

各向异性固体层的声反射和透射谱*

邵继红¹, 吴昆裕²

(1. 安徽理工大学数理系, 淮南 232001; 2. 中国科学技术大学电子工程与信息科学系, 合肥 230027)

摘要:考虑到由流体斜入射到各向异性固体时超声波模式转换的一般情况,研究了浸没于流体中一般各向异性固体层状材料的声反射和透射问题,给出了问题的求解方法,得到各向异性固体层的声反射和透射系数是介质参数,固体层取向和厚度,入射角及入射波频率的函数,给出了从流体斜入射到正交复合材料板上的声反射和透射谱的数值解例.

关键词:超声;流体;各向异性固体层;反射和透射谱

中图分类号: O422.7 **文献标识码:** A

0 引言

由于材料科学的迅速发展,许多新型的各向异性固体层状材料在工程上获得越来越重要的应用,客观上需要建立各向异性固体层状材料的无损评价理论方法.用各向异性固体层状介质的声反射和透射系数极值确定其声导波模传播特性已成为一种有效的超声无损检测实验方法^[1],各向异性层状固体介质的声反射和透射谱理论对声成像,水声及地声研究也有应用意义.各向异性固体介质中声传播的一般理论已较好地建立^[2,3],但浸没于流体中任意取向的一般各向异性固体层状介质上的声反射和透射问题由于理论表述的复杂和计算困难而很少论及^[4~6].本文以各向异性固体中的声传播理论为基础,计算超声由流体斜入射到一般各向异性固体层上的声反射和透射谱,此方法可用于任何对称类型的各向异性固体,可选取任意取向的各向异性固体表面做为液-固界面.

1 求解方法

为计算声波从流体斜入射到任意取向的各向异性固体层上的反射和透射系数,可首先对各向异性固体介质的弹性参数做坐标变换,一般最多经过三次所谓的 Bond 坐标变换^[2],即可将各向异性固体的任意取向表面做为液-固界面,这样不失普遍性并使计算得到简化.在我们的问题中,取坐标变换后的 $x-z$ 面做为声波的入射面(如图1所示), $z=0$, d 为流体与各向异性固体层的界面.当声波从流体向各向异性固体斜入射时,在各向异性固体中一般

* 收稿日期:2003-01-25

基金项目:南京大学近代声学国家重点实验室(0006)资助项目

作者简介:邵继红,女,1964年生,副教授. E-mail: jhshao@aust.edu.cn

会激发三种波:一种准纵波 (QL),两种准切变波 (QS_1, QS_2). 忽略简谐时间因子, 流体中的

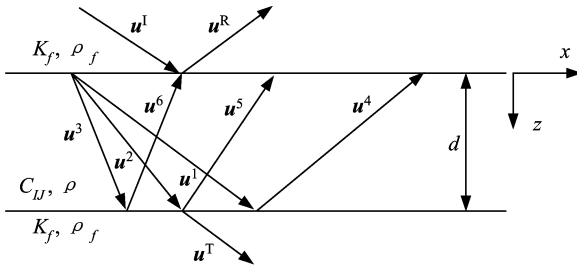


图 1 超声在各向异性固体层上的反射和透射

Fig. 1 Reflection and transmission of ultrasonic waves at general anisotropic solid layer

入射波(设为单位振幅), 反射波和透射波的位移函数可表为:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}^I &= \mathbf{a}^I \exp[-j(k_x x + k_z z)] \\ \mathbf{u}^R &= R \mathbf{a}^R \exp[-j(k_x x - k_z z)] \\ \mathbf{u}^T &= T \mathbf{a}^T \exp[-j(k_x x + k_z z)] \end{aligned} \right\} (1)$$

式中 R, T 为反射波和透射波的振幅, $\mathbf{a}^I, \mathbf{a}^R, \mathbf{a}^T$ 为入射波, 反射波和透射波的偏振矢量; 各向异性固体层中的部分波位移函数可表为:

$$\mathbf{u}^i = A^i \mathbf{a}^i \exp[-j(k_x x + k_z^i z)], \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6. \quad (2)$$

式中 A^i, \mathbf{a}^i, k_z^i 分别是各向异性固体层中的部分波位移振幅, 偏振矢量和波矢 z 分量. 各向异性固体层中的应力张量可表为:

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} = [C'_{IJ}] \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ 0 \\ \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

解下面形式的 Christoffel 方程可求得各向异性固体层中部分波波矢的 z 分量.

$$\begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 & 0 & k_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_z & 0 & k_x \\ 0 & 0 & k_z & 0 & k_x & 0 \end{bmatrix} [C'_{IJ}] \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_z \\ 0 & k_z & 0 \\ k_z & 0 & k_x \\ 0 & k_x & 0 \end{bmatrix} - \rho \omega^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 0. \quad (4)$$

展开方程(4)可导至关于 k_z 的六次方程, 由此可求得 k_z 的六个解. 为确定各向异性固体中部分波的传播方向, 需按下式计算各部分波 Poynting 声能流矢量的 z 分量:

$$p_z = -\frac{1}{2} j \omega (u_x^* T_5 + u_y^* T^4 + u_z^* T_3), \quad (5)$$

然后再求解下面形式的 Christoffel 方程, 可得到各向异性固体中部分波的偏振矢量

$$(k_{il} C_{IJ} K_{Jj} - \rho \omega^2 \delta_{ij}) u_j = 0. \quad (6)$$

式中 $k_{il} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 & 0 & k_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_z & 0 & k_x \\ 0 & 0 & k_z & 0 & k_x & 0 \end{bmatrix}$, k_{Jj} 是 k_{il} 的转置, 这样就得到了各向异性固体层中的部分波解. 本声反射透射谱问题的边界条件是法向位移连续和界面上应力矢量平衡, 即:

当 $z = 0$

$$\left. \begin{aligned} u_z^I + u_z^R &= \sum_{i=1}^6 u_z^i, \\ T_3^I + T_3^R &= \sum_{i=1}^6 T_3^i, \\ \sum_{i=1}^6 T_J^i &= 0, \quad J = 4, 5 \end{aligned} \right\} \quad (7a)$$

当 $z = d$

$$\left. \begin{aligned} u_z^T &= \sum_{i=1}^6 u_z^i, \\ T_3^T &= \sum_{i=1}^6 T_3^i, \\ \sum_{i=1}^6 T_J^i &= 0, \quad J = 4, 5 \end{aligned} \right\} \quad (7b)$$

将各向异性固体层中的部分波位移解连同流体中入射波反射波和透射波位移表达式 (1) 代入边界条件 (7a、7b), 可得一组关于入射波, 反射波和透射波位移振幅的非齐次线性方程组, 解此非齐次线性方程组, 即可求得位移振幅反射系数 R 和透射系数 T , 再计算相关部分波的 Poynting 能流矢量, 易将位移振幅反射系数 R 和透射系数 T 转换为声能量反射和透射系数, 并可计算声能量反射和透射系数随入射角, 各向异性固体层厚度及入射波频率等条件的变化关系.

2 数值计算例

编写了计算浸没于流体的一般各向异性固体层上声反射和透射系数的 Fortran 数值程序. 对从流体斜入射到正交对称复合材料板上的声能量反射和透射谱做了数值计算. 计算中 (以实用单位制) 取水的密度 $\rho_0 = 1\,000$, 声速 $c_0 = 1\,500$; 正交复合材料的弹性参数为: $\rho_s = 1\,407$, $C_{11} = 4.73 (\times 10^{10})$, 下同), $C_{12} = 2.81$, $C_{13} = 0.786$, $C_{22} = 3.66$, $C_{23} = 0.375$, $C_{33} = 0.954$, $C_{44} = 0.29$, $C_{55} = 0.344$, $C_{66} = 1.82^{[7]}$. 图 2 给出了频率层厚积 $fd = 2$ MHz. mm 时, 水中正交复合材料板的声能量 (a) 反射系数, (b) 反射系数相位, (c) 声能量透射系数和入射角的关系. 由图可见, 在入射角 $\theta_i = 9^\circ, 17.5^\circ, 51^\circ$ 处, 反射系数有极小值, 透射系数有极大值, 反射系数相位有突变, 表明在这种情况下可在正交复合材料板中激发广义 Lamb 波. 图 3 给出了当入射角 $\theta_i = 15^\circ$ 时, 水中正交复合材料板的声能量 (a) 反射系数, (b) 反射系数相位, (c) 声能量透射系数和频率层厚积 fd 的关系. 由图可知, 反射系数有一系列极小值, 这相

应于可激发相速相同但不同模式的广义 Lamb 波. 上述全部数值计算结果均经受了能量守

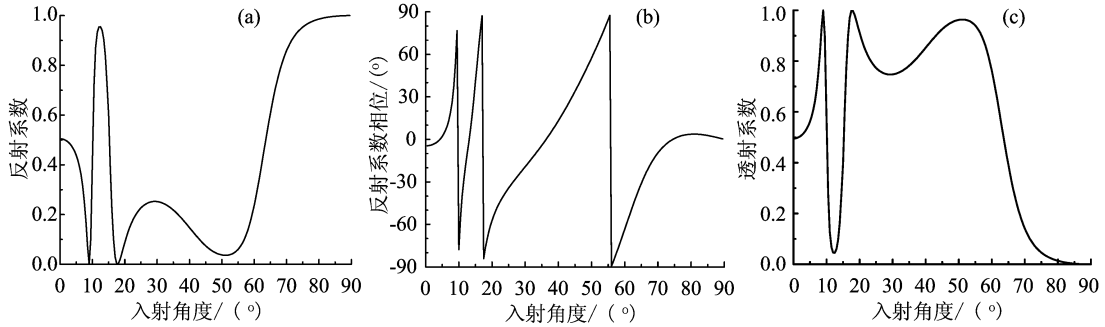


图 2 $fd = 2 \text{ MHz} \cdot \text{mm}$ 时, 正交复合材料板的 (a) 反射系数、(b) 反射系数相位、(c) 透射系数和入射角的关系

Fig. 2 At $fd = 2 \text{ MHz} \cdot \text{mm}$, the dependence of reflection coefficient (a), reflection coefficient phase (b) and transmission coefficient (c) on the incident angle for a fluid-loaded orthorhombic composite plate

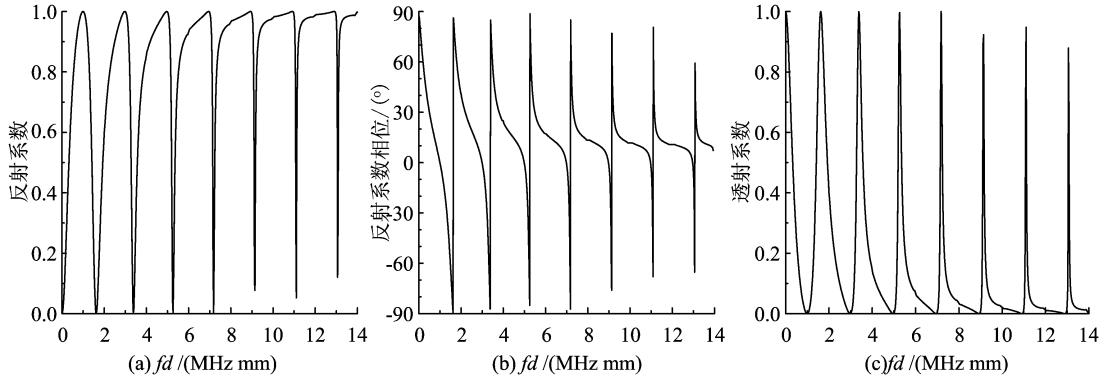


图 3 $\theta_i = 15^\circ$ 时, 正交复合材料板的 (a) 反射系数、(b) 反射系数相位、(c) 透射系数和 fd 的关系

Fig. 3 At $\theta_i = 15^\circ$, the dependence of reflection coefficient (a), reflection coefficient phase (b) and transmission coefficient (c) on the fd for a fluid-loaded orthorhombic composite plate

恒规律的检验, 对每一入射条件, 其声能量反射系数和透射系数之和都精确地等于 1, 这也表明数值计算程序的正确性.

3 结论

本文给出了超声由流体斜入射到一般各向异性固体层上声反射和透射问题的求解方法, 此方法可用于任何对称类型的各向异性固体层状材料, 可选取任意取向的各向异性固体表面作为液-固界面, 给出了超声在水和正交对称复合材料界面上声反射和透射问题的数值解例, 流体中各向异性固体层的声反射和透射谱对介质弹性参数, 各向异性固体层取向和厚度, 入射角及入射波频率有较复杂的函数关系. 声反射谱极小值, 透射谱极大值及反射系数相位突变给出了在各向异性固体层中激发广义 Lamb 波的条件, 本文的结果为新型各向异性固体层状材料的超声无损检测提供了一定的理论根据.

参 考 文 献

- [1] Benard A and Deschamps M. Comparison between the dispersion curves calculated in complex frequency and the minima of the reflection coefficients for a embedded layer [J]. J Acoust. Soc. Am. , 2000, 107(2): 793-800.
- [2] Auld B A. Acoustic Fields and Waves in Solids [M]. New York: Wiley-Interscience Publication, 1973, 73-82, 368-371.
- [3] Nayfeh A H. Wave propagation in layered anisotropic media with applications of composites [M]. Amsterdam: Elsevier, 1995.
- [4] Wu Kunyu and Shao Jihong. Generalized leaky Lamb modes in a fluid-loaded orthorhombic symmetry solid layer[J]. Progress in Natural Science, 11 (suppl):123-127.
- [5] Nayfeh A H and Chiment D E. Propagation of guided waves in fluid-coupled plates of fiber-reinforced composite[J]. J Acoust. Soc. Am. , 1988, 85(5): 1 736-1 743.
- [6] 邵继红, 吴昆裕. 超声从液体和各向异性固体界面上的反射和透射[J]. 声学技术, 2002, 21: 10-14.
- [7] Papadakis E P, Patton T, *et al.* The elastic moduli of a thick composite as measured by ultrasonic bulk wave pulse velocity [J]. J Acoust. Soc. Am. , 1991, 89(6): 2 753-2 757.

Reflection and Transmission Spectrum of Sound at Anisotropic Solid Layer

SHAO Ji-hong¹, WU Kun-yu²

(1. Dept. of Mathematics and Physics, Anhui University of Science and Technology, Huainan, 232001)

(2. Dept. of Electronic Engineering and Information Science, USTC, Hefei 230027)

Abstract: Calculation methods are presented for the reflection and transmission spectrum of the ultrasonic waves incident from the fluid onto the general anisotropic solid layer. It is found that the sound reflection and transmission coefficients depend on the media parameters, orientation and thickness of the solid layer, incident angle and sound wave frequency. The examples of numerical solution of the sound reflection and transmission spectrum are obtained for a fluid-loaded orthorhombic symmetry composite materials plate.

Key words: Ultrasonic; fluid; anisotropic solid layer; reflection and transmission spectrum