

# 基于耗散结构理论的差分进化算法\*

牛雪丽, 刘希玉, 魏欣

(山东师范大学 管理与经济学院, 济南 250014)

**摘要:** 差分进化算法是一种新的进化计算技术,为解决其早熟问题,提出了一种基于耗散结构理论的改进差分进化算法。在变异成功的个体数和交叉算子之间建立联系,使变异成功的个体影响交叉算子,提高全局收敛能力。仿真实验表明,通过对三个标准测试函数的测试,并与标准遗传算法和差分进化算法相比,所提出的改进差分进化算法是一种收敛速度快、求解精度高、鲁棒性较强的全局优化算法。

**关键词:** 差分进化算法;耗散结构;海明距离;测试函数

**中图分类号:** TP301.6      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1001-3695(2010)02-0503-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2010.02.027

## Differential evolution based on dissipative structure theory

NIU Xue-li, LIU Xi-yu, WEI Xin

(School of Management & Economics, Shandong Normal University, Jinan 250014, China)

**Abstract:** Differential evolution algorithm is a new evolutionary computation technology. In order to avoid the premature convergence problem, this paper proposed a modified differential evolution algorithm with the dissipative structure theory. Established the relationship between the number of the successfully mutated individuals and the cross operator. So the number of the successfully mutated individuals could affect the cross operator, improved the global search. In test, used three benchmark functions, and compared the performance of the proposed modified differential evolution algorithm with GA and DE. The result demonstrates that it's a powerful global optimization algorithm with rapid convergence rate, high solution quality and robustness.

**Key words:** differential evolution; dissipative structure; Hamming distance; benchmark function

差分进化(differential evolution, DE)算法<sup>[1,2]</sup>是由 R. Storn 和 K. Price 于 1995 提出的一种采用浮点矢量编码,在连续空间中进行随机搜索的优化算法,其原理简单,受控参数少。DE 算法作为一种性能卓越的优化算法正受到日益关注,其应用领域也越来越广<sup>[3~6]</sup>。

DE 算法是根据父代个体间的差分矢量进行变异、交叉和选择操作,与其他进化算法(如遗传算法)一样易陷入局部最优,存在早熟收敛现象。为提高 DE 算法的性能,很多学者提出了改进方法。文献[7]针对差分矢量的缩放因子  $F$  和交叉概率  $CR$  两参数对算法的影响,提出了一种模糊自适应差分进化算法;文献[8]将缩放因子  $F$  由固定数值设计为随机函数,减少了需调整的参数,实现了一个简化的 DE 版本;文献[9]提出了一种双群体伪并行差分进化算法,该算法采用双种群结构提高了 DE 算法的全局搜索能力和收敛速率。

DE 算法的性能与其变异、交叉操作密切相关。针对 DE 算法中过早收敛于目标函数的局部最优解的问题,本文在对耗散结构理论研究的基础上,提出了基于耗散结构的自适应差分进化算法。

### 1 基本差分进化算法

DE 算法同遗传算法(GA)一样,也包括交叉、变异和选择

等进化算子,但与其他进化算法不同的是,DE 算法在随机选择的父代个体间差分矢量的基础上生成变异个体;接着按一定的概率对父代个体与生成的变异个体进行交叉操作,生成实验个体;最后采用贪婪策略在父代个体与实验个体之间进行选择操作,选择具有更佳适应度的个体作为子代个体。

#### 1.1 变异操作

对于每个目标向量  $x_{i,c}, i=1,2,\dots,NP$ ,基本 DE 算法的变异向量如式(1)所示:

$$m_{i,c+1} = x_{r_1,c} + F \cdot (x_{r_2,c} - x_{r_3,c}) \quad (1)$$

其中,随机选择的序号  $r_1, r_2$  和  $r_3$  互不相同。变异算子  $F \in [0, 2]$  是一个实常数因数,控制偏差变量的放大作用。

#### 1.2 交叉操作

DE 算法利用交叉操作来保持种群多样性,则实验向量变为式(2)所示。

$$u_{ij,c+1} = \begin{cases} m_{ij,c+1} & \text{rand}(j) \leq CR \text{ or } j = \text{rand } n(i) \\ x_{ij,c+1} & \text{rand}(j) \leq CR \text{ or } j \neq \text{rand } n(i) \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $\text{rand}(j) \in [0, 1]$  为均匀分布的随机数,  $j$  表示第  $j$  个变量;  $CR$  为交叉概率常数,其大小预先确定;  $\text{rand } n(i) \in [1, 2, \dots, D]$  为随机选择的维数变量索引,以保证实验矢量至少有一维变量由变异矢量贡献。

收稿日期: 2009-06-20; 修回日期: 2009-07-30      基金项目: 山东省信息产业发展专项基金资助项目(2008R00038)

作者简介: 牛雪丽(1984-),女,山东东平人,硕士研究生,主要研究方向为计算智能(shirley-niu@163.com);刘希玉(1964-),男,院长,教授,博导,主要研究方向为计算智能、数据挖掘、电子商务;魏欣(1985-),男,硕士研究生,主要研究方向为计算智能。

### 1.3 选择操作

DE 算法采用“贪婪”选择策略产生子代个体。将试验向量与当前种群中的目标向量  $x_{i,c}$  进行比较,若目标函数要被最小化,那么具有较小目标函数值的向量将被选为子代个体。

## 2 基于耗散结构理论的改进 DE

### 2.1 耗散结构理论

在基于与环境进行能量交换的开放系统中,存在着复杂性不断生长的结构,比利时科学家 I. Prigogine 将其发展为常规的热力学概念——耗散结构<sup>[10]</sup>(dissipative structure)。一个远离平衡的开放体系,通过不断地与外界交换物质和能量,可能从原来的无序状态变为一种时间、空间或功能有序的状态,在这种非平衡状态下的非线性区形成的有序结构就成为耗散结构。这种结构是由于进行不可逆过程时,体系发生能量耗散所导致的。

可以将耗散结构理论引入到差分进化算法中进行分析。系统初始条件为随机选取的个体,即系统处于远离平衡态。通过变异算子,选择的作用使种群向适应度高的方向发展,变异算子为种群的这种发展提供了随机扰动。初始个体和变异算子、交叉算子、选择的作用造就了种群的向前发展,因而形成了一种耗散结构。但是随着进化的不断进行,系统中的不同个体在交叉算子、变异算子、选择的作用下逐渐趋于相同,种群的多样性渐趋于零。随着进化代数的增大,适应值并没有得到改善,使得耗散结构逐渐消失,即缺乏“持续发展”的能力,相当于陷入局部最优。变异和交叉算子对差分进化算法的收敛性起着决定作用,所以可以通过对交叉算子的操作改善上述缺点。当系统耗散结构逐渐消失时,在原来基础上增大交叉概率,相当于与外界进行更多的物质和能量的交换,以促进系统继续向前发展。

### 2.2 变异算子

在本算法中变异算子  $F$  取 0.5,根据两个被选中进行差运算的父代个体的海明距离来决定是否执行变异操作。其中,个体  $x_{2,c}$  随机选择,  $x_{3,c}$  个体选择与  $x_{2,c}$  海明距离最大的个体。当海明距离大于某个阈值  $Pr$  时进行差运算,否则不进行。因为当海明距离较小时,两个个体相似程度太高,变异起不到很好的作用。在初始阶段,  $Pr$  可取较小的值,防止收敛到局部极值,随着进化的进行应逐渐增大,以便在最优值附近进行微调。通过计算成功进行变异操作的个体数在所有根据海明距离选择出来的个体数中所占的比例大小,从而与交叉算子建立联系。定义表示阈值的函数为

$$Pr = 0.5L + 0.5(L + 1)(1 - e^{-\frac{3G}{G_{\text{sum}}}})$$

其中:  $L$  为个体向量的长度;  $G_{\text{sum}}$  为总的进化代数;  $G$  为当前的进化代数。

### 2.3 交叉算子

本算法在对耗散结构理论分析的基础上,将非平衡系统从无序到有序的发展思想应用于差分进化算法,将种群的交叉行

为认为是系统与环境进行能量交换的方式,即构成了一个耗散系统结构。将第  $i$  代的  $n$  个个体存储在  $N \times L$  的矩阵  $A(i)$  中,  $f_j$  表示矩阵第  $j$  行的个体的适应度。用  $CR = 1 - f'(j) + R_m / (10 \times R_i)$  来表示第  $j$  行的交叉概率。其中  $f'(j)$  是适应度不大于  $f_j$  的个体数在个体总数  $n$  中所占的比例;  $R_i$  为所有根据海明距离选择出来的个体数;  $R_m$  为  $R_i$  中海明距离小于阈值  $Pr$  的个体数,即不成功变异的个体数。

可以看出,上述交叉概率与成功变异的个体数相关。成功变异的个体数较少时,  $CR$  增大,说明这一代中相似个体过多,无法满足系统有序的要求,系统的耗散结构逐渐消失。为了使系统继续向前发展,所以增大交叉概率。成功变异的次数较多时,  $CR$  减少,说明这一代中相似个体少,此时对应于当前的系统状态,已经存在足够的“波动”,系统基本可以通过自组织继续向前发展,此时的交叉概率就在来自自适应算法的基础上加上一个较小的值。若计算出来的  $CR$  大于 1,则定义  $CR = 1$ 。

### 2.4 改进 DE 的算法(DADE)过程

a) 初始化种群规模  $NP$ 、变异算子  $F$ ,最大进化代数  $G_{\text{max}}$ ,按如下公式随机初始化每一个个体:  $x_{ij} = \text{rand}[0, 1](x_j^u - x_j^l) + x_j^l$ 。其中,  $i = 1, 2, \dots, NP$ ;  $j = 1, 2, \dots, D$ ;  $x_j^u$  为第  $j$  维变量的上限;  $x_j^l$  为下限,并将随机生成的  $n$  个个体保存在矩阵  $A$  中。

b) 对初始种群进行评价,即计算初始种群中每个个体的目标函数值。

c) 判断是否达到终止条件或进化代数达到  $G_{\text{max}}$ ,若是,则进化终止,将此时的最佳个体作为解输出;若否则继续。

d) 变异操作。首先按  $f_j$  的大小对  $A$  中个体进行排序,并随机选择第一个个体  $x_{1,c}$ ;其次将  $A$  中剩余个体生成海明距离矩阵  $H$  并随机选择第二个个体  $x_{2,c}$ ,在  $H$  中找出与之海明距离最大的个体  $x_{3,c}$ 。如果  $x_{2,c}, x_{3,c}$  的海明距离大于阈值  $Pr$ ,则进行差运算,并与个体  $x_{1,c}$  进行变异操作,否则不变异,并将变异后的个体放在矩阵  $B$  中。若未成功变异,  $R_m$  增 1 然后在矩阵  $A$  和  $B$  中选出  $n$  个适应度最好的个体,存入矩阵  $A$  中。

e) 交叉操作。对  $A$  中的个体按适应度大小进行排序,并对矩阵  $A(i)$  逐行计算。计算每一行的  $CR$ ,对于每一行  $j$  产生一个随机数  $x$ ,如果  $x \leq CR$ ,就在这一行上进行交叉,否则这一行保持不变,进行下一步的计算。

f) 按贪婪准则进行选择操作,得到新种群。

g) 进化代数  $k = k + 1$ ,执行步骤 c) ~ f),直到满足终止条件。其算法流程如图 1 所示。

## 3 仿真实验

为了测试 DADE 的性能,本文通过三个典型的基准测试函数进行测试,并与遗传算法和差分进化算法进行了比较。

### 1) Rastrigrin 函数

$$f_1 = \sum_{i=1}^{30} (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10)$$

$x_i$  取值范围为  $(-5.12, 5.12)$

全局最优值:  $x_i = 0, f(x) = 0$

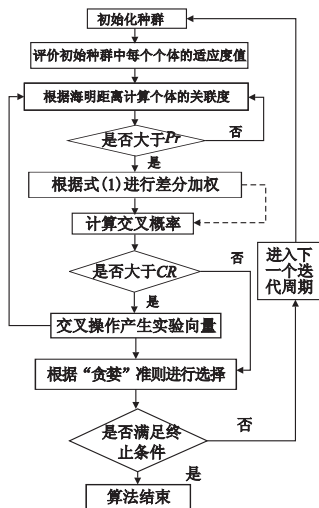


图1 基于耗散结构的差分进化算法流程图

2) Rosenbrock 函数

$$f_2 = \sum_{i=1}^{30} (100(x_{i+1} - x_i)^2 + (x_i - 1)^2)$$

$x_i$ 取值范围为  $(-30, 30)$

全局最优解:  $x_i = 0, f(x) = 0$

3) Griewank 函数

$$f_3 = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^{30} x_i^2 - \prod_{i=1}^{30} \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$$

$x_i$ 取值范围为  $(-50, 50)$

全局最优解:  $x_i = 0, f(x) = 0$

这三个基准函数具有不同的特点,可以充分考虑新型算法对不同类型问题的优化性能。 $f_1$ 为多峰函数,在  $S = \{x_i \in (-5.12, 5.12), i = 1, 2, \dots, n\}$  范围内有大约  $10n$  个局部极小点; $f_2$ 为非凸,病态的函数; $f_3$ 是一种典型的多模态函数,具有大量局部极值。

表 1 列出了每个函数的参数设置,三种算法的参数初始化如下:种群规模  $NP$  均为 100,DADE 变异算子  $F$  取 0.5,初始交叉率  $CR_0$  取 0.3,最大进化代数  $G_{max}$  为 1 000。GA 采用实数编码方式,其中交叉率  $w_c$  取 0.8,变异率  $w_m$  取 0.02。

表 1 测试函数的参数设置

函数	$n$	搜索区域
Rastigrin	30	$[-5.12, 5.12]^n$
Rosenbrock	30	$[-30, 30]^n$
Griewank	30	$[-50, 50]^n$

图 2~4 是上述三种算法求解各测试函数运行 20 次最优解平均值的进化曲线,纵坐标为最优解的对数值。从图中可以看出,对于这三个高维多峰函数,GA 均提前收敛,出现早熟现象;DE 的求解精度虽然好于 GA,但在计算过程中仍早熟收敛,得不到令人满意的优化结果;而 DADE 的求解精度比以上两种方法高很多,具有很强的寻优能力。因此,DADE 在性能上较 DE 算法有明显的改善,能有效避免早熟,具有很强的全局收敛性。

4 结束语

本文在含有变异和交叉的自适应算法的基础上,引入耗散

结构理论,提出一种基于耗散结构理论的自适应差分进化算法。该算法不但保留了 DE 实现简单、并行搜索的特点,并且通过海明距离调整变异率,使变异成功的个体影响交叉算子。通过对测试函数的测试表明,该算法全局收敛性强、稳定性好、求解精度高。

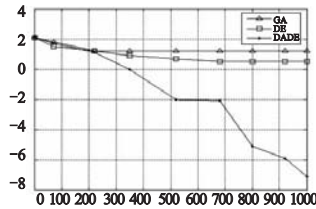


图2  $f_1$ 最优值平均解进化曲线

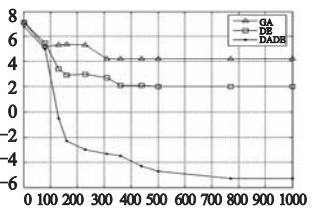


图3  $f_2$ 最优值平均解进化曲线

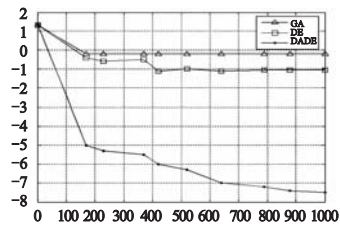


图4  $f_3$ 最优值平均解进化曲线

参考文献:

- [1] STORN R, PRICE K. Differential evolution; a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces, TR-95-102 [ R ]. Berkeley: International Computer Science Institute, 1995.
- [2] PRICE K. Differential evolution; a fast and simple numerical optimizer [ C ] // Proc of Biennial Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society. New York: [ s. n. ], 1996: 524-527.
- [3] CHEONG F, LAI R. Designing a hierarchical fuzzy logic controller using differential evolution [ C ] // Proc of IEEE International Fuzzy Systems Conference. 1999: 277-282.
- [4] MOALLA S, ALIM I A M, DERBEL N. Design of beta neural systems using differential evolution [ C ] // Proc of IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. 2002: 6-9.
- [5] URSEM R K, VADSTRUP P. Parameter identification of induction motors using differential evolution [ C ] // Proc of the 5th Congress on Evolutionary Computation. Canberra: [ s. n. ], 2003: 790-796.
- [6] VESTERSTROM J, THOMSEN R. A comparative study of differential evolution, particle swarm optimization, and evolutionary algorithms on numerical benchmark problems [ C ] // Proc of Congress on Evolutionary Computation. Piscataway: IEEE Press, 2004: 1980-1987.
- [7] LIU Jun-hong, LAMPINEN J. A fuzzy adaptive differential evolution algorithm [ C ] // Proc of IEEE Region 10 Conference on Computers, Communications, Control and Power Engineering. Berlin: Springer, 2002: 606-611.
- [8] 谢晓峰,张文俊,张国瑞,等. 差异演化的实验研究 [ J ]. 控制与决策, 2004, 19(1): 49-52.
- [9] 吴亮红,王耀南,袁小芳,等. 双群体伪并行差分进化算法研究及其应用 [ J ]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 453-458.
- [10] 常青,钟民先. 基于耗散结构的改进遗传算法求取红外图像二维熵 [ J ]. 华东理工大学学报: 自然科学版, 2005, 31(5): 639-643.