

# 血管低温保存全过程的热应力分析\*

雷冬, 赵建华, 田利安

(中国科学技术大学力学和机械工程系, 安徽合肥 230027)

**摘要:** 计算机模拟了横观各向同性血管模型在低温保存全过程中的热应力分布. 结果表明, 血管在复温刚开始阶段, 血管外表面处出现一个显著的大应力峰, 此时血管为理想线弹性体, 容易导致沿截面的脆断. 而在降温阶段, 血管虽然也出现大的应力峰, 但此时血管为粘弹性体, 并不一定会发生断裂. 数值模拟的结果与有关实验现象比较吻合.

**关键词:** 血管; 低温保存; 热应力

**中图分类号:** TB330.1      **文献标识码:** A

## 0 引言

对于日渐多发的心血管疾病, 冠状动脉旁通血管移植在缓解心绞痛、防止心肌梗塞以及延长患者生命等方面相当有效. 由于适合移植的新鲜的自身胸动脉血管来源有限, 大大限制了临床使用. 利用低温保存的动脉血管作为替代物, 建立相应的血管库, 则可以充分保证临床手术的需要. 血管低温保存的实现关键在于解决血管在低温保存过程中的低温损伤问题. 血管的低温损伤有多个方面, 其中冰晶的形成会导致细胞的损伤和死亡<sup>[1,2]</sup>是最重要的损伤之一. 另外, 低温保存的血管在表面经常会出现的一些裂纹甚至断裂的宏观损伤<sup>[3,4]</sup>, 热应力是导致这种损伤的重要因素之一. 最近的一些试验<sup>[3]</sup>还发现血管低温保存过程中的致命性断裂往往发生在复温的开始阶段.

很多研究者进行了血管低温保存过程的热应力分析和数值模拟<sup>[5~11]</sup>. 在模拟过程中, 他们多采用各向同性的空心圆筒模型, 因为没有相应的血管力学性能参数, 所以只能用冰和水的参数来分别代替冻结和未冻结血管的力学性能参数.

我们通过对家兔血管低温力学性能的测试得到了相应的力学参数<sup>[12]</sup>, 同时发现血管轴向和周向的模量相差较大. 因此, 本文采用横观各向同性的空心圆筒模型对血管低温保存的全过程进行热应力分析, 数值计算中使用了最近测试得到的力学参数.

\* 收稿日期: 2002-12-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目( No. 59976041 )

作者简介: 雷冬, 男, 1978年生, 博士研究生. E-mail: leidong@mail.ustc.edu.cn

## 1 分析过程

### 1.1 沿血管壁的温度分布

由于问题的轴对称性,这里的传热问题是一维导热问题,在柱坐标下的热传导方程为

$$\rho \frac{\partial(cT)}{\partial t} = \nabla(k \nabla T) \quad R_i < r < R_o, t > 0 \quad (1)$$

其中,  $\rho, c, k, T$  分别为密度、比热、热导率和温度(  $^{\circ}\text{C}$  );  $r$  为径向坐标;  $R_i, R_o$  分别为血管内外半径;  $t$  为时间;

边界条件为

$$T(R_i, t) = T(R_o, t) = g(t) \quad (2)$$

其中  $g(t)$  为环境温度或控制温度;

初始条件为

$$T(r, 0) = T_o \quad R_i \leq r \leq R_o \quad (3)$$

因为血管是个多成分复杂体,它的相变是在一个温度区间(大约为  $0$  到  $-20$   $^{\circ}\text{C}$ )完成的. 为了描述冷冻过程中血管的冻结率,采用冻结率  $f$  与温度的关系为<sup>[13]</sup>

$$f(T) = 1 - \exp(0.25T) \quad -20^{\circ}\text{C} \leq T \leq 0^{\circ}\text{C} \quad (4)$$

假设在相变发生的温度区段内,血管的比热、热导率和密度随冻结率(及其一阶倒数,对比热)都呈线性变化<sup>[11]</sup>,即

$$c = (1-f)c_{pu} + fc_{pi} - L \frac{df}{dT} \quad (5)$$

其中  $c_{pu}, c_{pi}, L$  分别为水比热、冰比热和相变潜热

$$k = (1-f)k_u + fk_i \quad (6)$$

$$\rho = (1-f)\rho_u + f\rho_i \quad (7)$$

其中  $k_u, k_i, \rho_u, \rho_i$  分别为水热导率、冰热导率、水密度和冰密度.

对(1)式进行在点  $(r_i, t_{i+1})$  处的有限差分离散,得到

$$-aT_{i-1,j+1}r_{i-1/2} + (ar_{i-1/2} + ar_{i+1/2} + r_i)T_{i,j+1} - aT_{i+1,j+1}r_{i+1/2} = r_i T_{i,j} \quad (8)$$

其中  $a = (k\Delta t)/(\rho c\Delta r^2)$  初始条件为

$$T(r_i, 0) = T_o \quad (9)$$

边界条件为

$$T(R_i, t_i) = T(R_o, t_i) = g(t_i) \quad (10)$$

假定血管低温保存过程为:血管从某一初始温度  $T_o$  开始,以一定的降温速率  $V$ ,下降至温度  $T_s$ ,并在该温度经过一段时间保存,最后直接置于环境温度或水域温度  $T_l$  中复温. 于是可以给出血管低温保存整个过程的控制温度为

$$\left. \begin{aligned} g(t_i) &= T_o && \text{初始温度} \\ g(t_i) &= T_o - V\Delta T && \text{降温阶段} \\ g(t_i) &= T_s && \text{保温阶段} \\ g(t_i) &= T_l && \text{复温阶段} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

将控制温度(11),条件(9)、(10)带入方程组(8)即可解得血管在低温保存和复温过程中各个时间的温度分布.

## 1.2 血管内的应力分布

血管在温度环境中的变形近似为无限长空心圆筒平面应变问题. 柱坐标下平衡方程为

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (12)$$

其中  $\sigma_r$  为径向应力,  $\sigma_\theta$  为周向应力.

假定血管材料为横观各向同性线弹性材料, 同时考虑温度的影响, 于是应力-应变关系为

$$\varepsilon_r - aT = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu\sigma_\theta) - \frac{\nu'}{E'}\sigma_z \quad (13-a)$$

$$\varepsilon_\theta - aT = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu\sigma_r) - \frac{\nu'}{E'}\sigma_z \quad (13-b)$$

$$\varepsilon_z - aT = -\frac{\nu}{E}(\sigma_\theta + \sigma_r) + \frac{1}{E'}\sigma_z \quad (13-c)$$

其中,  $E$  为径向和周向的模量(血管横截面内任何方向的模量),  $E'$  为轴向的模量,  $\nu$  为径向和周向的泊松比,  $\nu'$  为轴向的泊松比;  $\sigma_r, \varepsilon_r, \sigma_\theta, \varepsilon_\theta, \sigma_z, \varepsilon_z$  分别为径向、周向和轴向的应力、应变;  $a$  为热膨胀系数. 根据参考文献[5], 血管的相变是在一个温度区间[ $0 \rightarrow -20^\circ\text{C}$ ]完成的, 所以, 定义  $a$  为<sup>[14]</sup>

$$a(T) = \frac{1}{3}\Phi \frac{df}{dT} \quad 0 \geq T \geq -20^\circ\text{C}$$

$$a(T) = 5.63 \times 10^{-5} + 2.528 \times 10^{-7}T \quad T < -20^\circ\text{C}$$

其中  $\Phi$  为相变的体积变化率, 取 0.083,  $f$  为冻结率.

几何方程为

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (14-a)$$

其中,  $u$  为位移;

边界条件为

$$\sigma_r = 0 \quad r = R_0, \quad r = R_1 \quad (14-b)$$

无限长圆筒模型的平面应变问题有

$$\varepsilon_z = 0 \quad (14-c)$$

将(14-c)代入(13-c), 并利用横观各向同性的关系  $\nu'/E' = \nu/E$ , 得到

$$\sigma_z = \nu'(\sigma_r + \sigma_\theta) - aE'T \quad (15)$$

将(15)代入(13-a)、(13-b), 得到

$$\varepsilon_r - (1 + \nu')aT = \left(\frac{1}{E} - \frac{\nu'^2}{E'}\right) \left[\sigma_r - \frac{E'\nu + E\nu'^2}{E' - E\nu'^2}\sigma_\theta\right] \quad (16-a)$$

$$\varepsilon_\theta - (1 + \nu')aT = \left(\frac{1}{E} - \frac{\nu'^2}{E'}\right) \left[\sigma_\theta - \frac{E'\nu + E\nu'^2}{E' - E\nu'^2}\sigma_r\right] \quad (16-b)$$

在(16)中, 引入记号:

$$(1 + \nu')a = t_1, \quad \frac{1}{E} - \frac{\nu'^2}{E'} = t_2, \quad \frac{E'\nu + E\nu'^2}{E' - E\nu'^2} = t_3$$

然后代入(14-a)及(12)中,得到位移

$$u = (1 + t_3)t_1 \frac{1}{r} \int_{R_I}^r T r dr + C_1 r + \frac{C_2}{r} \quad (17)$$

其中,  $C_1, C_2$  为两个待定参数;

代回(13),得到

$$\sigma_r = -\frac{t_1}{t_2} \frac{1}{r^2} \int_{R_I}^r T r dr + \frac{1}{t_2(1-t_3^2)} \left[ C_1(1+t_3) - C_2(1-t_3) \frac{1}{r^2} \right] \quad (18-a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{t_1}{t_2} \frac{1}{r^2} \int_{R_I}^r T r dr + \frac{1}{t_2(1-t_3^2)} \left[ C_1(1+t_3) + C_2(1-t_3) \frac{1}{r^2} \right] - \frac{t_1}{t_2} T \quad (18-b)$$

$$\sigma_z = \left[ -\frac{t_1}{t_2} T + \frac{2C_1(1+t_3)}{t_2(1-t_3^2)} \right] \nu' - aE'T \quad (18-c)$$

将(18-a)代入(14-b),得到参数

$$C_1 = \frac{(1-t_3)t_1}{R_o^2 - R_I^2} \int_{R_I}^{R_o} T r dr \quad (19-a)$$

$$C_2 = \frac{(1+t_3)t_1 R_I^2}{R_o^2 - R_I^2} \int_{R_I}^{R_o} T r dr \quad (19-b)$$

将(19)代入(18),得到

$$\sigma_r = \frac{t_1}{t_2} \left[ \frac{r^2 - R_I^2}{R_o^2 - R_I^2} \frac{1}{r} \int_{R_I}^{R_o} T r dr - \frac{1}{r^2} \int_{R_I}^r T r dr \right] \quad (20-a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{t_1}{t_2} \left[ \frac{r^2 + R_I^2}{R_o^2 - R_I^2} \frac{1}{r} \int_{R_I}^{R_o} T r dr + \frac{1}{r^2} \int_{R_I}^r T r dr - T \right] \quad (20-b)$$

$$\sigma_z = \frac{t_1}{t_2} \nu' \left[ \frac{2}{R_o^2 - R_I^2} \int_{R_I}^{R_o} T r dr - T \right] - aE'T \quad (20-c)$$

将第一部分计算的各个时刻温度分布的数值结果代入到(20)中,即可解得各个方向的应力分布。

## 2 计算结果

计算过程中使用的热物性参数<sup>[14]</sup>和力学参数<sup>[12]</sup>:

比热( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ):未冻结 4.218、冻结 2.12;

热导率( $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ):未冻结 0.561、冻结 2.24;

密度( $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ):未冻结 1.00、冻结 0.917;

潜热( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ ):333.5;

泊松比:0.33;

弹性模量(GPa):轴向 1.3、周向 0.4。

模拟的低温保存和复温过程为,血管从  $0^\circ\text{C}$  开始,以  $5^\circ\text{C}/\text{min}$  的降温速率降温至  $-120^\circ\text{C}$ ,然后在  $-120^\circ\text{C}$  保温 1000 s 之后,置于  $0^\circ\text{C}$  的环境温度复温。假定环境和血管内、外表面的热交换为理想过程,整个控制温度如图 1 所示。

血管计算模型内、外半径分别取 4 mm 和 5 mm, 在厚度为 1 mm 的血管壁上取 50 个网格点进行差分计算, 得到如下结果.

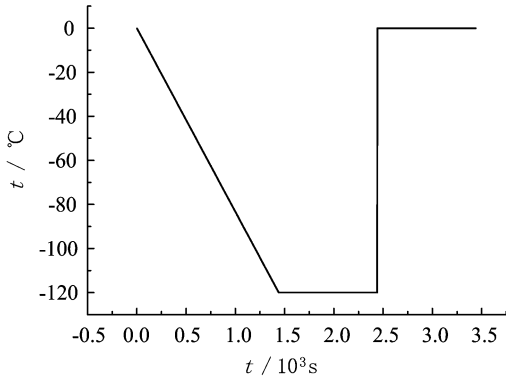


图 1 控制温度

Fig. 1 Controlled Temperatures

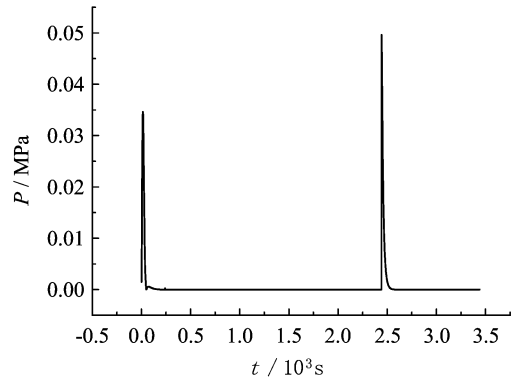


图 2 径向最大应力随时间的变化

Fig. 2 Variation of the highest radius stress as a function of time

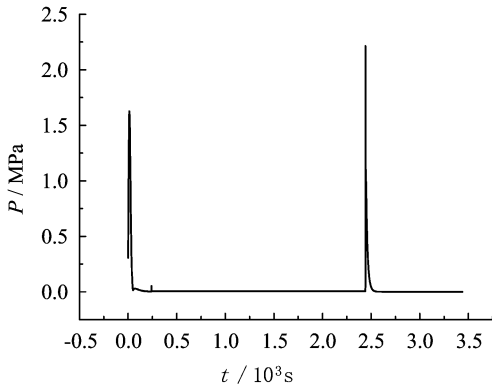


图 3 周向最大应力随时间的变化

Fig. 3 Variation of the highest circumferential stress as a function of time

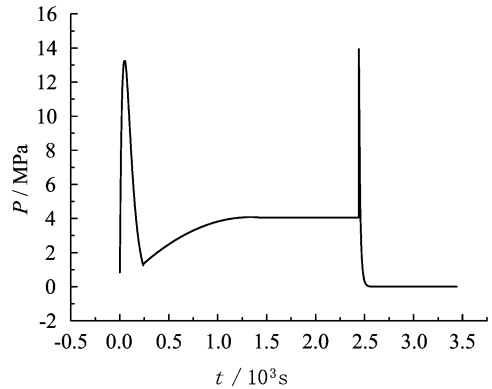


图 4 轴向最大应力随时间的变化

Fig. 4 Variation of the highest axial stress as a function of time

### 3 结果讨论

图 2、3、4 表明, 在血管低温保存的整个过程中, 轴向应力始终明显高于周向和径向的应力, 因此血管将发生沿周向的开裂或断裂.

图 4 表明血管在降温 and 复温过程中分别出现一个应力高峰, 说明血管在降温和复温过程中应该有两个比较危险的时刻, 这两个时刻分别为降温过程中的某一时刻和复温过程刚开始的瞬间. 图 5 和图 6 分别为这两个时刻的轴向应力分布. 从图中可以看到, 这两个时刻轴向应力最大处血管温度分别为  $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$  和  $-120\text{ }^{\circ}\text{C}$  左右. 我们的实验<sup>[12]</sup>得到了  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  和  $-120\text{ }^{\circ}\text{C}$  时血管轴向应力应变曲线(图 7 和图 8). 当血管温度为  $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$ (其力学性质与  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  相近)时, 血管还未冻结(冻结温度为  $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$  左右<sup>[12]</sup>), 处于粘弹性状态. 此时血管受到一个瞬

的轴向高应力,而且这个瞬时应力很快就降下来了.由于血管粘弹性的影响,血管此时不一定会发生断裂.

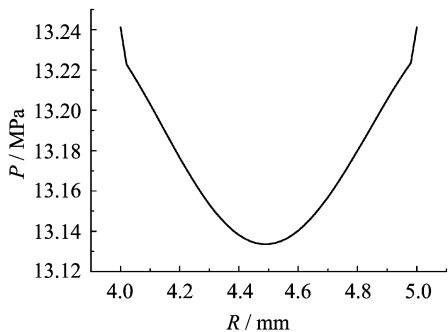


图 5 轴向应力最大值达到第一个峰的时刻 (降温过程中的某一时刻)轴向应力分布

Fig. 5 The axial stress distribution when the axial stress first appeared the highest (at a moment during the freezing process)

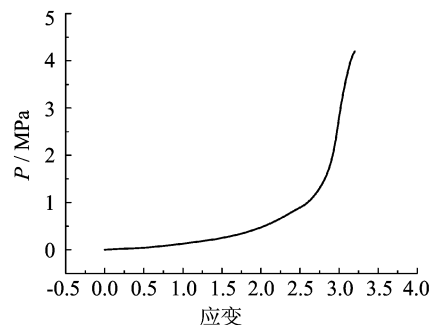


图 7 温度为 0 °C 时血管的应力-应变实验曲线

Fig. 7 The experimental stress-strain curve at 0 °C

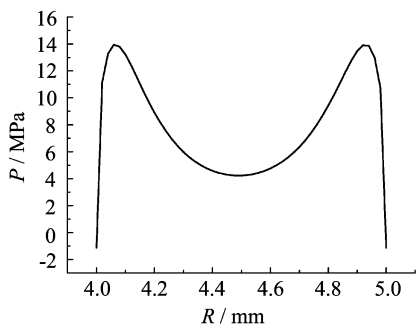


图 6 轴向应力最大值达到第二个峰的时刻 (复温过程刚开始的瞬间)轴向应力分布

Fig. 6 The axial stress distribution when the axial stress secondly appeared the highest (at a moment during the thawing process)

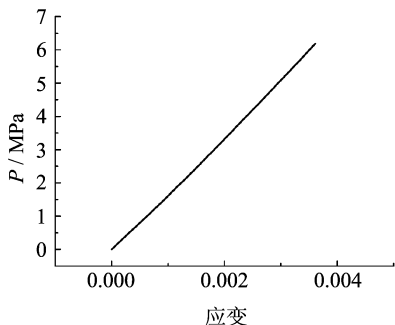


图 8 温度为 -120 °C 时血管的应力-应变实验曲线

Fig. 8 The experimental stress-strain curve at -120 °C

在 -120 °C 时,血管基本上是冻结的,而且断裂应变也非常小,只有 0.4% 左右,这个时候出现一个大应力,虽然也是瞬时的,但冻结的血管是理想的弹性体,因此是比较容易发生脆断的. Pegg<sup>[6]</sup>的实验研究中也发现,血管进行低温保存的过程中,降温阶段会出现塑性变形,但断裂往往发生在解冻刚刚开始的时候,而不是通常所预料的冷冻阶段.这个实验的结果与我们的数值分析非常的吻合.因此我们认为,在血管低温保存的方法研究中,更要注重复温过程的研究,以提出更合理的复温方法,得到更科学的血管低温保存技术.

参 考 文 献

[ 1 ] 华泽钊. 低温生物医学技术[ M ]. 北京 : 科学出版社. 1 994, 20-45,149-152.  
 [ 2 ] Bateson E A J, Pegg D E. Cryopreservation of arteries[ J ]. Cryo-Letters, 1994, 15: 15-26.  
 [ 3 ] Hunt C J, Song Y C, Bateson E A J, Pegg D E. Fractures in cryopreserved arteries[ J ]. Cryobiology, 1994,31 :506-515.  
 [ 4 ] Song Y C, Pegg D E, Hunt C J. Cryopreserva-

- tion of the common carotid artery of the rabbit: Optimization of dimethyl sulfoxide concentration and cooling rate[ J ] . *Cryobiology*, 1995,32: 405-421.
- [ 5 ] 华泽钊等. 血管冷冻过程热应力和断裂的分析方法[ J ] , *中国科学( E )*, 2001,31( 2 ): 123-127.
- [ 6 ] Pegg D E. Problems in the cryopreservation of tissues and organs[ J ] . *Cryobiology*, 1996,33 ( 6 ): 658-659.
- [ 7 ] Rubinsky B, Cravalho E G, Mikic B. Thermal stress in frozen organs [ J ] . *Cryobiology*, 1980,17: 66-73.
- [ 8 ] Rubinsky B. Thermal stress during solidification[ J ] . *ASME Journal of Heat Transfer*, 1982,104: 196-199.
- [ 9 ] Lin S, Gao D Y, Yu X C. Thermal stress induced by water solidification in a cylindrical tube[ J ] . *ASME Journal Heat Transfer*, 1990, 112: 1079-1082.
- [ 10 ] Gao D Y, Lin S, Watson P F, Critser J K. Fracture phenomena in an isotonic salt solution during freezing and their elimination using glycerol[ J ] . *Cryobiology*, 1995,32: 270-284.
- [ 11 ] Rabin Y, Steif P S. Analysis of thermal stresses around cryosurgical probe[ J ] . *Cryobiology*. , 1996,33:276-290.
- [ 12 ] 雷冬,赵建华等. 家兔颈总动脉血管低温力学性能的实验研究[ J ] . *实验力学*, 2003,18 ( 2 ): 205-210.
- [ 13 ] Shi X, Datta A K. Mechanical property changes during freezing of a biomaterial[ J ] . *Transaction of the ASAE*. , 1998,41( 5 ): 1407-1414.
- [ 14 ] S Fukusako. Thermophysical properties of ice, snow and sea ice[ J ] . *International Journal of Thermophysics*, 1990,11( 2 ): 353-372.

## Analysis of Thermal Stresses Around the Whole Process of Artery Cryopreservation

LEI Dong, ZHAO Jian-hua, TIAN Li-an

( Dept. of Modern Mechanics, USTC, Hefei 230027, China )

**Abstract:** Thermal stresses around the whole process of artery cryopreservation were analyzed by means of computer simulation. The results indicate that in freezing stage many microcracks would appear but would not bring on fractures, and severe fractures often form at the early stages of thawing, at which time a very high stress appears on the artery surface. These results could clarify many experimental phenomena in artery cryopreservation.

**Key words:** rabbit; cryopreservation; thermal stress