu D J, Cheng J S. Roller bearing fault diagnosis method based on EMD and neural network[J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24(1): 85-88.
- [12] Han M, Xi J H, Xu S G, et al. Prediction of chaotic time series based on the recurrent network[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2004, 52(12): 3409–3416.
- [13] Rosenstein M T, Collins J J, De Luca C J. A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets[J]. Physica D, 1993, 65: 117–134.
- [14] 张旭淘, 贺国光, 卢字. 一种在线实时快速地判定交通流混沌的组合算法 [J]. 系统工程, 2005, 23(9): 42–45. Zhang X T, He G G, Lu Y. A combined algorithm for real-time on-line rapid identification of the chaos in traffic flow[J]. Systems Engineering, 2005, 23(9): 42–45.
- [15] 顾圣士, 王志谦, 程极泰. 太阳黑子数时间序列的分形研究及预测 [J]. 应用数学和力学, 1999, 20(1): 81-86. Gu S S, Wang Z Q, Cheng J T. The fractal research and predicating on the time series of sunspot relative number[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1999, 20(1): 81-86.
- [16] Weigend A S, Huberman B A, Rumelhart D E. Predicting the future: A connectionist approach[J]. International Journal of Neural System, 1990, 1(3): 193–209.
- [17] Parlos A G, Rais O T, Atiya A F. Multi-step-ahead prediction using dynamic recurrent neural networks[J]. Neural Network, 2003, 13(7): 765–786.
- [18] Williams R J, Zipser D. A learning algorithm for continually running fully recurrent neural networks[J]. Neural Computation, 1989, 1(2): 270–280.
- [19] Geva A B. Scalenet-multiscale neural-network architecture for time series prediction[J]. IEEE Trans on Neural Network, 1998, 9(6): 1471–1482.
- [20] 吴斌哲, 马红孺. 上证综指的概率密度分布和自相关特性的分析 [J]. 上海交通大学学报, 2008, 42(1): 147–151.
 Wu B Z, Ma H R. Probability distribution and time-correlation of Shanghai stock exchange composite index[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2008, 42(1): 147–151.
- [21] 都国雄, 宁宣熙. 我国上证综指波动率的统计特性分析 [J]. 东南大学学报: 哲学社会科学版, 2007, 9(5): 32–35. Du G X, Ning X X. Statistical properties of the volatility of Chian's stock index in Shanghai[J]. Journal of Southeast University: Philosophy and Social science, 2007, 9(5): 32–35.
- [22] 时晶晶, 李汉东. 深证成指日收益率波动的实证研究 [J]. 北京师范大学学报: 自然科学版, 2006, 42(6): 646-648. Shi J J, Li H D. The empirical research on the volatility of the daily benefit of ingredient indexes of Shenzhen stock market[J]. Journal of Beijing Normal University: Natural Science, 2006, 42(6): 646-648.